



4. 为得到函数  $y = 2\sin(3x - \frac{\pi}{3})$  的图象, 只需要将函数  $y = 2\sin 3x$  的图象

- A. 向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位  
B. 向左平移  $\frac{\pi}{9}$  个单位  
C. 向右平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位  
D. 向右平移  $\frac{\pi}{9}$  个单位

$\phi = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$

5. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$  的右焦点为  $F$ , 圆  $F$  的半径为 2, 双曲线  $C$  的一条渐近线与圆  $F$  相交于  $A, B$  两点. 若  $|AB| = 2\sqrt{3}$ , 则双曲线  $C$  的离心率为

- A.  $2\sqrt{3}$   
B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$   
C. 2  
D.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

6. 某中学为提高学生的健康水平, 增设了每天 40 分钟的体育锻炼课程, 学生可以在跳绳、羽毛球、乒乓球、篮球、排球等课程中选择一门. 为了解该校学生参与乒乓球运动的情况, 在全校班级中随机抽取了 7 个班 (将其编号为 1, 2, ..., 7), 下表是这 7 个班参与乒乓球运动的人数统计表:

|      |    |    |    |    |   |    |    |
|------|----|----|----|----|---|----|----|
| 班编号  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  | 7  |
| 人数/人 | 15 | 10 | 14 | 15 | 9 | 11 | 13 |

若从这 7 个班中随机选取 2 个进行调查研究, 则选出的 2 个班中至少有 1 个班参与乒乓球运动的人数超过 12 人的概率为

- A.  $\frac{4}{7}$   
B.  $\frac{2}{3}$   
C.  $\frac{5}{6}$   
D.  $\frac{6}{7}$

7. 已知平面向量  $\vec{a} = (1, -\sqrt{3})$ ,  $\vec{b} = (2, m)$ . 若  $(\vec{a} + \vec{b}) \perp (\vec{a} - \vec{b})$ , 则  $m =$

A. -1

B. 0

C.  $2\sqrt{3}$

D.  $-2\sqrt{3}$

8. 若  $4^a = 0.8^b = \pi$ , 则

A.  $ab < 0 < a + b$

B.  $a + b < 0 < ab$

C.  $a + b < ab < 0$

D.  $ab < a + b < 0$

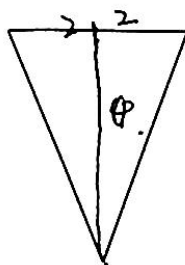
下列图形是某几何体的三视图 (正视图也称主视图, 侧视图也称左视图), 其中正视图与侧视图是两个全等的等腰三角形, 俯视图是面积等于  $4\pi$  的圆. 若该几何体的侧面展开图是个半圆, 则这个几何体的体积等于

A.  $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$

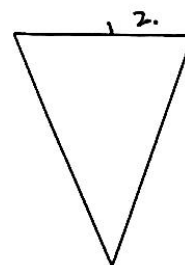
B.  $\frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$

C.  $8\sqrt{3}\pi$

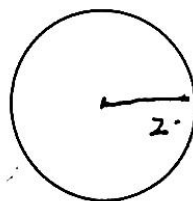
D.  $4\sqrt{3}\pi$



正视图



侧视图



俯视图

$$C = 2\pi r = 2 \times 2 \times \pi = 4\pi$$

$$y = \frac{1}{4}x^2, \quad x^2 = 4y$$

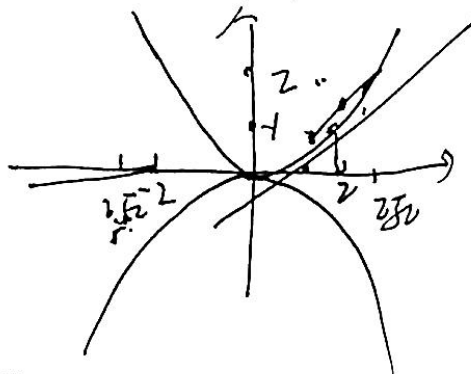
10. 经过抛物线  $C: y = \frac{x^2}{4}$  的焦点作直线与抛物线  $C$  相交于  $A, B$  两点. 若  $|AB| = 8$ , 则线段  $AB$  的中点的纵坐标为

A.  $\frac{3}{2}$

B. 3

C.  $\frac{7}{2}$

D. 4



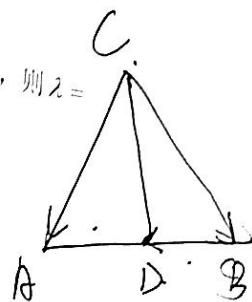
3. 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  是直线  $AB$  上的点, 若  $3\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CB} + \lambda\overrightarrow{CA}$ , 则  $\lambda =$

A.  $\frac{1}{3}$

B. 1

C.  $-\frac{2}{3}$

D. -2



12. 已知  $\triangle ABC$  的三个内角分别为  $A, B, C$ . 若  $\sin^2 C = 2\sin^2 A - 3\sin^2 B$ , 则  $\tan B$  的最大值为

A.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

B.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

C.  $\frac{11\sqrt{5}}{20}$

D.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BD} &= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} \\ &= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD} \\ &= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{BD} &= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{0} \\ &= \overrightarrow{BC} \end{aligned}$$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若实数  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} y \geq x-1, \\ 2x+y-4 \leq 0, \\ x \geq 1, \end{cases}$  则  $z=6x+4y$  的最大值等于 14.

14. 一个志愿者组织有男、女成员 84 人. 其中 48 名男成员中, 45 岁以上的有 12 人; 36 名女成员中, 45 岁以上的有 18 人. 根据需要, 按照年龄进行分层抽样, 要从这个志愿者组织成员中抽取 28 人开展活动, 则 45 岁以上的成员应抽取 10 人.

15. 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $PA=PC=AC=AB$ ,  $AB \perp$  平面  $PAC$ , 三棱锥  $P-ABC$  的顶点都在球  $O$  的球面上. 若三棱锥  $P-ABC$  的体积为  $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ , 则球  $O$  的表面积为         .

16. 若曲线  $y = \frac{(x-3)(x-2)(x-1)x(x+1)(x+2)}{x^2 + \ln x - 3} + 9 \ln x$  在点  $(1, 0)$  处的切线与直线  $2x = ay - 2$  平行, 则  $a =$          .

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，

每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

下表是某高校 2017 年至 2021 年的毕业生中，从事大学生村官工作的人数：

|            |      |      |      |      |      |
|------------|------|------|------|------|------|
| 年份         | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 |
| 年份代码 $x$   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    |
| $y$ (单位：人) | 2    | 4    | 4    | 7    | 8    |

2022 2023  
6 7

经过相关系数的计算和绘制散点图分析，我们发现  $y$  与  $x$  的线性相关程度很高。

$$\hat{y} = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$$

请建立  $y$  关于  $x$  的回归方程  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ，并据此回归方程预测该校 2023 年的毕业生中，

11

去从事大学生村官工作的人数。

$$\text{附： } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$





18. (12分)

数列  $\{a_n\}$  与  $\{b_n\}$  满足:  $a_1 = 1$ ,  $a_n$  是  $a_{n-1}$  与  $-3^n$  的等差中项,  $b_n = a_n - 3^n$ .

(1) 求数列  $\{b_n\}$  的通项公式;

(2) 设  $c_n = b_n + \log_2 |b_n|$ , 求数列  $\{c_{2n-1}\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

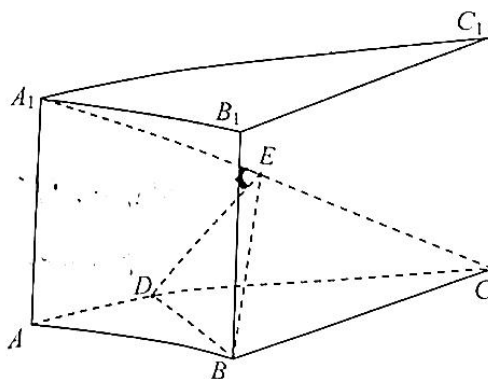
*d 24*

19. (12分)

如图, 在直三棱柱  $A_1B_1C_1-ABC$  中,  $AB \perp BC$ ,  $E$  是  $A_1C$  的中点,  $D$  是线段  $AC$  上的点,  $A_1C \perp ED$ ,  $A_1A = AB = \frac{\sqrt{2}}{2}BC$ .

(1) 求证:  $A_1C \perp$  平面  $EBD$ ;

(2) 求直线  $CD$  与平面  $BCE$  所成角的正弦值.



文科数学试卷·第6页(共8页)

$\ln 2 = 2$        $4 = be^{e^4}$

20. (12分)

已知函数  $f(x) = (2a+1)x^2 - 2x^2 \ln x - 4$ ,  $e$  是自然对数的底数,  $\forall x > 0, e^x > x+1$ .

(1) 求  $f(x)$  的单调区间!

(2) 记  $p: f(x)$  有两个零点;  $q: a > \ln 2$ . 求证:  $p$  是  $q$  的充要条件.

要求: 先证充分性, 再证必要性.

$3^2 = 9$        $\ln^2 = a$   
 $e^{a^2} = x$

$e^a > 1$   
 $e^1 > 1+1$

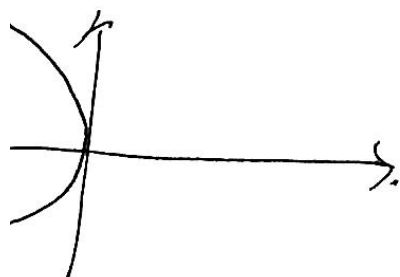
21. (12分)

已知椭圆  $C$  的中心在原点, 焦点在  $x$  轴上, 椭圆  $C$  的离心率等于  $\frac{2}{3}$ , 抛物线  $y^2 = -8x$  的准线经过椭圆  $C$  的一个焦点  $F$ . 椭圆  $C$  与  $x$  轴交于  $A, B$  两点;  $A$  的横坐标小于  $B$  的横坐标,  $M$  是椭圆  $C$  上异于  $A, B$  的动点, 直线  $AM$  与直线  $x=3$  交于  $E$  点, 设直线  $AM$  的斜率为  $k$ ,  $BE$  的中点为  $T$ , 点  $M$  关于直线  $FT$  的对称点为  $P$ .

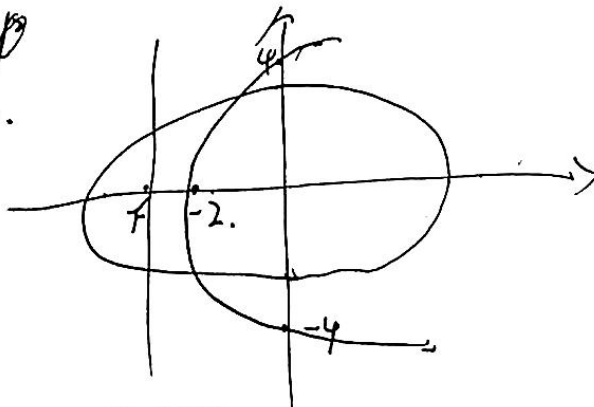
(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 是否存在  $k$ , 使  $P$  的纵坐标为 0? 若存在, 求出使  $P$  的纵坐标为 0 的所有  $k$  的值;

若不存在, 请说明理由.



$y = x^2$   
 $x = y^2$



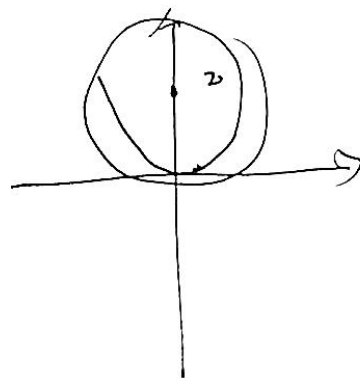
(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分。作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑。

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2\cos\alpha, \\ y = 2 + 2\sin\alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数)。以原点  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系。已知  $\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ , 射线  $l_1$  的极坐标方程为  $\theta = \beta$ , 射线  $l_2$  的极坐标方程为  $\theta = \beta + \frac{\pi}{3}$ 。

(1) 直接写出曲线  $C$  的极坐标方程:  $\rho = 4\sin\theta$

(2) 若  $l_1$  与  $C$  交于  $O$ 、 $A$  两点,  $l_2$  与  $C$  交于  $O$ 、 $B$  两点, 求  $|OA| + |OB|$  的取值范围。



23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数  $f(x) = |x+1| + |x-2|$ ,  $g(x) = |x+2| - |x-1|$ 。

(1) 求证:  $\forall x \in (-\infty, +\infty)$ ,  $f(x) - g(x) \geq 0$ ;

(2) 已知  $a$  为常数,  $f(x) \leq a \leq g(x)$  有实数解。若  $m > 0$ ,  $n \geq 0$ , 且  $2m + n = a$ ,

求  $\frac{1}{m} + \frac{1}{m+n}$  的最小值。



## 2022年云南省第一次高中毕业生复习统一检测

# 文科数学参考答案及评分标准

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。

1. A      2. C      3. C      4. D      5. B      6. D  
7. B      8. C      9. A      10. B      11. D      12. B

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 14;      14. 10;      15.  $21\pi$ ;      16.  $\frac{2}{3}$ .

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。

17. (12 分)

解：依据题意得：

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3,$$

$$\bar{y} = \frac{2+4+4+7+8}{5} = 5, \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 = 10,$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) &= (-2) \times (-3) + (-1) \times (-1) + 0 \times (-1) + 1 \times 2 + 2 \times 3 \\ &= 15, \dots\dots\dots 6 \text{分} \end{aligned}$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x} = 5 - \frac{3}{2} \times 3 = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore \text{所求回归方程为 } \hat{y} = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}. \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

$$\text{当 } x=7 \text{ 时, } \hat{y} = \frac{3}{2} \times 7 + \frac{1}{2} = 11.$$

所以预测该校 2023 年的毕业生中，去从事大学生村官工作的人数大约为 11 人. …12 分

18. (12分)

解: (1)  $\because a_n$  是  $a_{n+1}$  与  $-3^n$  的等差中项,

$$\therefore 2a_n = a_{n+1} - 3^n. \quad \therefore a_{n+1} = 2a_n + 3^n. \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$\therefore a_{n+1} - 3^{n+1} = 2(a_n - 3^n), \text{ 即 } b_{n+1} = 2b_n.$$

$$\therefore b_n = b_1 2^{n-1} = (a_1 - 3) \times 2^{n-1} = -2^n.$$

$$\therefore \text{数列 } \{b_n\} \text{ 的通项公式为 } b_n = -2^n. \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

(2) 由 (1) 知:  $b_n = -2^n$ .

$$\therefore c_n = n - 2^n. \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

$$\therefore c_{2n-1} = 2n - 1 - 2^{2n-1}.$$

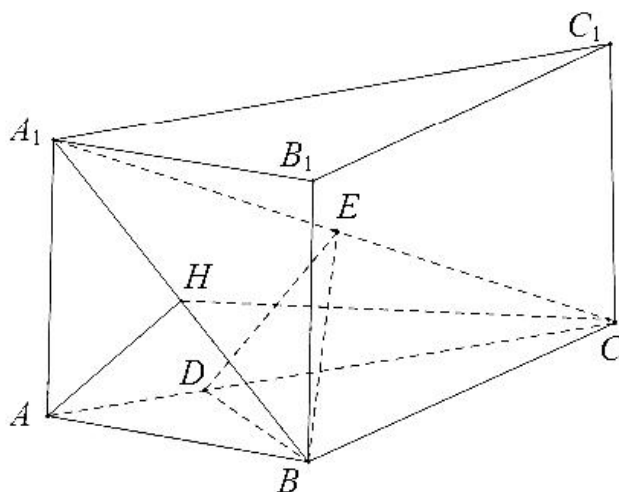
$$\therefore T_n = [1 + 3 + \dots + (2n - 1)] - (2 + 2^3 + 2^5 + \dots + 2^{2n-1}) \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

$$= \frac{(1 + 2n - 1)n}{2} - \frac{2(1 - 2^{2n})}{1 - 2^2}$$

$$= n^2 + \frac{2}{3} - \frac{2^{2n+1}}{3}. \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

19. (12分)

(1) 证明: 连接  $A_1B$ . 设  $AB = a$ , 由  $A_1A = AB = \frac{\sqrt{2}}{2}BC$  得  $A_1A = a$ ,  $BC = \sqrt{2}a$ .



文科数学参考答案及评分标准·第2页(共7页)

由三棱柱  $A_1B_1C_1 - ABC$  是直三棱柱得  $A_1B = \sqrt{A_1A^2 + AB^2} = \sqrt{2}a$ .

$\therefore A_1B = BC$ .

$\because E$  是  $A_1C$  的中点,

$\therefore A_1C \perp EB$ . .....4 分

又  $\because A_1C \perp ED$ ,  $EB \cap ED = E$ ,  $EB \subset$  平面  $EBD$ ,  $ED \subset$  平面  $EBD$ ,

$\therefore A_1C \perp$  平面  $EBD$ . .....6 分

(2) 解: 根据题意知直线  $CD$  与平面  $BCE$  所成的角与直线  $CA$  与平面  $A_1BC$  所成的角相同.

设  $A_1B$  的中点为  $H$ , 连接  $AH$ 、 $CH$ . 由  $A_1A = AB$  得  $AH \perp A_1B$ .

$\therefore AH = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = \frac{\sqrt{2}}{2} a$ .

$\because$  三棱柱  $A_1B_1C_1 - ABC$  是直三棱柱,  $\therefore$  侧棱  $B_1B \perp$  底面  $ABC$ .

$\because BC \subset$  底面  $ABC$ ,  $\therefore B_1B \perp BC$ .

又  $\because AB \perp BC$ ,  $AB \cap B_1B = B$ ,  $AB \subset$  平面  $ABB_1A_1$ ,  $B_1B \subset$  平面  $ABB_1A_1$ ,

$\therefore BC \perp$  平面  $ABB_1A_1$ .

由  $BC \subset$  平面  $A_1BC$  得平面  $A_1BC \perp$  平面  $ABB_1A_1$ .

再由平面  $A_1BC \cap$  平面  $ABB_1A_1 = A_1B$ ,  $AH \subset$  平面  $A_1BC$ ,

$AH \perp A_1B$  得  $AH \perp$  平面  $A_1BC$ .

$\therefore CH$  是  $CA$  在平面  $A_1BC$  内的射影.

$\therefore \angle ACH$  是  $CA$  与平面  $A_1BC$  所成的角. ....9 分

由已知得  $\sin \angle ACH = \frac{AH}{AC} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} a}{\sqrt{3} a} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$ .

$\therefore$  直线  $CD$  与平面  $BCE$  所成角的正弦值为  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ . ....12 分

20. (12分)

(1) 解:  $\because f(x) = (2a+1)x^2 - 2x^2 \ln x - 4$ ,

$\therefore f(x)$  的定义域为  $(0, +\infty)$ ,  $f'(x) = 4x(a - \ln x)$ . .....2分

$\therefore$  当  $0 < x < e^a$  时,  $f'(x) > 0$ ,

$\therefore f(x)$  在  $(0, e^a)$  上是增函数;

$\therefore$  当  $x > e^a$  时,  $f'(x) < 0$ ,

$\therefore f(x)$  在  $(e^a, +\infty)$  上是减函数.

$\therefore f(x)$  的单调递增区间为  $(0, e^a]$ ; 单调递减区间为  $[e^a, +\infty)$ . .....4分

(2) 证明: 充分性.

由(1)知, 当  $x = e^a$  时,  $f(x)$  取得最大值,

即  $f(x)$  的最大值为  $f(e^a) = e^{2a} - 4$ . .....6分

由  $f(x)$  有两个零点, 得  $e^{2a} - 4 > 0$ , 解得  $a > \ln 2$ .

$\therefore a > \ln 2$ . .....8分

下面证必要性.

$\because a > \ln 2, \therefore e^{2a} > 4. \therefore f(e^a) = e^{2a} - 4 > 0$ .

$\because a > \ln 2 > 0, \forall x > 0, e^x > x + 1, \therefore e^{2a} > 2a + 1 > 2a$ .

$\therefore f(e^{-a}) = e^{-2a}(4a+1) - 4 = \frac{4a+1}{e^{2a}} - 4 < \frac{4a+1}{2a} - 4 = \frac{1}{2a} - 2 < \frac{1}{2\ln 2} - 2 = \frac{1}{\ln 4} - 2 < 0$ .

$\therefore \exists x_1 \in (e^{-a}, e^a)$ , 使  $f(x_1) = 0$ ; .....10分

又  $\because f(e^{a+1}) = -e^{2a+2} - 4 < 0, \therefore \exists x_2 \in (e^a, e^{a+1})$ , 使  $f(x_2) = 0$ .

$\therefore f(x)$  在  $(0, e^a]$  上单调递增, 在  $[e^a, +\infty)$  上单调递减,

$\therefore \forall x, x \neq x_1$  且  $x \neq x_2$ , 易得  $f(x) \neq 0$ .

$\therefore$  当  $a > \ln 2$  时,  $f(x)$  有两个零点. ....12分

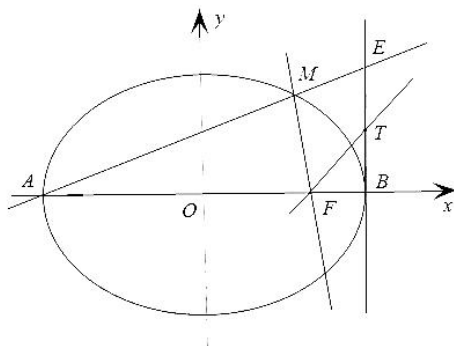
21. (12分)

解: (1) 设椭圆  $C$  的方程为  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ , 由抛物线  $y^2 = -8x$  的准线经过椭圆  $C$  的一个焦点  $F$  得  $F(2, 0)$ .

$$\text{根据已知得} \begin{cases} c=2, \\ \frac{c}{a} = \frac{2}{3}, \\ a^2 = b^2 + c^2, \end{cases} \quad \text{解方程组得} \begin{cases} c=2, \\ b=\sqrt{5}, \\ a=3. \end{cases}$$

$\therefore$  椭圆  $C$  的方程为  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ . .....4分

(2) 存在  $k$ , 使  $P$  的纵坐标为 0, 且  $k$  的取值范围为  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ .



由已知得  $A(-3, 0)$ ,  $B(3, 0)$ ,  $k \neq 0$ , 直线  $AM$  的方程为  $y = k(x+3)$ .

$$\text{由} \begin{cases} y = k(x+3), \\ \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \end{cases} \text{得} (5+9k^2)x^2 + 54k^2x + 81k^2 - 45 = 0.$$

$\therefore \Delta = (54k^2)^2 - 4(5+9k^2)(81k^2 - 45) = 900 > 0$ . .....6分

$$\text{由已知得} -3x_M = \frac{81k^2 - 45}{5+9k^2}, \text{解得} x_M = \frac{15-27k^2}{5+9k^2}.$$

$$\therefore y_M = k\left(\frac{15-27k^2}{5+9k^2} + 3\right) = \frac{30k}{5+9k^2}. \therefore M\left(\frac{15-27k^2}{5+9k^2}, \frac{30k}{5+9k^2}\right).$$

$$\text{解} \begin{cases} y = k(x+3), \\ x = 3 \end{cases} \text{得} \begin{cases} x = 3, \\ y = 6k. \end{cases} \therefore E(3, 6k).$$

由  $BE$  的中点为  $T$ , 得  $T(3, 3k)$ . .....9分

$$\therefore \overrightarrow{FB} = (1, 0), \overrightarrow{FT} = (1, 3k), \overrightarrow{FM} = \left(\frac{5-45k^2}{5+9k^2}, \frac{30k}{5+9k^2}\right) = \frac{5}{5+9k^2}(1-9k^2, 6k).$$



$$\therefore \cos \langle \overrightarrow{FB}, \overrightarrow{FT} \rangle = \frac{\overrightarrow{FB} \cdot \overrightarrow{FT}}{|\overrightarrow{FB}| |\overrightarrow{FT}|} = \frac{1}{\sqrt{1+9k^2}},$$

$$\cos \langle \overrightarrow{FM}, \overrightarrow{FT} \rangle = \frac{\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{FT}}{|\overrightarrow{FM}| |\overrightarrow{FT}|} = \frac{1-9k^2+18k^2}{\sqrt{1+9k^2} \times \sqrt{(1-9k^2)^2+36k^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+9k^2}},$$

$$\therefore \cos \langle \overrightarrow{FB}, \overrightarrow{FT} \rangle = \cos \langle \overrightarrow{FM}, \overrightarrow{FT} \rangle.$$

$$\text{又} \because 0 \leq \langle \overrightarrow{FB}, \overrightarrow{FT} \rangle \leq \pi, 0 \leq \langle \overrightarrow{FM}, \overrightarrow{FT} \rangle \leq \pi, \therefore \langle \overrightarrow{FB}, \overrightarrow{FT} \rangle = \langle \overrightarrow{FM}, \overrightarrow{FT} \rangle.$$

$\therefore \angle MFT = \angle BFT$ , 即  $FT$  平分  $\angle MFB$ .

$\therefore$  直线  $FM$  与直线  $FB$  关于直线  $FT$  对称. ....11 分

$\therefore$  点  $P$  在直线  $FB$  上, 即点  $P$  在  $x$  轴上.

$\therefore \forall k \neq 0$ ,  $P$  的纵坐标为  $0$ . ....12 分

## 22. (10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

解: (1) 曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho = 4 \sin \theta$ . ....4 分

(2) 当  $\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$  时,

将  $\theta = \beta$  代入  $\rho = 4 \sin \theta$  得  $\rho = 4 \sin \beta$ , 即  $|OA| = 4 \sin \beta$ .

将  $\theta = \beta + \frac{\pi}{3}$  代入  $\rho = 4 \sin \theta$  得  $\rho = 4 \sin(\beta + \frac{\pi}{3}) = 2 \sin \beta + 2\sqrt{3} \cos \beta$ ,

即  $|OB| = 2 \sin \beta + 2\sqrt{3} \cos \beta$ .

$\therefore |OA| + |OB| = 6 \sin \beta + 2\sqrt{3} \cos \beta = 4\sqrt{3} \sin(\beta + \frac{\pi}{6})$ . ....8 分

$\because \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$ ,

$\therefore \frac{\pi}{6} < \beta + \frac{\pi}{6} < \frac{2\pi}{3}$ .

$\therefore \frac{1}{2} < \sin(\beta + \frac{\pi}{6}) \leq 1, 2\sqrt{3} < 4\sqrt{3} \sin(\beta + \frac{\pi}{6}) \leq 4\sqrt{3}$ .

$\therefore |OA| + |OB|$  的取值范围为  $(2\sqrt{3}, 4\sqrt{3}]$ . .... 10 分

23. (10分) 选修4-5: 不等式选讲

(1) 证明:  $\because f(x) = |x+1| + |x-2| \geq |(x+1) - (x-2)| = 3$ , 且  $f(2) = 3$ ,

$\therefore f(x)$  的最小值为 3. ....2 分

$\because g(x) = |x+2| - |x-1| \leq |(x+2) - (x-1)| = 3$ , 且  $g(2) = 3$ ,

$\therefore g(x)$  的最大值为 3.

$\therefore \forall x \in (-\infty, +\infty)$ ,  $f(x) \geq g(x)$ , 即  $f(x) - g(x) \geq 0$ . ....4 分

(2) 解: 由 (1) 知:  $\forall x \in (-\infty, +\infty)$ ,  $f(x)$  的最小值为 3,  $g(x)$  的最大值为 3.

根据已知设  $x_0$  是  $f(x) \leq a \leq g(x)$  的一个解, 则  $3 \leq f(x_0) \leq a \leq g(x_0) \leq 3$ .

$\therefore a = 3$ ,  $2m + n = 3$ . ....5 分

$\because m > 0, n \geq 0, m + (m+n) \geq 2\sqrt{m(m+n)}, \frac{1}{m} + \frac{1}{m+n} \geq 2\sqrt{\frac{1}{m} \times \frac{1}{m+n}},$

$\therefore \frac{1}{m} + \frac{1}{m+n} = \frac{1}{3} \times (2m+n) \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{m+n} \right)$

$= \frac{1}{3} [m + (m+n)] \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{m+n} \right) \geq \frac{4}{3}$ . ....9 分

当  $m = \frac{3}{2}, n = 0$  时,  $\frac{1}{m} + \frac{1}{m+n} = \frac{4}{3}$ .

$\therefore \frac{1}{m} + \frac{1}{m+n}$  的最小值为  $\frac{4}{3}$ . ....10 分

请注意: 以上参考答案与评分标准仅供阅卷时参考, 其他答案请参考评分标准酌情给分.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线