

高一数学期终考试参考答案

1. D A B C D A A C 9. ABD 10. AD 11. CD 12. AC

13. $\frac{5}{6}$ 14. $2 - \sqrt{2} / -\sqrt{2} + 2$ 15. 2 16. $(0, 1] \cup [3, +\infty)$

17. (I) $A = 60^\circ$; (II) 等边三角形.

(I) $\because 2a^2 = (2b - c)b + (2c - b)c$, 整理得 $bc = b^2 + c^2 - a^2$,

$$\therefore \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{1}{2},$$

$\therefore A = 60^\circ$. (5 分)

(II) 由正弦定理, 得 $\sin B = 2 \sin C \cos A$, 而 $B = \pi - (A + C)$,

$\therefore \sin(A + C) = 2 \sin C \cos A = \sin A \cos C + \cos A \sin C$, 即 $\sin A \cos C - \cos A \sin C = 0$,

$\therefore \sin(A - C) = 0, A = C$,

$\therefore A = B = C = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形. (10 分)

18. (1) $\bar{z} = 2 + 2i$ (2) $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

(1) 设 $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$, 则 $z + 2i = a + (b + 2)i$

由 $z + 2i$ 为实数, 则 $b + 2 = 0$, 所以 $b = -2$,

由 $\frac{z}{1-i} = \frac{a-2i}{1-i} = \frac{a+2}{2} + \frac{a-2}{2}i$ 为实数, 则 $\frac{a-2}{2} = 0$, 所以 $a = 2$

则 $z = 2 - 2i$, 复数 z 的共轭复数 $\bar{z} = 2 + 2i$. (5 分)

(2) 由 (1) 可知, $z_1 = \left(2 + \frac{1}{m}\right) - \left(2 + \frac{m}{m-1}\right)i = \frac{2m+1}{m} - \frac{3m-2}{m-1}i$

由 z_1 对应的点在第三象限, 得 $\begin{cases} \frac{2m+1}{m} < 0 \\ \frac{3m-2}{m-1} > 0 \end{cases}$, 即 $\begin{cases} -\frac{1}{2} < m < 0 \\ m < \frac{2}{3} \text{ 或 } m > 1 \end{cases}$,

解得 $-\frac{1}{2} < m < 0$.

故实数 m 的取值范围为 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ (10 分)

19. (I) 16 户 (II) $\frac{11}{13}$

解: (I) $\because$ 支持整村推进户数为 $5000 \times 0.36 = 1800$ 户.

$\therefore b + c = 5000 - 1200 - 100 - 1800 - 300 = 1600$ 户.

∴应在支持科技扶贫户数中抽取的户数为： $\frac{50}{5000} \times 1600 = 16$ （户）。（6分）

（II）∵ $a = 200$

五特户户数不能低于被调查总户数的 9.2%

∴即 $5000 \times 9.2\% = 460$

∴ $c \geq 60$ 有意义，又 $b \geq 1530$ ， $c \geq 58$ ， $b + c = 1600$ ， b, c 情况列举如下：

(1530, 70), (1531, 69), (1532, 68), (1533, 67), (1534, 66), (1535, 65), (1536, 64),
(1537, 63), (1538, 62), (1539, 61), (1540, 60), (1541, 59), (1542, 58) 共 13 种情况.

∴本次调查有意义的概率 $P = \frac{11}{13}$. (12分)

20. (1) 证明见解析 (2) $\frac{4\sqrt{13}}{13}$

(1) 取 AD 的中点 G ，连接 BD, BG, PG .

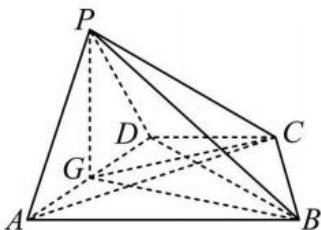
因为 $PA = PD = \sqrt{2}$ ，所以 $AD \perp PG$.

又 $PA \perp PD$ ，所以 $AD = 2$.

又 $AB = 2, \angle BAD = 60^\circ$ ，所以 $\triangle ABD$ 为正三角形，所以 $AD \perp BG$.

因为 $PG \cap BG = G$ ，且 PG, BG 在平面内，所以 $AD \perp$ 平面 PBG .

又 $PB \subset$ 平面 PBG ，所以 $AD \perp PB$. (5分)



(2) 因为 $AB \parallel CD$ ，所以 $\angle BDC = \angle ABD = 60^\circ$. 又 $CD = 1, BD = 2$ ，所以

$BC^2 = BD^2 + CD^2 - 2BD \cdot CD \cos \angle BDC = 4 + 1 - 2 = 3$ ，则 $BC = \sqrt{3}$.

由 $BD^2 = BC^2 + CD^2$ ，得 $BC \perp CD$ ，故 $AB \perp BC$ ，连接 AC ，则 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \sqrt{3}$.

因为平面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD, AD \perp PG$ ， $PG \subset$ 平面 PAD ，所以 $PG \perp$ 平面 $ABCD$ ，则

$$V_{P-ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot PG = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

连接 CG . 因为 $CD = DG = 1, \angle CDG = 120^\circ$ ，所以 $CG = \sqrt{3}$,

$$PC = \sqrt{PG^2 + CG^2} = 2, PB = \sqrt{PG^2 + BG^2} = 2.$$

在 $\triangle PBC$ 中, P 到 BC 的距离 $h = \sqrt{PB^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}$, 则 $S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2}BC \cdot h = \frac{\sqrt{39}}{4}$.

设点 A 到平面 PBC 的距离为 d , 由 $V_{A-PBC} = V_{P-ABC}$,

$$\text{得 } \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{39}}{4} d = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

解得 $d = \frac{4\sqrt{13}}{13}$, 即点 A 到平面 PBC 的距离为 $\frac{4\sqrt{13}}{13}$. (12 分)

21. (1) 见详解; (2) $\sqrt[3]{3}$; (3) $\left[\frac{1}{8}, 1\right) \cup (1, 2]$

(1) 因为 $f(x) = a^x$,

所以 $f(2x_1) + f(2x_2) - 2f(x_1 + x_2) = a^{2x_1} + a^{2x_2} - 2a^{x_1+x_2} = (a^{x_1} - a^{x_2})^2 \geq 0$ 显然恒成立,

所以 $f(2x_1) + f(2x_2) \geq 2f(x_1 + x_2)$; (4 分)

(2) 由 $f(x_1) = 2$, $f(x_2) = 3$ 得 $\begin{cases} a^{x_1} = 2 \\ a^{x_2} = 3 \end{cases}$, 所以 $a^{x_1 x_2} = (a^{x_1})^{x_2} = 2^{x_2}$,

又 $f(x_1 x_2) = a^{x_1 x_2} = 2^{x_2} = 8$, 所以 $x_2 = 3$, 则 $a^{x_2} = a^3 = 3$, 因此 $a = \sqrt[3]{3}$; (4 分)

(3) 若 $\forall x \in \mathbf{R}$, $f(x) \leq 2^{x^2-x+1}$ 恒成立, 即 $\forall x \in \mathbf{R}$, $a^x \leq 2^{x^2-x+1}$ 恒成立;

则 $\forall x \in \mathbf{R}$, $\log_2 a^x \leq \log_2 2^{x^2-x+1}$ 恒成立, 即 $\forall x \in \mathbf{R}$, $x \log_2 a \leq x^2 - x + 1$ 恒成立,

当 $x = 0$ 时, 不等式可化为 $0 < 1$, 显然恒成立; 所以 $a > 0$, 且 $a \neq 1$;

当 $x > 0$ 时, 不等式可化为 $\log_2 a \leq x + \frac{1}{x} - 1$, 而 $y = x + \frac{1}{x} - 1 \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} - 1 = 1$ 在 $x > 0$ 上恒成立,

当且仅当 $x = 1$ 时, 取等号; 所以只需 $\log_2 a \leq 1$, 解得 $1 < a \leq 2$ 或 $0 < a < 1$;

当 $x < 0$ 时, 不等式可化为 $\log_2 a \geq x + \frac{1}{x} - 1$, 而

$$y = x + \frac{1}{x} - 1 = -\left[(-x) + \left(-\frac{1}{x}\right)\right] - 1 \leq -2\sqrt{(-x) \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)} - 1 = -3 \text{ 在 } x < 0 \text{ 上恒成立, 当且仅当 } x = -1$$

时, 取等号; 所以只需 $\log_2 a \geq -3$, 解得 $\frac{1}{8} \leq a < 1$ 或 $a > 1$,

综上, $\frac{1}{8} \leq a < 1$ 或 $1 < a \leq 2$,

即 a 的取值范围是 $\left[\frac{1}{8}, 1\right) \cup (1, 2]$ (4 分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线