泉州市2024届高中毕业班质量监测（ ）

2023.08

高三数学

本试卷共22题，满分150分，共8页。考试用时120分钟。

注意事项：

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．考生作答时，将答案答在答题卡上。请按照题号在各题的答题区域（黑色线框）内作答，超出答题区域书写的答案无效。在草稿纸、试题卷上答题无效。

3．选择题答案使用2B铅笔填涂，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号；非选择题答案使用0.5毫米的黑色中性（签字）笔或碳素笔书写，字体工整、笔迹清楚。

4．保持答题卡卡面清洁，不折叠、不破损。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合$A=\{x\in\mathbf{Z}|x(x-3)<0\}$，$B=\{-1,2,3\}$，则$A\cap B=$

A．$\{2\}$　　B．$\{2,3\}$　　C．$\{-1,1,2,3\}$　　D．$\varnothing$

2．已知复数$z=\dfrac{2}{1-\mathrm{i}}$，则$|z+2\mathrm{i}|=$

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{10}$　　C．$2\sqrt{5}$　　D．10

3．已知$2\sin 2\alpha=1+\cos 2\alpha$，$\alpha\in\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$，则$\tan\alpha=$

A．-2　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．2

4．已知函数 $f(x)=x^2$，$g(x)=2^x-2^{-x}$，如图是下列四个函数中某个函数的大致图象，则该函数是

A．$f(x)+g(x)$　　B．$f(x)\cdot g(x)$

C．$\dfrac{g(x)}{f(x)}$　　D．$\dfrac{f(x)}{g(x)}$

5．已知双曲线 C $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{6}=1$ 的焦距为 $4\sqrt{3}$，则 C 的渐近线方程是

A．$y=\pm x$　　B．$y=\pm\sqrt{3}x$　　C．$y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$　　D．$y=\pm\dfrac{\sqrt{7}}{7}x$

6．记等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n．若 $S_3=3$，S_8　$S_5=-96$，则 $S_6=$

A．-3　　B．-6　　C．-21　　D．-24

7．已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x-\dfrac{\pi}{4})+\sqrt{2}(\omega>0)$ 在 $[0,2]$ 内有且仅有 3 个零点，则 ω 的值可以是

A．3　　B．5　　C．7　　D．9

8．方程 $\dfrac{x^y}{y^x}=\dfrac{2^x}{x^y}$ 满足 $x\leqslant y$ 的正整数解的组数为

A．0　　B．1　　C．2　　D．无数组

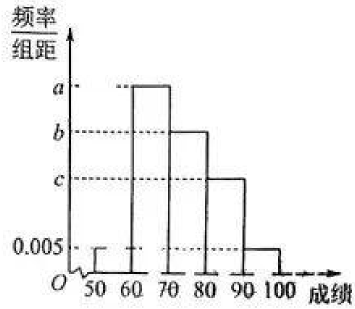
二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分。

9．已知函数 $f(x)=\begin{cases}\text{[illegible]}, & x\leqslant 1,\\ \text{[illegible]}, & x>1,\end{cases}$ 则下列结论正确的是

A．$f(0)<f(3)$　　B．$f(x)$ 为增函数

C．$f(x)$ 的值域为 $(0,+\infty)$　　D．方程 $f(x)=a$ 最多有两个解

10．某市组织全市高中学生进行知识竞赛，为了解学生知识掌握情况，从全市随机抽取了 100 名学生，将他们的成绩（单位：分）分成 5 组：[50,60)，[60,70)，[70,80)，[80,90)，[90,100]，得到如图所示的频率分布直方图，已知图中未知的数据 a,b,c 成等差数列，成绩落在[60,70) 内的人数为 40．从分数在[70,80) 和[80,90) 的两组学生中采用分层抽样的方法抽取 5 人，再从这 5 人中抽取 3 人，记 3 人中成绩在[80,90) 内的人数为 ξ，设事件 $A=$“至少 1 人成绩在[80,90) 内”，事件 $B=$“3 人成绩均在[70,80) 内”．



则下列结论正确的是

A．$b=0.03$

B．$E(\xi)=\dfrac{6}{5}$

C．A 与 B 是互斥事件，但不是对立事件

D．估计该市学生知识竞赛成绩的中位数不高于 72 分

11．已知圆柱 O_1O_2 的轴截面是正方形 $ABCD$，AB 为底面圆 O_1 的直径，点 E 在圆 O_1 上，点 F 在圆 O_2 上，且 E,F 不在平面 $ABCD$ 内．若 A,E,C,F 四点共面，则

A．直线 $BE//$ 平面 ADF　　B．直线 $BD\perp$ 平面 $AECF$

C．平面 $ADF//$ 平面 BCE　　D．平面 $BEF\perp$ 平面 $AECF$

12．已知$\triangle ABP$的顶点 P 在圆 C $(x-3)^2+(y-4)^2=81$上，顶点 A,B 在圆 $O:x^2+y^2=4$ 上．若 $|AB|=2\sqrt{3}$，则

A．$\triangle ABP$ 的面积的最大值为$15\sqrt{3}$

B．直线 PA 被圆 C 截得的弦长的最小值为 $4\sqrt{2}$

C．有且仅有一个点 P，使得$\triangle ABP$ 为等边三角形

D．有且仅有一个点 P，使得直线 PA,PB 都是圆 O 的切线

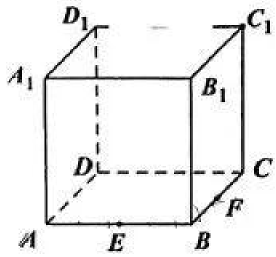
三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,0)$，$\boldsymbol{b}=(-1,\sqrt{3})$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 的夹角为______．

14．$(x-2)(1-\frac{2}{x})^5$ 的展开式中的常数项为________．

15．已知抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F，过点 $P(-1,0)$ 的直线 l 与 C 交于不同的两点 M,N．若 $|NF|=2|PF|$，则 $|MF|=$________．

16．如图，棱长为 2 的正方体容器 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E,F 分别是棱 AB,BC 的中点，在 E,F,C_1 处各有 1 个小孔（孔的大小忽略不计），则该容器可装水的最大体积为________．



四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17．（10 分）

数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，且 $a_{n+1}=\dfrac{a_n}{a\ \ +1}$．

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）令 $b_n=\dfrac{2^n}{a_n}$，记数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，求 S_8．

18.（12分）

泉州是历史文化名城、东亚文化之都，是联合国认定的“海上丝绸之路”起点．著名的“泉州十八景”是游客的争相打卡点，泉州文旅局调查打卡十八景游客，发现 90%的人至少打卡两个景点．为提升城市形象，泉州文旅局为大家准备了 4 种礼物，分别是世遗泉州金属书签、闽南古厝徽章、开元寺祈福香包、小关公陶瓷摆件．若打卡十八景游客至少打卡两个景点，则有两次抽奖机会；若只打卡一个景点，则有一次抽奖机会．每次抽奖可随机获得 4 种礼物中的 1 种礼物．假设打卡十八景游客打卡景点情况相互独立．

（1）从全体打卡十八景游客中随机抽取 3 人，求 3 人抽奖总次数不低于 4 次的概率；

（2）任选一位打卡十八景游客，求此游客抽中开元寺祈福香包的概率．

19．（12 分）

$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且满足 $c\cos B+(b+2a)\cos C=0$．

（1）求 C；

（2）若 CD 平分 $\angle ACB$，且 $AD=2DB$，$CD=2$，求 $\triangle ABC$ 的面积．

20．（12 分）

已知函数 $f(x)=(x-2)(ae^x-x)$．

（1）当 $a=4$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

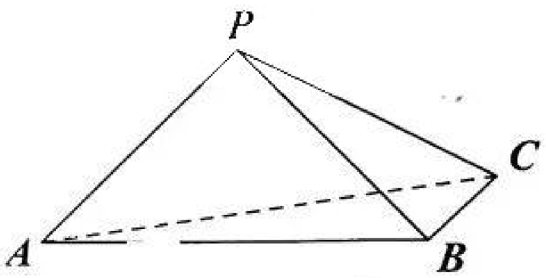
（2）讨论 $f(x)$ 的单调性．

21．（12 分）

如图，三棱锥 $P-ABC$ 中，$PA\perp PB$，$PA=PB$，$AB=2BC=2$，平面 $PAB\perp$ 平面 ABC．

（1）求三棱锥 $P-ABC$ 的体积的最大值；

（2）求二面角 $P-AC-B$ 的正弦值的最小值．



22．（12 分）

已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，上、下顶点分别为 A,B．圆 $O:x^2+y^2=2$ 与 x 轴正半轴的交点为 P，且 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=-1$．

（1）求 E 的方程；

（2）直线 l 与圆 O 相切且与 E 相交于 M,N 两点，证明：以 MN 为直径的圆恒过定点．