

2021 年北京市初中学业水平考试

数 学 试 卷

姓名 _____ 准考证号 考场号 座位号

- 考生须知**
1. 本试卷共 6 页，共两部分，28 道题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
 2. 在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。
 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
 5. 考试结束，将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

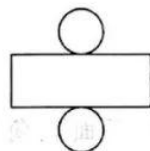
第一部分 选择题

一、选择题(共 16 分，每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 右图是某几何体的展开图，该几何体是

- (A) 长方体 (B) 圆柱
(C) 圆锥 (D) 三棱柱

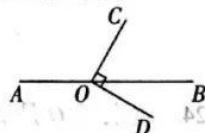


2. 党的十八大以来，坚持把教育扶贫作为脱贫攻坚的优先任务。2014-2018 年，中央财政累计投入“全面改善贫困地区义务教育薄弱学校基本办学条件”专项补助资金 1 692 亿元。将 169 200 000 000 用科学记数法表示应为

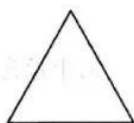
- (A) 0.1692×10^{12} (B) 1.692×10^{12} (C) 1.692×10^{11} (D) 16.92×10^{10}

3. 如图，点 O 在直线 AB 上， $OC \perp OD$ 。若 $\angle AOC = 120^\circ$ ，则 $\angle BOD$ 的大小为

- (A) 30° (B) 40°
(C) 50° (D) 60°



4. 下列多边形中，内角和最大的是



(A)



(B)

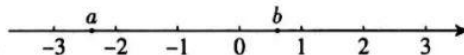


(C)



(D)

5. 实数 a , b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是



- (A) $a > -2$ (B) $|a| > b$ (C) $a + b > 0$ (D) $b - a < 0$

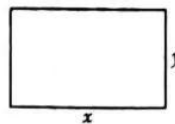
6. 同时抛掷两枚质地均匀的硬币，则一枚硬币正面向上、一枚硬币反面向上的概率是

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

7. 已知 $43^2 = 1849$, $44^2 = 1936$, $45^2 = 2025$, $46^2 = 2116$. 若 n 为整数, 且 $n < \sqrt{2021} < n+1$, 则 n 的值为

(A) 43 (B) 44 (C) 45 (D) 46

8. 如图, 用绳子围成周长为 10 m 的矩形. 记矩形的一边长为 x m, 它的邻边长为 y m, 矩形的面积为 S m². 当 x 在一定范围内变化时, y 和 S 都随 x 的变化而变化, 则 y 与 x , S 与 x 满足的函数关系分别是

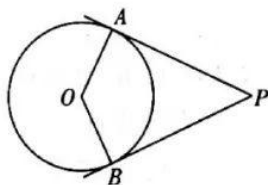


(A) 一次函数关系, 二次函数关系 (B) 反比例函数关系, 二次函数关系
(C) 一次函数关系, 反比例函数关系 (D) 反比例函数关系, 一次函数关系

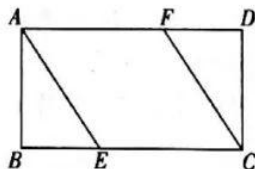
第二部分 非选择题

二、填空题(共 16 分, 每题 2 分)

9. 若 $\sqrt{x-7}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.
10. 分解因式: $5x^2 - 5y^2 =$ _____.
11. 方程 $\frac{2}{x+3} = \frac{1}{x}$ 的解为_____.
12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $A(1, 2)$ 和点 $B(-1, m)$, 则 m 的值为_____.
13. 如图, PA, PB 是 $\odot O$ 的切线, A, B 是切点. 若 $\angle P = 50^\circ$, 则 $\angle AOB =$ _____°.



第 13 题图



第 14 题图

14. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在 BC, AD 上, $AF = EC$. 只需添加一个条件即可证明四边形 $AECF$ 是菱形, 这个条件可以是_____ (写出一个即可).
15. 有甲、乙两组数据, 如下表所示:

甲	11	12	13	14	15
乙	12	12	13	14	14

甲、乙两组数据的方差分别为 $s_{\text{甲}}^2, s_{\text{乙}}^2$, 则 $s_{\text{甲}}^2$ _____ $s_{\text{乙}}^2$ (填 “>”, “<” 或 “=”).

16. 某企业有 A, B 两条加工相同原材料的生产线. 在一天内, A 生产线共加工 a 吨原材料, 加工时间为 $(4a + 1)$ 小时; 在一天内, B 生产线共加工 b 吨原材料, 加工时间为 $(2b + 3)$ 小时. 第一天, 该企业将 5 吨原材料分配到 A, B 两条生产线, 两条生产线都在一天内完成了加工, 且加工时间相同, 则分配到 A 生产线的吨数与分配到 B 生产线的吨数的比为_____. 第二天开工前, 该企业按第一天的分配结果分配了 5 吨原材料后, 又给 A 生产线分配了 m 吨原材料, 给 B 生产线分配了 n 吨原材料. 若两条生产线都能在一天内加工完各自分配到的所有原材料, 且加工时间相同, 则 $\frac{m}{n}$ 的值为_____.

三、解答题(共 68 分, 第 17 - 20 题, 每题 5 分, 第 21 - 22 题, 每题 6 分, 第 23 题 5 分, 第 24 题 6 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27 - 28 题, 每题 7 分)
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

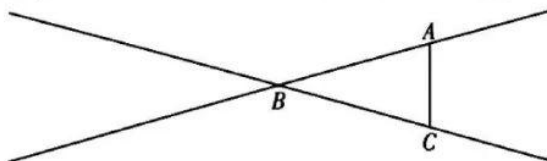
17. 计算: $2\sin 60^\circ + \sqrt{12} + |-5| - (\pi + \sqrt{2})^0$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 4x - 5 > x + 1, \\ \frac{3x - 4}{2} < x. \end{cases}$$

19. 已知 $a^2 + 2b^2 - 1 = 0$, 求代数式 $(a - b)^2 + b(2a + b)$ 的值.

20. 《淮南子·天文训》中记载了一种确定东西方向的方法, 大意是: 日出时, 在地面上点 A 处立一根杆, 在地面上沿着杆的影子的方向取一点 B, 使 B, A 两点间的距离为 10 步(步是古代的一种长度单位), 在点 B 处立一根杆; 日落时, 在地面上沿着点 B 处的杆的影子的方向取一点 C, 使 C, B 两点间的距离为 10 步, 在点 C 处立一根杆. 取 CA 的中点 D, 那么直线 DB 表示的方向为东西方向.

- (1) 上述方法中, 杆在地面上的影子所在直线及点 A, B, C 的位置如图所示. 使用直尺和圆规, 在图中作 CA 的中点 D (保留作图痕迹);



- (2) 在上图中, 确定了直线 DB 表示的方向为东西方向. 根据南北方向与东西方向互相垂直, 可以判断直线 CA 表示的方向为南北方向. 完成如下证明.

证明: 在 $\triangle ABC$ 中, $BA =$ _____, D 是 CA 的中点,

$\therefore CA \perp DB$ (_____) (填推理的依据).

$\therefore$ 直线 DB 表示的方向为东西方向,

$\therefore$ 直线 CA 表示的方向为南北方向.

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4mx + 3m^2 = 0$.

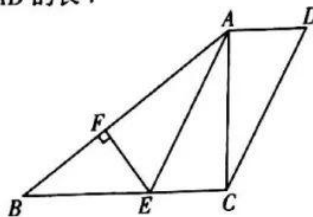
(1) 求证: 该方程总有两个实数根;

(2) 若 $m > 0$, 且该方程的两个实数根的差为 2, 求 m 的值.

22. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ACB = \angle CAD = 90^\circ$, 点 E 在 BC 上, $AE \parallel DC$, $EF \perp AB$, 垂足为 F .

(1) 求证: 四边形 $AECD$ 是平行四边形;

(2) 若 AE 平分 $\angle BAC$, $BE = 5$, $\cos B = \frac{4}{5}$, 求 BF 和 AD 的长.



23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象由函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图象向下平移 1 个单位长度得到.

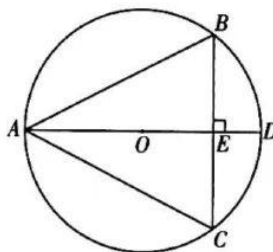
(1) 求这个一次函数的解析式;

(2) 当 $x > -2$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = mx$ ($m \neq 0$) 的值大于一次函数 $y = kx + b$ 的值, 直接写出 m 的取值范围.

24. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AD 是 $\odot O$ 的直径, $AD \perp BC$ 于点 E .

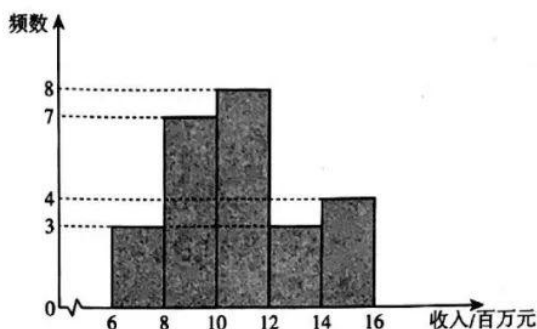
(1) 求证: $\angle BAD = \angle CAD$;

(2) 连接 BO 并延长, 交 AC 于点 F , 交 $\odot O$ 于点 G , 连接 GC . 若 $\odot O$ 的半径为 5, $OE = 3$, 求 GC 和 OF 的长.



25. 为了解甲、乙两座城市的邮政企业 4 月份收入的情况, 从这两座城市的邮政企业中, 各随机抽取了 25 家邮政企业, 获得了它们 4 月份收入(单位: 百万元)的数据, 并对数据进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. 甲城市邮政企业 4 月份收入的数据的频数分布直方图如下(数据分成 5 组: $6 \leq x < 8$, $8 \leq x < 10$, $10 \leq x < 12$, $12 \leq x < 14$, $14 \leq x \leq 16$):



b. 甲城市邮政企业 4 月份收入的数据在 $10 \leq x < 12$ 这一组的是:

10.0 10.0 10.1 10.9 11.4 11.5 11.6 11.8

c. 甲、乙两座城市邮政企业 4 月份收入的数据的平均数、中位数如下:

	平均数	中位数
甲城市	10.8	m
乙城市	11.0	11.5

根据以上信息, 回答下列问题:

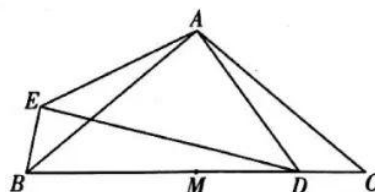
- 写出表中 m 的值;
- 在甲城市抽取的邮政企业中, 记 4 月份收入高于它们的平均收入的邮政企业的个数为 p_1 . 在乙城市抽取的邮政企业中, 记 4 月份收入高于它们的平均收入的邮政企业的个数为 p_2 . 比较 p_1, p_2 的大小, 并说明理由;
- 若乙城市共有 200 家邮政企业, 估计乙城市的邮政企业 4 月份的总收入(直接写出结果).

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $(1, m)$ 和点 $(3, n)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx$ ($a > 0$) 上.

- 若 $m = 3, n = 15$, 求该抛物线的对称轴;
- 已知点 $(-1, y_1), (2, y_2), (4, y_3)$ 在该抛物线上. 若 $mn < 0$, 比较 y_1, y_2, y_3 的大小, 并说明理由.

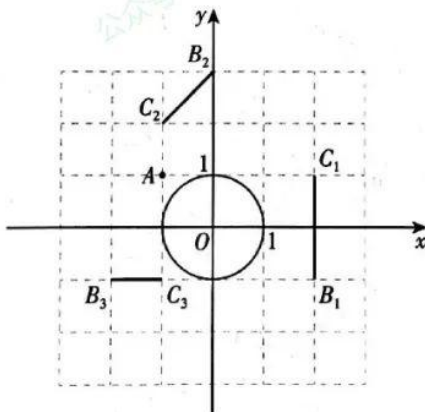
27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = \alpha$, M 为 BC 的中点, 点 D 在 MC 上, 以点 A 为中心, 将线段 AD 顺时针旋转 α 得到线段 AE , 连接 BE , DE .

- (1) 比较 $\angle BAE$ 与 $\angle CAD$ 的大小; 用等式表示线段 BE , BM , MD 之间的数量关系, 并证明;
- (2) 过点 M 作 AB 的垂线, 交 DE 于点 N , 用等式表示线段 NE 与 ND 的数量关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 1. 对于点 A 和线段 BC , 给出如下定义: 若将线段 BC 绕点 A 旋转可以得到 $\odot O$ 的弦 $B'C'$ (B' , C' 分别是 B , C 的对应点), 则称线段 BC 是 $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”.

- (1) 如图, 点 A , B_1 , C_1 , B_2 , C_2 , B_3 , C_3 的横、纵坐标都是整数. 在线段 B_1C_1 , B_2C_2 , B_3C_3 中, $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”是_____;



- (2) $\triangle ABC$ 是边长为 1 的等边三角形, 点 $A(0, t)$, 其中 $t \neq 0$. 若 BC 是 $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”, 求 t 的值;
- (3) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 1$, $AC = 2$. 若 BC 是 $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”, 直接写出 OA 的最小值和最大值, 以及相应的 BC 长.

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95% 以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承 “专业、专注、有态度” 的创办公理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。



微信搜一搜



自主选拔在线