

泸州市高 2020 级第二次教学质量诊断性考试

数 学 (文科)

本试卷分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分. 第 I 卷 1 至 2 页, 第 II 卷 3 至 4 页, 共 150 分. 考试时间 120 分钟.

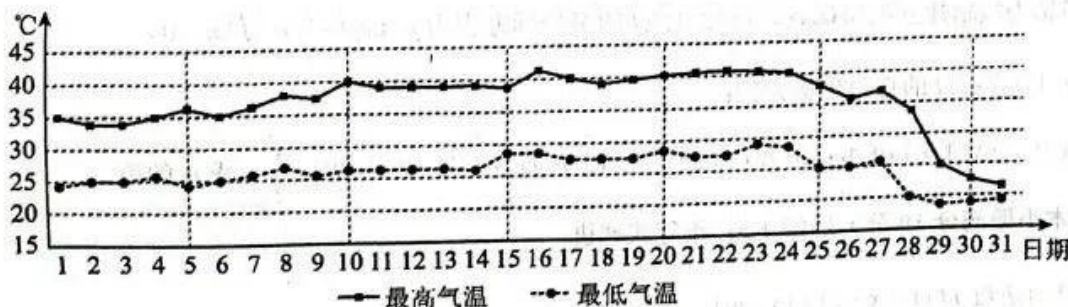
注意事项:

1. 答题前, 先将自己的姓名、准考证号填写在试题和答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题的答案标号涂黑.
3. 填空题和解答题的作答: 用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内, 作图题可先用铅笔绘出, 确认后再用 0.5 毫米黑色签字笔描清楚, 写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.
4. 考试结束后, 请将本试题卷和答题卡一并上交.

第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x < -1\}$, 则 $A \cap B =$
A. $[-2, -1)$ B. $(-1, 2]$ C. $[-2, +\infty)$ D. $(-1, +\infty)$
2. 若 $z = 1 + i$, 则 $\frac{z + \bar{z}}{z}$ 的虚部是
A. -1 B. 1 C. $-i$ D. i
3. 某地区 2022 年夏天迎来近 50 年来罕见的高温极端天气, 当地气象部门统计了八月份每天的最高气温和最低气温, 得到如下图表:

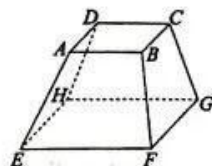


根据图表判断, 以下结论正确的是

- A. 8 月每天最高气温的极差小于 15°C
- B. 8 月每天最高气温的中位数高于 40°C
- C. 8 月前 15 天每天最高气温的方差大于后 16 天最高气温的方差
- D. 8 月每天最高气温的方差大于每天最低气温的方差

二诊数学 (文) 第 1 页 共 4 页

4. 已知抛物线 $C: y^2 = 2x$ 的焦点是 F , 若点 P 是 C 上一点且横坐标为 4, 则 $|PF|$ 的值是
- A. 2 B. 4 C. $\frac{9}{2}$ D. 5
5. 平面 α 与平面 β 平行的充分条件可以是
- A. α 内有无穷多条直线都与 β 平行 B. 直线 $a \parallel \alpha$, $a \parallel \beta$, 且 $a \not\subset \alpha$, $a \not\subset \beta$
- C. α 内的任何一条直线都与 β 平行 D. 直线 $a \subset \alpha$, 直线 $b \subset \beta$, 且 $a \parallel \beta$, $b \parallel \alpha$
6. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq x \\ x + y \leq 1 \\ y \geq -1 \end{cases}$, 则 $z = 2x + y$ 的最大值是
- A. -3 B. $\frac{3}{2}$ C. 5 D. 3
7. 若直线 $y = kx$ 为曲线 $y = \ln x$ 的一条切线, 则实数 k 的值是
- A. e B. e^2 C. $\frac{1}{e}$ D. $\frac{1}{e^2}$
8. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 的周期为 4, 且当 $x \in [-2, 0]$ 时, $f(x) = x^2 - 1$, 则 $f(\frac{2023}{5}) =$
- A. $-\frac{9}{25}$ B. $-\frac{16}{25}$ C. $\frac{9}{25}$ D. $\frac{16}{25}$
9. 已知 $\sin \beta + \cos \beta = \frac{1}{5}$, $\beta \in (0, \pi)$, 则 $\tan \beta$ 的值为
- A. $-\frac{3}{4}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$
10. 《九章算术》中关于“刍童”(上、下底面均为矩形的棱台)体积计算的注释: 将上底面的长乘以二与下底面的长相加, 再与上底面的宽相乘, 将下底面的长乘以二与上底面的长相加, 再与下底面的宽相乘, 把这两个数值相加, 与高相乘, 再取其六分之一. 现有“刍童” $ABCD-EFGH$, 其上、下底面均为正方形, 若 $EF = 2AB = 8$, 且每条侧棱与底面所成角的正切值均为 $3\sqrt{2}$, 则该“刍童”的体积为
- A. 224 B. 448 C. $\frac{224}{3}$ D. 147
11. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一个焦点为 F , 以 F 为圆心, $\sqrt{a^2 + b^2}$ 为半径的圆与双曲线 C 的两条渐近线分别交于 A, B 两点 (异于原点 O), 若四边形 $OAFB$ 为菱形, 则双曲线 C 的离心率等于
- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
12. 已知两个不相等的正实数 x, y 满足 $y \ln \frac{x}{y} = 1 - \frac{y}{x}$, 则下列结论一定正确的是
- A. $x + y = 1$ B. $xy = 1$ C. $x + y > 2$ D. $0 < x + y < 1$





第 II 卷（非选择题 共 90 分）

注意事项：

(1)非选择题的答案必须用 0.5 毫米黑色签字笔直接答在答题卡上，作图题可先用铅笔绘出，确认后再用 0.5 毫米黑色签字笔描清楚，答在试题卷和草稿纸上无效。

(2)本部分共 10 个小题，共 90 分。

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。把答案填在答题纸上）。

13. 若向量 a, b 满足 $|a|=2, |b|=3, |a-b|=4$ ，则 $a \cdot b =$ _____。

14. 写出使“函数 $f(x) = \cos(2x + \varphi)$ 为奇函数”的 φ 的一个取值_____。

15. 已知圆柱的两个底面的圆周都在表面积为 8π 的球面上，若该圆柱的高是底面半径的 2 倍，则该圆柱的侧面积为_____。

16. 在 $\triangle ABC$ 中， $BC=2, AB=2AC, D$ 为 BC 的中点，则 $\tan \angle ADC$ 的最大值为_____。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17. （本小题满分 12 分）

已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=1$ ，且 $a_2, 6a_3, a_1$ 成等差数列。

（I）求 a_n ；

（II）在① $b_n = 2 \log_{\frac{1}{3}} a_n + 1$ ；② $b_n = a_n^2 + 1$ 这两个条件中任选一个作为条件，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分。

18. （本小题满分 12 分）

某企业为合理规划某农产品价格，将该农产品按事先拟定的价格进行试销，得到一组销售数据 (x_i, y_i) ($i=1, 2, 3, 4, 5$)，如下表所示：

试销单价 x (元)	3	4	5	6	7
产品销量 y (件)	20	16	15	12	6

（I）若变量 x, y 具有线性相关关系，求产品销量 y (件) 关于试销单价 x (元) 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ；

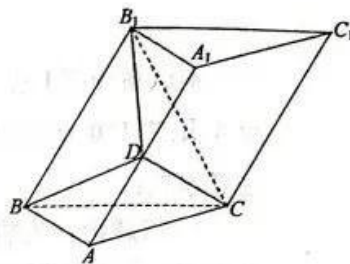
（II）若 $\hat{y}_i$ ($i=1, 2, 3, 4, 5$) 表示用（I）中所求的线性回归方程得到的与 x_i 对应的产品销量的估计值，当销售数据 (x_i, y_i) 对应的残差的绝对值 $|\hat{y}_i - y_i| > 1$ 时，则将销售数据 (x_i, y_i) 称为一个“次数据”。现从 5 个销售数据中任取 2 个，求恰好取到 2 个“次数据”的概率。

（参考数据及公式： $\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 313, \sum_{i=1}^5 x_i^2 = 135$ ，线性回归方程中 $\hat{b}, \hat{a}$ 的最小二乘估计分

$$\text{别为 } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x})$$

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, 侧面 BB_1C_1C 为菱形, 且 $\angle B_1BC = 60^\circ$, 点 D 为棱 A_1A 的中点, $DB_1 = DC$, 平面 $B_1CD \perp$ 平面 BB_1C_1C .



(I) 若 $BB_1 = 2$, $CD = \sqrt{2}$, 求三棱锥 $D-B_1BC$ 的体积;

(II) 设平面 B_1CD 与平面 ABC 的交线为 l , 求证: $l \perp$ 平面 BB_1C_1C .

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{a+1}{2}x^2 + ax$, $a \in (-1, 2)$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的单调减区间;

(II) 已知曲线 $g(x) = \begin{cases} -x^2 + (a^2 - 2)x, & x \leq 0 \\ f(x), & x > 0 \end{cases}$ 在点 $P_i(x_i, g(x_i)) (i=1, 2, 3)$ 处的切线互相平

行, 且 $x_1x_2x_3 \neq 0$, 求证: $x_1 + x_2 + x_3 > -\frac{1}{8}$.

21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦点 $F(-1, 0)$, 点 $P(\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{1}{2})$ 在椭圆 C 上.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 若过点 F 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, 过点 F 与 l 垂直的直线与 C 交于 M, N 两点, 求 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BN}$ 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} \cos \alpha \\ y = \sin \alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数})$. 以坐标原点为极点, x

轴正半轴为极轴建立极坐标系, 已知直线 l 的极坐标方程为 $\rho \sin(\theta - \frac{\pi}{6}) - \sqrt{3}m = 0$.

(I) 写出 l 的直角坐标方程;

(II) 已知点 $P(0, 2m)$, 若 l 与 C 交于 A, B 两点, 且 $|PA| \cdot |PB| = \frac{3}{2}$, 求 m 的值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x+2| + |x-m|$.

(I) 若对 $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geq 3$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围;

(II) 若 $f(x)$ 的最小值为 5, 且正数 a, b, c 满足 $a+3b+4c=m$. 求证: $a^2 + 2ab + 5b^2 + c^2 \geq \frac{1}{2}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线