



金太阳大联考

高三数学考试(文科)

本试题卷共 23 小题,时量 120 分钟,满分 150 分。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5\}$, 则 $A \cap \complement_U B =$

- A. $\{2, 4\}$ B. $\{4, 6\}$ C. $\{2, 3, 6\}$ D. $\{2, 4, 6\}$

2. 设 $z = \frac{5}{2+i}$, 则 $|z| =$

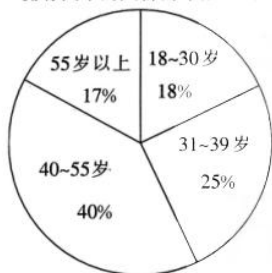
- A. 3 B. $2\sqrt{5}$ C. $\sqrt{5}$ D. 5

3. 已知函数 $f(x) = x^2 - ax + \ln x$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线斜率为 1, 则 $a =$

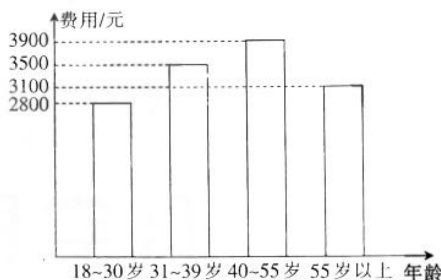
- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

4. 某统计机构对 1000 名拥有汽车的人进行了调查,对得到的数据进行整理并制作了如图所示的统计图表,下列关于样本的说法正确的是

拥有汽车的人群的年龄比例



每年购买车险的人均费用



- A. 30 岁以上人群拥有汽车的人数为 720
 B. 40~45 岁之间的人群拥有汽车的人数最多
 C. 55 岁以上人群每年购买车险的总费用最少
 D. 40~55 岁之间的人群每年购买车险的总费用,比 18~30 岁和 55 岁以上人群购买车险的总费用之和还要多

5. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y \geq 0, \\ 2x+y \geq 0, \\ x \leq 2, \end{cases}$ 则 $z = 3x - 2y$ 的最大值为

- A. 0 B. 2 C. 14 D. 16

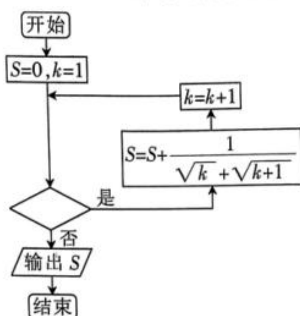
6. 若双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的其中一条渐近线的斜率为 2, 且点 $(\sqrt{3}, 2)$ 在 C 上, 则 C 的标准方程为

- A. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{8} = 1$ B. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 1$ C. $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$ D. $\frac{5x^2}{3} - y^2 = 1$

7. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b \cos A = a(\sqrt{3} - \cos B)$, $a = 2$, 则 $c =$

- A. 4 B. 6 C. $2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}$

8. 执行如图所示的程序框图, 若输出的 $S = 19$, 则判断框内应填入的条件为



- A. $k \geq 399?$ B. $k \geq 400?$
C. $k < 399?$ D. $k < 400?$

9. 有甲、乙两个物体同时从 A 地沿着一条固定路线运动, 甲物体的运动路程 s_1 (千米) 与时间 t (时) 的关系为 $s_1(t) = 2^t - 1$, 乙物体运动的路程 s_2 (千米) 与时间 t (时) 的关系为 $s_2(t) = 3t$, 当甲、乙再次相遇时, 所用的时间 t (时) 属于区间

- A. (2, 3) B. (3, 4) C. (4, 5) D. (5, 6)

10. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB = AA_1$, D 为 A_1B_1 的中点, E 为 A_1C_1 的中点, 则异面直线 AD 与 BE 所成角的余弦值为

- A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{35}}{10}$ C. $\frac{\sqrt{35}}{14}$ D. $\frac{\sqrt{35}}{7}$

11. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足对任意的实数 x, y , 都有 $f(x+y) = f(x) + f(y)$, 则

$$f(\ln 2023) + f(\ln \frac{1}{2023}) =$$

- A. 2023 B. -2023 C. 0 D. 1

12. 欧拉是 18 世纪最优秀的数学家之一, 几乎每个数学领域都可以看到欧拉的名字, 例如初等几何中的欧拉线、多面体中的欧拉定理、微分方程中的欧拉方程, 以及数论中的欧拉函数等等. 欧拉函数是指: 对于一个正整数 n , 小于或等于 n 的正整数中与 n 互质 (把公因数只有 1 的两个数叫互质数) 的正整数 (包括 1) 的个数, 记作 $\varphi(n)$. 例如: 小于或等于 4 的正整数中与 4 互质的正整数有 1, 3 这两个, 即 $\varphi(4) = 2$. 记 S_n 为数列 $\{\varphi(6^n)\}$ 的前 n 项和, 则 $S_{12} =$

- A. $\frac{2}{5}(3^{12} + 2^{12})$ B. $\frac{2}{5}(6^{12} - 1)$ C. $\frac{1}{2}(3^{12} + 1)$ D. $\frac{1}{2}(3^{12} - 1)$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 已知向量 $a = (2, -3)$, $b = (-1, 2)$, $c = (4, 3)$, 若 $(\lambda a + b) \perp c$, 则 $|\lambda a - c| =$ ▲.

14. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $2a_5 - a_6 = 10$, 则 $S_7 =$ ▲.

15. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 已知 $AB = AC = 4$, $AA_1 = 2$, $\angle BAC = 90^\circ$, 则该三棱柱外接球的表面积为 ▲. 无界学习公众号

16. 已知 F 是抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点, M 是 C 上一点, FM 的延长线交 y 轴于点 N , 若 $\overrightarrow{FM} = 2\overrightarrow{MN}$, 则 $|FN| =$ ▲.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

已知函数 $f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos x - 1$.

(1)求 $f(x)$ 的最小正周期和单调递增区间;

(2)当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时,求 $f(x)$ 的最大值,并求当 $f(x)$ 取得最大值时 x 的值.

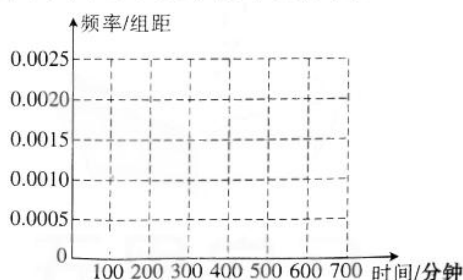
18. (12 分)

学生总人数为 3000 的某中学组织阳光体育活动,提倡学生每天运动 1 小时,教育管理部门到该校抽查 200 名学生,统计一个星期内的运动时间,得到下面的统计表格.

一周运动时间/分钟	[0,100]	(100,200]	(200,300]	(300,400]	(400,500]	(500,600]	(600,700]
频数	10	20	30	50	50	30	10

(1)如果某名学生一个星期的运动时间超过 500 分钟,则称该学生为“运动达人”,用样本估计总体,该校的“运动达人”有多少人?

(2)依据上面的数据,完成下面的样本频率分布直方图.



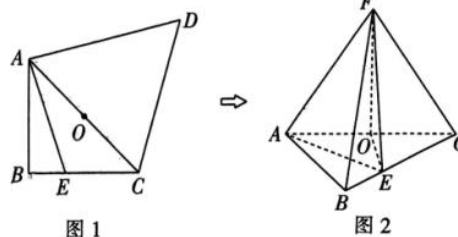
(3)依据频率分布直方图估计该校学生一个星期运动时间的中位数.

19. (12 分) 无界学习公众号

在图 1 中, $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 2\sqrt{2}$, $\triangle ACD$ 为等边三角形, O 为 AC 边的中点, E 在 BC 边上,且 $EC = 2BE$,沿 AC 将 $\triangle ACD$ 进行折叠,使点 D 运动到点 F 的位置,如图 2,连接 FO, FB, FE, OE ,使得 $FB = 4$.

(1)证明: $FO \perp$ 平面 ABC .

(2)求点 A 到平面 OEF 的距离.



20. (12分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 的直线 l 与 E 交于 A, B 两点, $\triangle ABF_2$ 的周长为 8, 且点 $(-1, \frac{3}{2})$ 在 E 上.

(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) 设直线 l 与圆 $O: x^2 + y^2 = a^2$ 交于 C, D 两点, 当 $|CD| \in [2\sqrt{3}, \frac{2\sqrt{33}}{3}]$ 时, 求 $\triangle ABF_2$ 面积的取值范围.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = e^x - ax^2 + (a+1-e)x - 1$.

(1) 当 $a=0$ 时, 求 $f(x)$ 的极值;

(2) 若关于 x 的方程 $f(x)=0$ 在 $(0, 1)$ 内有解, 求 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分. 无界学习公众号

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 圆 C 的方程为 $(x+4)^2 + y^2 = 9$.

(1) 以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 求 C 的极坐标方程;

(2) 直线 l 的参数方程是 $\begin{cases} x = t \cos \alpha, \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数), l 与 C 相交于 A, B 两点, $|AB|=2$, 求 l 的斜率.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |x-2a| + 2a$.

(1) 若 $a=1$, 求不等式 $f(x) \leq 4$ 的解集;

(2) 设函数 $g(x) = |x-1|$, 当 $x \in \mathbf{R}$ 时, $f(x) + g(x) \geq 5$, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

