

樟树中学、丰城九中、宜春一中、万载中学

高安二中、宜丰中学、奉新一中、宜春九中

2023 届高三第一次联考文科数学试卷

命题：万载中学 命题人：张金荣 审题人：杜雅琴

考试时间：120 分钟 分值：150 分

一、单选题（60 分）

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid |x| < 3\}$, $B = \{x \mid -2 < x \leq 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $[0, 2]$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{0, 1\}$

2. 已知复数 z 在复平面上对应的点为 $(2, -1)$, 则 ()

A. z 的虚部为 $-i$ B. $|z| = 5$ C. $\bar{z} = -2 - i$ D. $z - 2$ 是纯虚数

3. 若非零向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = 3|\vec{b}|$, $(2\vec{a} + 3\vec{b}) \perp \vec{b}$, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 ()

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

4. 福利彩票“双色球”中红球的号码可以从 01, 02, 03, ..., 32, 33 这 33 个两位号码中选取, 小明利用如下所示的随机数表选取红球的 6 个号码, 选取方法是从第 1 行第 9 列的数字开始, 从左到右依次读取数据, 则第四个被选中的红色球号码为 ()

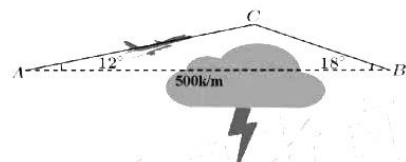
第 1 行: 2 9 7 6 3 4 1 3 2 8 4 1 4 2 4 1

第 2 行: 8 3 0 3 9 8 2 2 5 8 8 8 2 4 1 0

第 3 行: 5 5 5 6 8 5 2 6 6 1 6 6 8 2 3 1

A. 10 B. 22 C. 24 D. 26

5. 如图, 一架飞机从 A 地飞往 B 地, 两地相距 500km. 飞行员为了避开某一区域的雷雨云层, 从 A 点起飞以后, 就沿与原来的飞行方向 AB 成 12° 角的方向飞行, 飞行到中途 C 点, 再沿与原来的飞行方向 AB 成 18° 角的方向继续飞行到终点 B 点. 这样飞机的飞行路程比原来的路程 500km 大约多飞了 () ($\sin 12^\circ \approx 0.21$, $\sin 18^\circ \approx 0.31$)



A. 10km B. 20km
C. 30km D. 40km

6. 已知函数 $f(x-1)$ 为偶函数, 且函数 $f(x)$ 在 $[-1, +\infty)$ 上单调递增, 则关于 x 的不等式 $f(1-2^x) < f(-7)$ 的解集为 ()

试卷第 1 页, 共 4 页

- A. $(-\infty, 3)$ B. $(3, +\infty)$ C. $(-\infty, 2)$ D. $(2, +\infty)$

7. 若直线上存在到曲线 T 上一点的距离为 d 的点, 则称该直线为曲线 T 的 d 距离可相邻直线. 已知直线 l :

$3x - 4y + m = 0$ 为圆 $C: (x-1)^2 + (y+4)^2 = 9$ 的 2 距离可相邻直线, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $[-24, 14]$ B. $(-\infty, -24] \cup [14, +\infty)$
C. $[-44, 6]$ D. $(-\infty, -44] \cup [6, +\infty)$

8. 已知函数 $f(x) = 2\sin(2x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \pi$) 满足 $f(0) = 1$, 且 $f(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ 上单调, 则 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的值域为 ()

- A. $[-1, 1]$ B. $[-2, 1]$ C. $[-1, 2]$ D. $[-\sqrt{3}, 2]$

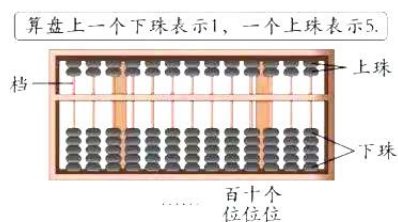
9. 抛物线的光学性质是: 从抛物线焦点出发的光线经抛物线反射后, 反射光线与抛物线对称轴平行. 已知 F 、 $A(3, 2)$ 分别为抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点和内侧一点, 抛物线上存在点 P 使得 $|PF| + |PA| = 5$, 则实数 p 的取值范围是 ()

- A. $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right]$ B. $(4, +\infty)$ C. $\left[\frac{2}{3}, 4\right]$ D. $\left(\frac{2}{3}, 4\right]$

10. 在三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB = AC = BD = CD = BC = 4$, 平面 α 经过 AC 的中点 E , 并且与 BC 垂直, 则 α 截此三棱锥所得的截面面积的最大值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

11. 算盘是中国传统的计算工具, 东汉徐岳所撰的《数术记遗》中记载: “珠算, 控带四时, 经纬三才.” 用如图所示的算盘表示数时, 约定每档中有两粒算珠 (上珠中最上面的一粒和下珠中最下面的一粒) 不使用. 如果一个数在算盘上能够用个位、十位和百位这三档中不同档的 2 粒算珠表示, 则这个数能够被 3 整除的概率是 ()



- A. $\frac{2}{9}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

12. 若函数 $f(x) = (x-1)^2 + a \ln x$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$, 则 $f(x_2)$ 的取值范围为 ()

- A. $\left(\frac{1-2\ln 2}{4}, 0\right)$ B. $\left(\frac{1-\ln 2}{4}, 0\right)$ C. $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ D. $\left(-\frac{1}{4}, 0\right)$

二、填空题 (20 分)

13. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+1 \geq 0 \\ x+2y-2 \geq 0 \\ x-1 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z=2x-y$ 的最大值为_____.

14. 在三角形 ABC 中, $B = \frac{\pi}{3}$, $\angle BAC$ 的平分线 AD 交 BC 于 D , 且 $AD=3$, $BD=2$, 则 $\cos C =$ _____.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $a_2=2$, $a_{n+2}-a_n=(-1)^n+2$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 30 项和为_____.

16. 设 F_1, F_2 同时为椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 与双曲线 $C_2: \frac{x^2}{a_1^2} - \frac{y^2}{b_1^2} = 1 (a_1 > 0, b_1 > 0)$ 的左、右焦点, 设椭圆 C_1 与双曲线 C_2 在第一象限内交于点 M , 椭圆 C_1 与双曲线 C_2 的离心率分别为 e_1, e_2 , O 为坐标原点, 若 $|F_1F_2| = 4|MF_2|$, 则 e_1e_2 的取值范围是_____.

三、解答题

17. (12 分) 设 S_n 是等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 公比 $q > 1$, 且 $a_2 + a_3 + a_4 = 39$, $a_3 + 6$ 是 a_2 与 a_4 的等差中项.

(1) 求 S_n ;

(2) 是否存在常数 λ , 使得数列 $\{S_n + \lambda\}$ 为等比数列? 若存在, 求 λ 的值; 若不存在, 请说明理由.

18. (12 分) 一所中学组织学生对某线下某实体店 2022 年部分月份的月利润情况进行调查统计, 得到的数据如下:

月份 x	2	4	6	8	10	12
净利润 y (万元)	0.9	2.0	4.2	3.9	5.2	5.1
$\lambda = \ln x$	0.7	1.4	1.8	2.1	2.3	2.5
$\mu = \sqrt{x}$	1.4	2.0	2.4	2.8	3.2	3.5

根据散点图, 准备用① $y = a \ln x + b$ 或② $y = c\sqrt{x} + d$ 建立 y 关于 x 的回归方程.

(1) 用线性相关系数说明上面的两种模型哪种适宜作为 y 关于 x 的回归方程?

(2) 由参考数据, 根据 (1) 的判断结果, 求 y 关于 x 的回归方程 (精确到 0.1).

附: 对于一组数据 $(u_i, v_i) (i=1, 2, 3, \dots, n)$, 其回归直线 $v = \alpha + \beta u$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为

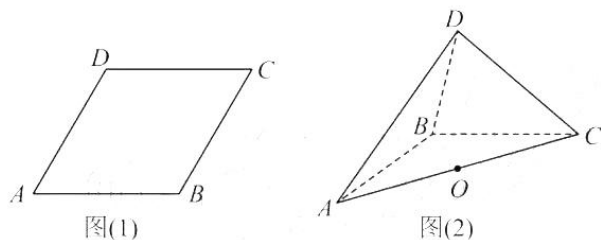
$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})}{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}, \quad \hat{\alpha} = \bar{v} - \hat{\beta} \bar{u}, \quad \text{相关系数 } r = \frac{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2 \sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2}}.$$

参考数据: $\bar{x} = 7$, $\bar{y} = 3.55$, $\bar{\lambda} = 1.80$, $\bar{\mu} = 2.55$, $\sum_{i=1}^6 (\lambda_i - \bar{\lambda})^2 = 2.20$,

$$\sum_{i=1}^6 (\mu_i - \bar{\mu})^2 = 2.89, \quad \sum_{i=1}^6 (y_i - \bar{y})(\lambda_i - \bar{\lambda}) = 5.55, \quad \sum_{i=1}^6 (y_i - \bar{y})(\mu_i - \bar{\mu}) = 6.32,$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^6 (y_i - \bar{y})^2 \sum_{i=1}^6 (\lambda_i - \bar{\lambda})^2} = 5.76, \quad \sqrt{\sum_{i=1}^6 (y_i - \bar{y})^2 \sum_{i=1}^6 (\mu_i - \bar{\mu})^2} = 6.61.$$

19. (12分) 如图(1), 已知边长为2的菱形 $ABCD$ 中 $\angle DAB = 60^\circ$, 沿对角线 BD 将其翻折, 使 $\angle ABC = 90^\circ$, 设此时 AC 的中点为 O , 如图(2).



(1) 求证: $DO \perp$ 平面 ABC ;

(2) 求点 A 到平面 BCD 的距离.

20. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$, 其右焦点为 $F(\sqrt{3}, 0)$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 椭圆 C 的右顶点为 A , 若点 P, Q 在椭圆 C 上, 且满足直线 AP 与 AQ 的斜率之积为 $\frac{1}{20}$, 求 $\triangle APQ$ 面积的最大值.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = 2e^{2x} - a(2x+1)\ln(2x+1)$.

(1) 当 $a = 2$ 时, 研究函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, $f(x) \geq 2\cos^2 x - 2(a-2)x$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

22. (10分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 以 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l_1 与曲线 C 的极

坐标方程分别为 $\rho \cos \theta = 2$, $\rho = 4 \sin \theta$, 点 P 的极坐标为 $(4, \frac{\pi}{4})$.

(1) 求直线 l_1 以及曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 在极坐标系中, 已知射线 $l_2: \theta = \alpha (0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$ 与 l_1, C 的公共点分别为 A, B , 且 $|OA| \cdot |OB| = 16 + 8\sqrt{3}$, 求 $\triangle POB$ 的面积.

23. (10分) 已知函数 $f(x) = |x+2| + |1+x|$.

(1) 求不等式 $f(x) \leq 4$ 的解集;

(2) 函数 $f(x)$ 最小值为 k , $\frac{3}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = k (a > 0, b > 0, c > 0)$, 求 $3a + 2b + c$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线