

巴中市普通高中 2021 级“零诊”考试

数学（理科）

（满分 150 分 120 分钟完卷）

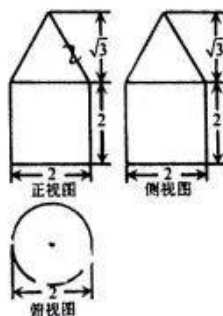
注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、班级、考号填写在答题卡规定的位置。
2. 答选择题时请使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题答题时必须用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置，在规定的答题区域以外答题无效，在试题卷上答题无效。
3. 考试结束后，考生将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的。

1. 在复平面内，复数 z 对应的点的坐标是 $(-1, 1)$ ，则 $z\bar{z} + z =$ ()
A. $1+i$ B. $1-i$ C. $-1+i$ D. $-1-i$
2. 已知集合 $A = \{x | x+2 \geq 0\}$ ， $B = \{x | x^2 < 9\}$ ，则 $A \cap B =$ ()
A. $\{x | 0 \leq x < 3\}$ B. $\{x | 0 < x < 3\}$ C. $\{x | -2 \leq x < 3\}$ D. $\{x | -2 < x \leq 3\}$
3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $\frac{S_3}{3} - \frac{S_2}{2} = 2$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的公差为 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 已知向量 $\vec{a} = (1, 1)$ ， $\vec{b} = (x, -1)$ ，则“ $x = -1$ ”是“ $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$ ”的 ()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 非充分非必要条件
5. 双曲线 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的两条渐近线与直线 $x = 2$ 围成一个三角形区域，表示该区域的不等式组是 ()
A. $\begin{cases} x-2y \geq 0 \\ x+2y \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x-2y \geq 0 \\ x+2y \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 2x-y \geq 0 \\ 2x+y \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x-y \leq 0 \\ 2x+y \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$

6. 某几何体的三视图如右图所示，则该几何体的表面积为 ()



- A. 7π
 - B. 8π
 - C. 9π
 - D. $(5 + \sqrt{3})\pi$
7. 第 31 届世界大学生夏季运动会以“绿色、智慧、活力、共享”为理念，向全世界送出来自中国的美好祝愿。某高校田径组拟从甲、乙两名女同学中选一人参加本届大运会，已知甲、乙两名同学近五次 800 米训练成绩（单位：秒）如下面的茎叶图所示。根据两人训练成绩的平均值及方差，现有下列 4 种推荐意见。

- ①甲成绩的平均值低于乙成绩的平均值, 推荐甲参加大运会.
 ②甲成绩的平均值高于乙成绩的平均值, 推荐乙参加大运会.
 ③甲成绩的方差大于乙成绩的方差, 推荐乙参加大运会.
 ④甲成绩的方差小于乙成绩的方差, 推荐甲参加大运会.
 其中合理推荐意见的编号是 ()

甲	乙
8	11 9
4 7	12 5 6 5
1 0	13 0

- A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ②④

8. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如

右图所示, 则 $f(-\frac{5\pi}{12}) = ()$

$y \uparrow$
1



- A. $\sqrt{3}$
 B. $-\sqrt{3}$
 C. 1
 D. -1

9. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 斜率为 $\frac{3}{4}$ 的直线与 C 的右支交于点 P , 若线段 PF_1 恰被 y 轴平分, 则 C 的离心率为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. 2 D. 3

10. 已知正数 a, b 满足 $e^a + a = b + \ln b = 2$ (e 为自然对数的底数), 则下列关系式中不正确的是 ()

- A. $be^b = e^2$ B. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$ C. $e^b + \ln a = 2$ D. $e^a + \ln b = 2$

11. 已知 $x > y > 0$ 且 $4x + 3y = 1$, 则 $\frac{1}{2x-y} + \frac{2}{x+2y}$ 的最小值为 ()

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 7

12. 已知 $f(x) = e^{x-1} + e^{1-x} + 2x^2 - 4x$, 则不等式 $f(2x+1) > f(x)$ 的解集为 ()

- A. $(\frac{1}{3}, 1)$ B. $(-1, \frac{1}{3})$
 C. $(-\infty, \frac{1}{3}) \cup (1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知 $(1+ax)^2(1+x)^4$ 的展开式中, x 的系数为 6, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$

14. 抛物线有如下光学性质: 过焦点的光线经抛物线反射后得到的光线平行于抛物线的对称轴; 反之, 平行于抛物线对称轴的入射光线经抛物线反射后必过抛物线的焦点. 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 一条平行于 x 轴的光线从点 $A(5, 4)$ 射出, 经过抛物线上的点 B 反射后, 再经抛物线上的另一点 C 射出, 则 $|BC| = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_n = 2a_n - 1$, 则 $S_n = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB = PC = 2\sqrt{3}$, $BC = PA = 2$, $AP \perp PC$, $AB \perp BC$, E, F, G, H, M, N 分别为棱 AB, PC, AC, PB, BC, PA 的中点. 现有以下 4 个结论:
 ①三棱锥 $P-ABC$ 的外接球表面积为 16π ; ② $EF \perp MN$; ③ $GH \perp$ 平面 $EMFN$;
 ④当 $PB = 2\sqrt{2}$ 时, 平面 $PAB \perp$ 平面 PBC . 则其中正确结论的序号为

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17—21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

中央电视台“国家品牌计划”栏目组为了做好新能源汽车的品牌推介，利用网络平台对年龄(单位：岁)在[20, 60]内的人群进行了调查，并从参与调查者中随机选出 600 人，把这 600 人分为对新能源汽车比较关注和不太关注两类，制成如下表格：

年龄		[20, 30)	[30, 40)	[40, 50)	[50, 60]
男性	人数	40	120	160	80
	比较关注人数	8	72	112	48
女性	人数	10	70	100	20
	比较关注人数	5	49	80	16

(1) 完成下面的列联表，并根据列联表判断能否在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下认为性别与对新能源汽车的关注有关；

	比较关注	不太关注	总计
男性			
女性			
总计		0	

(2) 为了进一步了解不同性别的消费者对新能源汽车的关注情况，采用分层抽样的方法从这 600 人中选出 6 人进行访谈，最后从这 6 人中随机选出 3 人参与电视直播节目，记其中男性的人数为 X ，求 X 的分布列与期望。

附：

$$K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},$$

其中 $n = a + b + c + d$ 。

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.005
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879

18. (12 分)

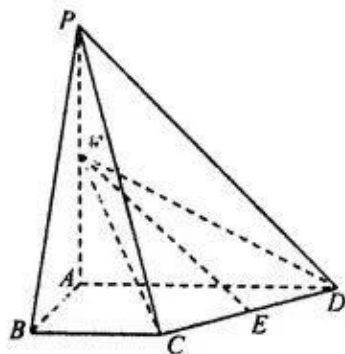
在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 $4a = 3b, B = 2A$ 。

(1) 求 $\cos B$ ；

(2) 若 $a = 9$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积。

19. (12分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $AB \perp AD$, $PA = AD = 4$, $AB = BC = 2$, E, F 分别为 CD, PA 的中点.



- (1) 证明: $EF \parallel$ 平面 PBC ;
- (2) 求二面角 $P-CD-F$ 的余弦值.

20. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 点 $M(1, \frac{3}{2})$ 在椭圆 C 上, 且 $\overline{MA_1} \cdot \overline{MA_2} = -\frac{3}{4}$.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 设椭圆 C 的右焦点为 F , 过点 F 斜率不为 0 的直线 l 交椭圆 C 于 P, Q 两点, 记直线 MP 与直线 MQ 的斜率分别为 k_1, k_2 , 当 $k_1 + k_2 = 0$ 时, 求 $\triangle MPQ$ 的面积.

21. (12分)

已知 $f(x) = x - \frac{a}{x+1} - (1+a)\ln(x+1)$.

- (1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 设 $g(x) = f(x) + \frac{a}{x+1} + 1$, 若函数 $g(x)$ 有两个零点, 求 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. 【选修 4—4: 坐标系与参数方程】(10分)

在直角坐标系 xOy 中, 圆 C 的圆心为点 $(2, 2)$, 且半径长为 2, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数, $0 \leq \alpha < \pi$), 以坐标原点 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系.

- (1) 求圆 C 的极坐标方程;
- (2) 已知直线 l 与圆 C 相交于 M, N 两点, 且 $|OM|^2 + |ON|^2 = 16$, 求 α .

23. 【选修 4—5: 不等式选讲】(10分)

已知 $f(x) = 2|x+2| - |ax|$.

- (1) 当 $a = 2$ 时, 求不等式 $f(x) > 2$ 的解集;
- (2) 若对任意 $x \in (-1, 1)$, 不等式 $f(x) > x+1$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

