

线
题
答
订
要
不
装
内
线
封
封
弥
弥

江西省赣抚吉十一校联盟体 2023 届高三联合考试(四月)理科数学试题 (本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题纸上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题纸上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题纸一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

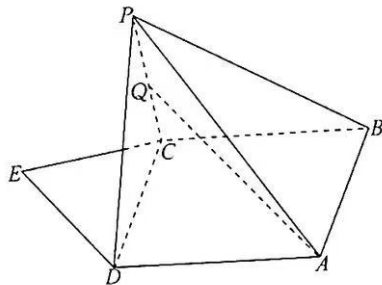
1. 已知集合 $M = \{x | \sqrt{x} < 2\}$, $N = \{x | -7 < x < 3\}$, 则 $M \cap N$
 - A. $\{x | x < 3\}$
 - B. $\{x | 0 < x < 3\}$
 - C. $\{x | -7 < x < 3\}$
 - D. $\{x | -7 < x < 4\}$
2. 已知复数 $z = 1 + \frac{1}{i}$, 则 $\bar{z}^2 - 1 =$
 - A. $1 + 2i$
 - B. $1 - 2i$
 - C. $-1 - 2i$
 - D. $-1 + 2i$
3. 牛顿最早研究过函数 $f(x) = ax^2 + \frac{b}{x} (a > 0, b > 0)$ 的图像与性质,其图像类似于三叉戟,因此这类曲线被称为牛顿三叉戟曲线. 牛顿三叉戟曲线 $f(x) = 2x^2 + \frac{1}{x}$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为
 - A. $3x - y = 0$
 - B. $3x + y - 6 = 0$
 - C. $2x - 3y = 0$
 - D. $2x + 3y - 11 = 0$
4. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x - y + 1 \geq 0, \\ 2x - y \leq 0, \\ x - 2 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = -\frac{1}{2}x + y$ 的最小值为
 - A. $-\frac{1}{4}$
 - B. $-\frac{1}{2}$
 - C. $-\frac{3}{2}$
 - D. $-\frac{5}{2}$
5. 若关于 x 的不等式 $\log_a(3^{1+x} + 8) \geq 2$ 在 \mathbf{R} 上恒成立,则实数 a 的取值范围是
 - A. $(0, 1) \cup (1, 2]$
 - B. $(1, 3]$
 - C. $(0, 1) \cup (1, 3]$
 - D. $(1, 4]$
6. 某校一个课外小组为研究某种作物种子的发芽率 y (单位:%) 与温度 x (单位:°C) 的关系, 过实验得到下面的数据:

温度(单位:°C)	10	m	13	15	16	18
发芽率(单位:%)	40	s	51	63	65	75

经研究发现 y 与 x 满足线性回归方程 $\hat{y} = bx - 4.6$, 该小组某同学利用回归方程预测温度 20°C 时,发芽率为 83.4%, 因不慎将实验数据丢失一组(用字母 m, s 代替), 则这组数据满的关系是

- A. $2.2m - s = 4.5$
- B. $4.4m - s = 4.6$
- C. $4.4m - s = 4.7$
- D. $4.4m - s = 4.$

7. 如图, 平面五边形 $ABCED$ 由正方形 $ABCD$ 和等边三角形 CDE 拼接而成, 沿 CD 将 $\triangle CDE$ 折起, 使得点 E 到达点 P 的位置, 且平面 $PCD \perp$ 平面 $ABCD$, Q 为 PC 的中点, 则异面直线 AQ 与 BP 所成角的余弦值为



- A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{14}}{7}$ C. $\frac{\sqrt{35}}{7}$ D. $\frac{3\sqrt{7}}{14}$
8. 已知 $(\frac{a}{x^3} - x)(x + \frac{1}{x})^7$ 的展开式中的常数项为 -56 , 则展开式中的各项系数之和为
A. 256 B. 128 C. -128 D. -256
9. 已知 l 是抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的准线, F 为 C 的焦点, A, B 分别为 C 和 l 上的两点, l 与 x 轴交于点 D , $|AB| = |AF|$, $\angle AFD = 120^\circ$, 且四边形 $ABDF$ 的面积为 $24\sqrt{3}$, 则 C 的方程:
A. $y^2 = 2x$ B. $y^2 = 4x$ C. $y^2 = 6x$ D. $y^2 = 8x$
10. 已知直线 $x = \frac{5\pi}{6}$, $x = \frac{4\pi}{3}$ 是函数 $f(x) = 4\sin(\omega x + \frac{\pi}{6}) (\omega > 0)$ 图像相邻的两条对称轴, $f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后, 得到函数 $g(x)$ 的图像. 若 $g(x)$ 在 $(-m, m)$ 上恰有 3 个不同的零点, 则实数 m 的取值范围为
A. $(\frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}]$ B. $(\frac{7\pi}{12}, \frac{13\pi}{12}]$ C. $(\frac{5\pi}{12}, \frac{13\pi}{12}]$ D. $(\frac{5\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}]$
11. 某灯笼厂的员工用一条长度为 48 dm 的木条设计了一个正六棱柱型的灯笼框架(木条无余), 则当正六棱柱的外接球的表面积取最小值时, 该正六棱柱的侧面积为
A. 32 dm^2 B. 40 dm^2 C. 48 dm^2 D. 56 dm^2
12. 设 $f'(x), g'(x)$ 分别为函数 $f(x), g(x)$ 在其定义域 \mathbf{R} 上的导函数, 已知 $f'(x) = g'(x + 1)$, $g(x + 2)$ 为奇函数, $f(x + 1) - g(3 - x) = 3$, 且 $g(3) = 2$, 则 $\sum_{k=1}^{102} g(k) =$
A. -2 B. -1 C. 2 D. 3

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量 $a = (4, -5), b = (m, 1), c = (3, 2)$, 若 $a + b$ 与 c 共线, 则 $m =$ _____.
14. “双碳”再成今年两会热点. 低碳行动引领时尚生活, 新能源汽车成为人们代步车的首选. 工厂生产的新能源汽车的某一部件质量指标 ξ 服从正态分布 $N(80, \sigma^2) (\sigma > 0)$, 检验员根据该部件质量指标将产品分为正品和次品, 其中指标 $\xi \in (79.94, 80.06)$ 的部件为正品, 其余为次品, 要使次品率不高于 0.3%, 则 σ 的一个值可以为 _____ . (若 $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - 2\sigma < \xi < \mu + 2\sigma) = 95.4\%$, $P(\mu - 3\sigma < \xi < \mu + 3\sigma) = 99.7\%$)
15. 已知 F_1, F_2 分别为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 以 C 的实轴为直径的圆记为 E , 过 F_1 作圆 E 的切线 F_1A , 切点为 A , 延长 F_1A 交 C 的右支于点 B , 线段 F_1B 的中点为 D , O 为坐标原点, 若 $\angle F_1BF_2$ 为钝角, $|OD| + |AD| = 2a$, 则 C 的离心率为 _____.

16. 记锐角三角形 ABC 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $c+b=2a\cos B$, 则 $\frac{a^2c+8b^3}{a^2b}$ 的取值范围为_____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分。

17. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 记 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和。

(1) 从下面①②③中选取两个作为条件, 证明另外一个成立;

① $a_1 + a_{n+1} = a_2 + a_n$; ② $S_2 = 4S_1$; ③ $\sqrt{S_n} + \sqrt{S_{n+2}} = 2\sqrt{S_{n+1}}$.

(2) 在(1)的条件下, 若 $a_1 = 2$, 求 $T_n = \frac{1}{\sqrt{S_1 S_2}} + \frac{1}{\sqrt{S_2 S_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{S_n S_{n+1}}}$.

注: 若选择不同的组合分别解答, 则按第一个解答计分。

18. (12 分)

小明参加学校组织的党的二十大知识竞赛, 一路过关斩将, 与小李一同进入冠亚军争夺赛。

根据以往比赛经验, 每局比赛小明先答题获胜的概率为 $\frac{1}{2}$, 后答题获胜的概率为 $\frac{2}{3}$ 。现有两种比赛规则供选择: ①三局两胜制, 即先获胜两局者赢得比赛, ②五局三胜制, 即先获胜三局者赢得比赛。每局比赛只有胜败两种结果, 采用抽签决定谁先答题, 谁先答题可选择赛制规则, 接下来的一局轮换先答题。已知小明抽到先答题。

(1) 若采用三局两胜制, 设每局比赛获胜者得 2 分, 败者得 -1 分, X 表示比赛结束时小明的总得分, 求 X 的分布列和数学期望;

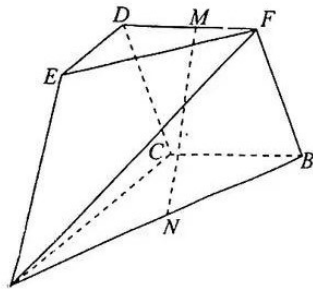
(2) 假如你是小明, 选择哪种比赛规则, 获得冠军的机会更大, 并说明理由。

19. (12 分)

如图, 在多面体 $ABCDEF$ 中, 侧面 $BCDF$ 为菱形, 侧面 $ACDE$ 为直角梯形, $AC \parallel DE$, $AC \perp CD$, M, N 分别为 DF, AB 的中点, 且 $BC=2, AC=2DE, \angle CBF=60^\circ$ 。

(1) 证明: $MN \parallel$ 平面 $ACDE$;

(2) 若平面 $BCDF \perp$ 平面 $ACDE$, 多面体 $ABCDEF$ 的体积为 $\frac{10\sqrt{3}}{3}$, 求直线 MN 与平面 ABF 所成角的正弦值。





密封线

21. (12分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点 $F_1(-1, 0)$, $F_2(1, 0)$ 分别为 F 的左、右焦点, 椭圆 F_1, F_2 的弦 AB 过 F_2 (弦 AB 不与 x 轴重合), $\triangle F_1BF_2$ 的面积不大于 F 的短轴长.

(1) 求椭圆方程;

(2) 若椭圆 F_1, F_2 的弦 AB 过 F_2 且 $\angle AF_1B = 90^\circ$, 求 $\frac{1}{|F_1M|^2} + \frac{1}{|F_2N|^2}$ 的值是否为定值. 若是, 求出定值; 若不是, 求出其取值范围.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求 $f(x)$ 的单调性;

(2) 设 $f(x_1) = f(x_2)$, 且 $0 < x_1 < x_2 < 1$, 证明: $x_1 + x_2 + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < \frac{a^2 + ab}{\sqrt{ab}}$.

(二) 选做题: 共 10 分. 请考生在 22, 23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选第 4-5, 坐标系与参数方程] (10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{2t}{1+t^2} \\ y = \frac{1-t^2}{1+t^2} \end{cases}$ (为参数), 以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 l 的极坐标方程为 $2\rho\cos(\theta + \frac{\pi}{2}) = -1$.

(1) 求 C 的普通方程和 l 的普通方程;

(2) l 与 C 交于 P, Q 两点, M 是 C 上不等于 P, Q 的一点, 若 $\triangle MPQ$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 求点 M 的坐标.

23. [选第 4-5, 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = 1 - |x-2| + |2x-1|$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求不等式 $f(x) < \frac{1}{2}a + 2$ 的解集;

(2) 若 $\exists x \in [-1, 1]$, 使不等式 $f(x) < a^2 + 2a + 3$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线