

保密☆启用前

广州市第六中学2022届高三第一学期期末模拟考试（数学）

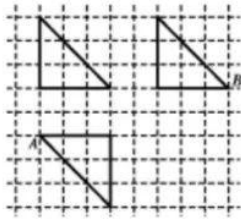
姓名： 得分：

第1卷(选择题)

评卷人	得分

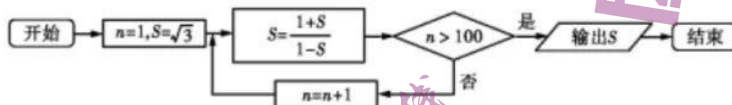
一、选择题(共12题, 每题5分, 共60分)

- 已知全集 $U = \{x \in \mathbb{N} | 0 \leq \log_2 \sqrt{x} \leq 1\}$, 集合 $A = \{x \in \mathbb{N} | 2 \leq 2^x \leq 8\}$, 则 $C_U A =$
 A. $\{x | 3 < x \leq 4\}$ B. $\{4\}$ C. $\{0, 4\}$ D. $\{x | 3 \leq x \leq 4\}$
- 已知复数 $z_1 = \frac{1-i}{1+i}$ 在复平面内对应的点为 Z_1 , 复数 z_2 在复平面内对应的点为 Z_2 , 若向量 $\overrightarrow{Z_1 Z_2}$ 与虚轴垂直, 则 z_2 的虚部为
 A. 0 B. 1 C. -1 D. -i
- 已知函数 $f(x) = 2\sin(\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{3})$, 则 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的单调递增区间为
 A. $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$ B. $[-1, \frac{1}{3}]$ C. $[-1, 1]$ D. $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$
- 已知双曲线方程为 $x^2 - \frac{y^2}{\lambda} = 1$, 则 “ $\lambda = \sqrt{3}$ ” 是 “双曲线离心率为 2” 的
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 在区间 $[0, 2]$ 上随机取两个数 x, y , 若事件 “ $|y - x| \leq a$ ” 发生的概率与事件 “ $x + y \leq 2$ ” 发生的概率相等, 则 a 的值为
 A. 1 B. $2 - \sqrt{2}$ C. 2 D. $2 + \sqrt{2}$
- 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 前 4 项的和为 $a_1 + 14$, 且 $a_2, a_3 + 1, a_4$ 成等差数列, 则 $q =$
 A. 2 或 $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 或 -1 D. 1
- 某三棱锥的三视图如图所示, 其中小正方形的边长均为 1. 三棱锥上的点 M 在俯视图上的对应点为 A , 点 N 在左视图上的对应点为 B , 则线段 MN 长度的最大值为



- A. $3\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{2}$ C. 9 D. 6

8. 执行如图所示的程序框图,则输出的S的值为



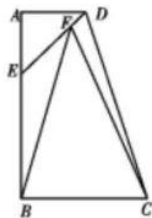
- A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $2-\sqrt{3}$ C. $-2-\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

9. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 点 A 是抛物线 C 上任意一点, AO (O 为坐标原点) 交直线 $x = -1$ 于点 B , AF 交抛物线 C 于另一点 D , 则直线 BD 的斜率为

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

10. 如图, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $|\vec{BA} + \vec{BC}| = |\vec{BA} - \vec{BC}|$, $\vec{BC} = 2\vec{AD}$, $\vec{BE} = -2\vec{AE}$, $|\vec{BE}| = |\vec{BC}|$

$|\vec{BF} \cdot \vec{CF}| = 2$, 若 F 为线段 DE 上的动点, 则 $\vec{BF} \cdot \vec{CF}$ 的最小值为



- A. 1 B. 2 C. 4 D. 3

11. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, 有一个与正方体各个面均相切的球, 平面 $AB'D'$ 截该球所得截面的面积为

- A. $\frac{2}{3}\pi$ B. $\frac{4}{3}\pi$ C. π D. 2π

12. 已知 $f(x), g(x)$ 分别为定义域为 \mathbf{R} 的偶函数和奇函数, 且 $f(x) + g(x) = e^x$, 若关于 x 的不等式 $2f(x) - ag^2(x) \geq 0$ 在 $(0, \ln 2)$ 上恒成立, 则实数 a 的取值范围是

- A. $(-\infty, \frac{40}{9})$ B. $[\frac{40}{9}, +\infty)$ C. $(-\infty, \frac{40}{9}]$ D. $(-\frac{40}{9}, 0)$

第II卷(非选择题)

请点击修改第II卷的文字说明

评卷人	得分

二、填空题(共4题, 每题5分, 共20分)

13. 函数 $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程为_____.

14. 某社区年终活动设置抽奖环节, 方案如下: 准备足够多的写有“和谐”、“和睦”、“复兴”的卡片, 参与者随机逐一抽取四张, 若集齐三种卡片就获奖. 王大爷按规定参与抽奖, 则他直到第四次取出卡片才确定获奖的不同情况种数为_____.

15. 已知直线 $l: (\lambda + 2\mu)x + (\lambda - \mu)y - 4\lambda - 8\mu = 0$ 交 $\odot O: x^2 + y^2 = 25$ 于 A, B 两点, C 为 l 外一动点, 且 $|AC| = 2|BC|$, 当 $|AB|$ 最小时, $\triangle ABC$ 面积的最大值为_____.

16. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, |a_n - a_{n-1}| = n^2 (n \in \mathbb{N}^* \text{ 且 } n \geq 2)$, 数列 $\{a_{2n-1}\}$ 为递增数列, 数列 $\{a_{2n}\}$ 为递减数列, 且 $a_1 > a_2$, 则 $a_{99} =$ _____.

评卷人	得分

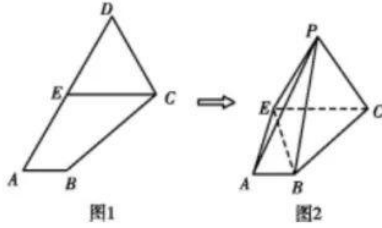
三、解答题(共7题, 每题12分, 共84分)

17. 已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 $a, b, c, C = 120^\circ$.

(1) 若 $a = 2b$, 求 $\tan A$ 的值;

(2) 若 $\angle ACB$ 的平分线交 AB 于点 D , 且 $CD = 1$, 求 $\triangle ABC$ 周长的最小值.

18. 如图1,在平面四边形 $ABCD$ 中, E 是 AD 的中点, $AD=2EC=4AB=4$, $\angle A=\angle D=60^\circ$.将 $\triangle CDE$ 沿 CE 折起,使点 D 到点 P 的位置,得到四棱锥 $P-ABCE$ (如图2),其中平面 $PCE \perp$ 平面 $ABCE$.



- (1) 求证: $BE \perp PC$.
- (2) 求二面角 $P-AB-E$ 的大小.

19. 某地区共有200个村庄,根据扶贫政策的标准,划分为贫困村与非贫困村.为了分析2018年度该地区的GDP(国内生产总值)(单位:万元)情况,利用分层抽样的方法,从中抽取一个容量为20的样本,并绘成如图所示的茎叶图.

非贫困村的GDP	贫困村的GDP
	1 3 8
	2 5 7 8
9	3 1 2 4
9 7 6 4	
7 4 3 2 5	
5 3 2 1 6	

- (1)(i)分别求样本中非贫困村与贫困村的GDP的平均值;
(ii)利用样本平均值来估算该地区2018年度的GDP的总值.
- (2)若从样本中的贫困村中随机抽取4个村进行调研,设 X 表示被调研的村中GDP低于(i)中贫困村GDP平均值的村的个数,求 X 的分布列及数学期望.

20. 已知点 $A(1, e)$ 为椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$

$=1 (a > b > 0)$ 上一点, 其中 e 为椭圆的离心率, 椭圆的长轴长是短轴长的两倍.

(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) B, C (均不与点 A 重合) 是椭圆上关于原点对称的两点, 当 $\triangle ABC$ 的面积最大时, 求直线 BC 的方程.

21. 已知函数 $f(x) = e^x - ax^2 - x - 1$.

(1) 若 $f(x)$ 在定义域内单调递增, 求实数 a 的值;

(2) 若 $f(x)$ 在定义域内有唯一的零点, 求实数 a 的取值范围.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中,直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \sqrt{2} + t\cos\alpha, \\ y = \sqrt{2} + t\sin\alpha \end{cases}$$

(t 为参数, $0 \leq \alpha < \pi$).以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,圆心为 $(\sqrt{2}, \pi)$ 的圆 C 过极点.

- (1)求圆 C 的极坐标方程;
- (2)若直线 l 与圆 C 恰好相切,求 α 的正切值.

23. 已知函数 $f(x) = |x-2| + |x-a|$ ($a \in \mathbf{R}, a > 0$)的最小值为2.

- (1)求不等式 $f(x) \leq 4$ 的解集;
- (2)记(1)中不等式的解集为 $[a, \beta]$,若正实数 x, y 满足 $x+y=a$,求 $\frac{a}{x} + \frac{\beta}{y}$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线