

晋中市 2023 年 5 月普通高等学校招生模拟考试

数学试题 B 卷答案

1. A $N = \{x | -2 < x < 3\}$, 易得 $M \cap N = \{x | -2 < x < 2\}$.
2. C $z_1 = e^{i\frac{\pi}{3}} = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, $z_2 = e^{i\frac{\pi}{6}} = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$, 则 $z_1 z_2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right) = i$.
3. D $\because \cos \theta = \frac{m \cdot n}{|m||n|} = -\frac{1}{2}, \therefore \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}, \therefore |m \times n| = |m||n| \sin \theta = \sqrt{3}$.
4. A 齐王的上中下等马依次记为 A, B, C, 田忌的上中下等马依次记为 a, b, c, 共有 $3 \times 3 = 9$ 种比赛方案, 其中田忌获胜的情况有 (a, B), (a, C), (b, C) 3 种, 故为 $\frac{1}{3}$.
5. C 由三角函数概念可得.
6. B $\because \tan \alpha = 2, \therefore \sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 且 $\alpha > \frac{\pi}{4}, \therefore \sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{2}}{2}, \therefore \alpha + \beta = \frac{3\pi}{4}$,
故 $\cos \beta = \cos\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right) = \cos \frac{3\pi}{4} \cos \alpha + \sin \frac{3\pi}{4} \sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$.
7. C 取 AB 中点 O, $\vec{PA} \cdot \vec{PB} = (\vec{PO} + \vec{OA}) \cdot (\vec{PO} + \vec{OB}) = \vec{PO}^2 - \vec{OA}^2 = \vec{PO}^2 - 1$, 又 $\vec{PO}_{\max}^2 = 9$, 故 $\vec{PA} \cdot \vec{PB}_{\max} = 8$.
8. D 只需比较 $\frac{1}{2} \ln 2, \frac{1}{e} \ln e, \frac{1}{3} \ln 3$ 的大小, 令 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, 易得 $f(x)$ 在 $(0, e)$ 单调递增, $(e, +\infty)$ 单调递减, 又 $\frac{1}{2} \ln 2 = \frac{1}{4} \ln 4$, 故 $\frac{1}{2} \ln 2 < \frac{1}{3} \ln 3 < \frac{1}{e} \ln e$, 即 $a < c < b$.
9. BD 利用相互独立事件的定义验证即可.
10. ABC 当另外两所学校都小于或等于 71% 时, 中位数为 $\frac{75\% + 77\%}{2} = 76\%$; 当另外两所学校都大于或等于 85% 时, 中位数为 $\frac{80\% + 82\%}{2} = 81\%$, 故中位数的取值区间 $[76\%, 81\%]$.
11. AB 令 $t = f(x)$, 则 $t^2 - \frac{2}{e}t + a = 0$, 易得 $f(x)$ 在 $(0, \frac{1}{e}), (1, +\infty)$ 上单调递增, 在 $(\frac{1}{e}, 1)$ 上单调递减, 且 $f(\frac{1}{e}) = \frac{1}{e}, f(1) = 0$, 令 $h(t) = t^2 - \frac{2}{e}t + a, \Delta = \frac{4}{e^2} - 4a$.
当 $a > \frac{1}{e^2}, \Delta < 0, h(t) > 0$ 恒成立, 故 $f(x)$ 无实根;
当 $a = \frac{1}{e^2}, \Delta = 0$, 此时 $t = \frac{1}{e}$, 故 $f(x)$ 有两个不等实根;
当 $a < \frac{1}{e^2}, \Delta > 0, h(t) = 0$ 有两个不等实根 t_1, t_2 , 不妨取 $t_1 < t_2$, 则 $t_1 + t_2 = \frac{2}{e}, t_1 t_2 = a$, 则必有 $t_1 < \frac{1}{e}, t_2 > \frac{1}{e}$,
 $f(x) = t_1$ 可能有 0, 1 或 3 个根, $f(x) = t_2$ 有 1 个根, 故有 1, 2 或 4 个根.
12. ABC 对于 A: 圆心 (a, e^a) , 半径为 1, 过 $(0, 0)$, 即 $a^2 + (e^a)^2 = 1$, 即 $y = e^x$ 与 $x^2 + y^2 = 1$ 交点个数, 显然有 2 个;
对于 B: 即 $|a| = 1$ 或 $|e^a| = 1$ 的解的个数, 则 $a = \pm 1$ 或 $a = 0$, 共 3 解; 对于 C: $y = ex$ 过圆心, $\therefore e^a = ea$, 令 $f(a) = e^a - ea$, 求导可得 $f(a)$ 在 $(-\infty, 1)$ 上单调递减, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增, 又 $f(1) = 0$, 故有一解; 对于 D: 即 $2\sqrt{1-a^2} = 2\sqrt{1-(e^a)^2}$, 即 $a^2 = (e^a)^2$, 即 $e^a = \pm a$, 即 $y = e^x$ 与 $y = \pm x$ 的交点个数, 共 1 个.
13. 解析: $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y} \right) (x+1+2y) = \frac{1}{2} \left(3 + \frac{2y}{x+1} + \frac{x+1}{y} \right) \geq \frac{1}{2} (3 + 2\sqrt{2})$, 当且仅当 $\frac{2y}{x+1} = \frac{x+1}{y}$, 即 $x = 2\sqrt{2} - 3, y = 2 - \sqrt{2}$ 时取得最小值.
答案: $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$
14. 解析: 将这些数字分组, 记 $A = \{0, 3, 6, 9\}, B = \{1, 4, 7\}, C = \{2, 5, 8\}$, 从而和为 3 的倍数的情况共有 $C_4^3 + C_3^3 + C_3^3 + C_3^3 C_3^1 = 42$ 种.
答案: 42
15. 解析: 设 $\triangle BCD$ 和 $\triangle ABD$ 的外心分别为 O_1, O_2 , 过 O_1 作平面 BCD 的垂线 l_1 , 过 O_2 作平面 ABD 的垂线 l_2 (图略), 则四面体 $A-BCD$ 的外接球的球心 O 为直线 l_1 和 l_2 的交点, 设 BD 中点为 M , 则四边形 $MO_1 O_2$ 为矩形, 且

$O_1M = \frac{\sqrt{3}}{2}, O_2M = \frac{\sqrt{3}}{6}, \therefore$ 四面体 $A-BCD$ 的外接球的半径 $R = OD = \sqrt{OM^2 + DM^2} = \sqrt{O_1M^2 + O_2M^2 + DM^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{13}{12}}$, 故四面体外接球的表面积为 $S = 4\pi R^2 = \frac{13}{3}\pi$.

答案: $\frac{13}{3}\pi$

16. 解析: $\triangle A_1A_2P$ 的外接圆半径为 $r = \frac{2a}{2\sin \frac{\pi}{6}} = 2a$, 当该圆与直线 $x = \frac{c}{a}$ 相切或相交时满足题意, 故 $\frac{c}{a} \leq 2a$, 即 $1 < e \leq \sqrt{2}$.

答案: $(1, \sqrt{2}]$

17. (1) 证明: 连接 AG 并延长交 PD 于 H , $\therefore G$ 为 $\triangle PAD$ 的重心, $\therefore \frac{AG}{GH} = \frac{2}{1}$. 又 $\triangle AFB \sim \triangle EFD$, $\therefore \frac{AF}{FE} = \frac{AB}{DE} = \frac{2}{1}$,

$\therefore \frac{AG}{GH} = \frac{AF}{FE}, \therefore GF \parallel HE$ 2 分

又 $GF \subset$ 平面 $PCD, HE \subset$ 平面 $PCD, \therefore GF \parallel$ 平面 PCD 4 分

(2) 解: 连接 PG 并延长交 AD 于 O , 显然 O 为 AD 的中点. 因为平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, 平面 $PAD \cap$ 平面 $ABCD = AD$, 又 $PO \perp AD, \therefore PO \perp$ 平面 $ABCD$ 5 分

取 BC 中点 M , 以 O 为坐标原点, OA, OM, OP 分别为 x 轴, y 轴, z 轴建立如图所示空间直角坐标系, 则 $PO = 2$, 于是,

$A(2, 0, 0), D(-2, 0, 0), P(0, 0, 2), G\left(0, 0, \frac{2}{3}\right), B(2, 2\sqrt{2}, 0)$,

于是 $\vec{AG} = \left(-2, 0, \frac{2}{3}\right)$, 6 分

$\vec{PB} = (2, 2\sqrt{2}, -2), \vec{PD} = (-2, 0, -2)$,

设平面 PBD 的法向量为 $\mathbf{n} = (x, y, z)$, 则

$$\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \vec{PB} = 0, \\ \mathbf{n} \cdot \vec{PD} = 0, \end{cases} \therefore \begin{cases} 2x + 2\sqrt{2}y - 2z = 0, \\ -2x - 2z = 0, \end{cases} \therefore \begin{cases} y = \sqrt{2}z, \\ x = -z, \end{cases} \text{不妨取 } z = 1,$$

则 $\mathbf{n} = (-1, \sqrt{2}, 1)$, 8 分

$\therefore \cos \langle \vec{AG}, \mathbf{n} \rangle = \frac{\vec{AG} \cdot \mathbf{n}}{|\vec{AG}| |\mathbf{n}|} = \frac{\sqrt{10}}{5}$, 9 分

$\therefore AG$ 与平面 PBD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{5}$ 10 分

18. (1) 证明: $2S_n = na_n, 2S_{n+1} = (n+1)a_{n+1}$, 作差得: $(n-1)a_{n+1} = na_n$.

$n \geq 2$ 时, $(n-2)a_n = (n-1)a_{n-1}$, 作差得: $(n-1)a_{n+1} + (n-1)a_{n-1} = (2n-2)a_n$,

又 $n-1 \neq 0, \therefore a_{n+1} + a_{n-1} = 2a_n$, 故数列 $\{a_n\}$ 是等差数列.

$n=1$ 时, $2a_1 = a_1, \therefore a_1 = 0$. 又 $a_2 = 1$, 故 $d=1, \therefore a_n = n-1$ 6 分

(2) 解: 若选①, 则 $b_n = (n-1) \cdot 2^n$, 故 $T_n = 0 + 1 \times 2^2 + 2 \times 2^3 + \dots + (n-1) \times 2^n$,

$2T_n = 0 + 1 \times 2^3 + 2 \times 2^4 + \dots + (n-1) \times 2^{n+1}$.

作差: $-T_n = 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^n - (n-1) \times 2^{n+1}$ 9 分

$$= \frac{2^2(1-2^{n-1})}{1-2} - (n-1) \times 2^{n+1} = (2-n) \times 2^{n+1} - 4,$$

$\therefore T_n = (n-2) \times 2^{n+1} + 4$ 12 分

若选②, 则 $b_n = (-1)^n(n-1) + 2^n$.

若 n 为偶数: $T_n = -0 + 1 - 2 + 3 - \dots - (n-2) + (n-1) + \frac{2(1-2^n)}{1-2}$

$$= 1 \times \frac{n}{2} + 2^{n+1} - 2 = 2^{n+1} - 2 + \frac{n}{2}; \dots \dots \dots 9 \text{ 分}$$

若 n 为奇数: $T_n = -0 + 1 - 2 + 3 - \dots - (n-3) + (n-2) - (n-1) + \frac{2(1-2^n)}{1-2}$

$$= 1 \times \frac{n-1}{2} - (n-1) + 2^{n+1} - 2 = 2^{n+1} - \frac{3}{2} - \frac{n}{2},$$

故 $T_n = \begin{cases} 2^{n+1} - 2 + \frac{n}{2}, & \text{当 } n \text{ 为偶数,} \\ 2^{n+1} - \frac{3}{2} - \frac{n}{2}, & \text{当 } n \text{ 为奇数.} \end{cases} \dots \dots \dots 12 \text{ 分}$

若选③, 则 $b_n = \frac{2}{(n+2)n} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}$ 8分

故 $T_n = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{n-2} - \frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}$
 $= 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}$ 12分

19. 解: (1) $\because C = \pi - (A+B), \therefore \sin C = \sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$. 又 $\sin C = 2 \cos A \sin(B + \frac{\pi}{3}) =$

$2 \cos A (\frac{1}{2} \sin B + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos B) = \cos A \sin B + \sqrt{3} \cos A \cos B, \therefore \sin A \cos B = \sqrt{3} \cos A \cos B, \therefore \cos B (\sin A - \sqrt{3} \cos A) = 0,$

$\therefore \cos B = 0$ 或 $\sin A - \sqrt{3} \cos A = 0$ 4分

若 $\cos B = 0$, 则 $B = \frac{\pi}{2}$, 与 $\triangle ABC$ 为锐角三角形矛盾, 舍去. 5分

从而 $\sin A - \sqrt{3} \cos A = 0$, 即 $A = \frac{\pi}{3}$ 6分

(2) 由(1)知 $\cos A = \frac{1}{2} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{(b+c)^2 - 2bc - a^2}{2bc} = \frac{36 - 2bc - a^2}{2bc}$.

化简得 $a^2 = 36 - 3bc$ 7分

又 $b+c \geq 2\sqrt{bc}, \therefore bc \leq 9$, 当且仅当 $b=c=3$ 时取等号. 8分

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} a \cdot AD = \frac{1}{2} bc \sin A, \therefore AD = \frac{\sqrt{3}bc}{2a}$ 10分

$\therefore AD^2 = \frac{3(bc)^2}{4a^2} = \frac{3(bc)^2}{4(36-3bc)} = \frac{3}{4(\frac{36}{(bc)^2} - \frac{3}{bc})} \leq \frac{3}{4(\frac{36}{9^2} - \frac{3}{9})} = \frac{27}{4}, \therefore AD \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

故 AD 长的最大值为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 12分

20. 解: (1) 由题可知 $X \sim B(5, \frac{2}{3})$, (或者列出分布列) 2分

于是 $E(X) = 5 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}, D(X) = 5 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{10}{9}$ 4分

(2) 法一: 由题可知 $P_1 = \frac{1}{3}, P_2 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{9}$ 6分

$n \geq 3$ 时 $P_n = \frac{1}{3} P_{n-1} + \frac{2}{3} P_{n-2}$ 8分

也即 $P_n + \frac{2}{3} P_{n-1} = P_{n-1} + \frac{2}{3} P_{n-2}$.

$\therefore \{P_n + \frac{2}{3} P_{n-1}\}$ 为常数数列, 且 $P_n + \frac{2}{3} P_{n-1} = P_2 + \frac{2}{3} P_1 = \frac{7}{9} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = 1 (n \geq 2)$ 10分

$\therefore P_n - \frac{3}{5} = -\frac{2}{3} (P_{n-1} - \frac{3}{5}), \therefore \{P_n - \frac{3}{5}\}$ 是以 $P_1 - \frac{3}{5} = -\frac{4}{15}$ 为首项, $-\frac{2}{3}$ 为公比的等比数列.

$\therefore P_n - \frac{3}{5} = -\frac{4}{15} \times (-\frac{2}{3})^{n-1}, \therefore P_n = \frac{3}{5} - \frac{4}{15} \times (-\frac{2}{3})^{n-1}$ 12分

法二: 由题可知 $P_1 = \frac{1}{3}, P_2 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{9}$ 6分

$n \geq 3$ 时 $P_n = \frac{1}{3} P_{n-1} + \frac{2}{3} P_{n-2}$ 8分

也即 $P_n - P_{n-1} = -\frac{2}{3} (P_{n-1} - P_{n-2})$.

$\therefore \{P_n - P_{n-1}\}$ 是以 $P_2 - P_1 = \frac{4}{9}$ 为首项, $-\frac{2}{3}$ 为公比的等比数列. $\therefore P_n - P_{n-1} = \frac{4}{9} \times (-\frac{2}{3})^{n-2} (n \geq 2)$ 10分

$P_{n-1} - P_{n-2} = \frac{4}{9} \times (-\frac{2}{3})^{n-3}$,

.....

$P_2 - P_1 = \frac{4}{9} \times (-\frac{2}{3})^0$.

相加得: $P_n - P_1 = \frac{4}{9} \times \frac{1 - (-\frac{2}{3})^{n-1}}{1 - (-\frac{2}{3})} = \frac{4}{15} - \frac{4}{15} \times (-\frac{2}{3})^{n-1}$,

$\therefore P_n = \frac{3}{5} - \frac{4}{15} \times (-\frac{2}{3})^{n-1}$ 12分

21. 解: (1) 将 $x=c$ 代入 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 得 $y = \pm \frac{b^2}{a}$, 故 $\frac{2b^2}{a} = 3$, 又 $a^2 - b^2 = 1$, 解得

$a^2 = 4, b^2 = 3$, \therefore 椭圆方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 4分

(2) 由题可知直线 CD 斜率不为 0, 设直线 CD 的方程为 $x = my - 1$,

联立 $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1, \\ x = my - 1, \end{cases}$ 消去 x 得 $(3m^2 + 4)y^2 - 6my - 9 = 0$.

设 $C(x_1, y_1), D(x_2, y_2)$, 于是 $y_1 + y_2 = \frac{6m}{3m^2 + 4}, y_1 y_2 = \frac{-9}{3m^2 + 4}$ 6分

由(1)知 $k_1 = \frac{y_1}{x_1 + 2}, k_2 = \frac{y_2}{x_2 - 2}$.

计算 $\frac{k_2}{k_1} = \frac{\frac{y_2}{x_2 - 2}}{\frac{y_1}{x_1 + 2}} = \frac{y_2(x_1 + 2)}{y_1(x_2 - 2)} = \frac{y_2(my_1 + 1)}{y_1(my_2 - 3)} = \frac{my_1 y_2 + y_2}{my_1 y_2 - 3y_1} = \frac{-\frac{3}{2}(y_1 + y_2) + y_2}{-\frac{3}{2}(y_1 + y_2) - 3y_1} = \frac{-\frac{3}{2}y_1 - \frac{1}{2}y_2}{-\frac{9}{2}y_1 - \frac{3}{2}y_2} = \frac{1}{3}$.

即 $k_1 = 3k_2$ 10分

显然 $k_1 > 0, k_2 > 0$, $\therefore k_1 + \frac{1}{k_2} = 3k_2 + \frac{1}{k_2} \geq 2\sqrt{3}$, 当且仅当 $3k_2 = \frac{1}{k_2}$, 即 $k_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 时取最小值 $2\sqrt{3}$ 12分

22. 解: (1) 由题意得 $f'(x) = \frac{2}{x} - a + \frac{3}{ax^2} = \frac{-a^2 x^2 + 2ax + 3}{ax^2} = \frac{-(ax-3)(ax+1)}{ax^2} (x > 0)$,

令 $f'(x) = 0$, 得两根为 $\frac{3}{a}$ 和 $-\frac{1}{a}$ 2分

当 $a > 0$ 时, 令 $f'(x) > 0$, 得 $0 < x < \frac{3}{a}$, 令 $f'(x) < 0$, 得 $x > \frac{3}{a}$, 于是 $f(x)$ 在 $(0, \frac{3}{a})$ 上单调递增, 在 $(\frac{3}{a}, +\infty)$ 上单调递减; 3分

当 $a < 0$ 时, 令 $f'(x) > 0$, 得 $x > -\frac{1}{a}$, 令 $f'(x) < 0$, 得 $0 < x < -\frac{1}{a}$, 于是 $f(x)$ 在 $(0, -\frac{1}{a})$ 上单调递减, 在 $(-\frac{1}{a}, +\infty)$ 上单调递增. 4分

(2) 由题意得 $g(x) = 2\ln x - ax + x^2 (x > 0)$, 则 $g'(x) = \frac{2}{x} - a + 2x = \frac{2x^2 - ax + 2}{x}$. 令 $h(x) = 2x^2 - ax + 2$, 则 $h(x)$

有两个不等正根 x_1, x_2 , 于是 $\Delta = a^2 - 16 > 0$, 即 $a > 4$, 且 $x_1 + x_2 = \frac{a}{2}, x_1 x_2 = 1$,

于是 $0 < x_1 < 1 < x_2$, 且 $x_2 = \frac{1}{x_1}$ 6分

$g(x_2) - 2g(x_1) = 2\ln x_2 - ax_2 + x_2^2 - 4\ln x_1 + 2ax_1 - 2x_1^2$
 $= 2\ln \frac{1}{x_1} - a \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_1^2} - 4\ln x_1 + 2ax_1 - 2x_1^2 = -2\ln x_1 - \frac{2x_1 + 2x_2}{x_1} + \frac{1}{x_1^2} - 4\ln x_1 + 2(2x_1 + 2x_2)x_1 - 2x_1^2$

$= -6\ln x_1 - \frac{2x_1 + 2x_2}{x_1} + \frac{1}{x_1^2} + 2(2x_1 + 2x_2)x_1 - 2x_1^2 = -6\ln x_1 - \frac{1}{x_1^2} + 2x_1^2 + 2$ 9分

令 $\varphi(x) = -6\ln x - \frac{1}{x^2} + 2x^2 + 2 (0 < x < 1)$, 则

$\varphi'(x) = -\frac{6}{x} + \frac{2}{x^3} + 4x = \frac{4x^4 - 6x^2 + 2}{x^3} = \frac{2(2x^2 - 1)(x^2 - 1)}{x^3}$.

令 $\varphi'(x) > 0$, 则 $x < \frac{\sqrt{2}}{2}$, 于是 $\varphi(x)$ 在 $(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$ 单调递增, 在 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$ 单调递减, 故

$\varphi(x)_{\max} = \varphi(\frac{\sqrt{2}}{2}) = -6\ln \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2} + 2 \times (\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + 2 = 3\ln 2 + 1$ 12分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

