高三数学 答案

一、单项选择题：1-5 B A B B B　　6-8 B A D

二、多项选择题：9.ABD　　10.BD　　11.ABC　　12.ABD

三、填空题：13. 1　　14. $\sqrt{5}$或$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　15.$[-\frac{1}{3},0)$　　16. 2π；$\frac{\pi}{2}$

四、解答题

17.解：（1）$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=\frac{1}{2}(3^n-1)$，①

当$n\geq 2$时，$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{n-1}=\frac{1}{2}(3^{n-1}-1)$，②

①－②得，$a_n=3^{n-1}$，

当$n=1$时，$a_1=1$，符合上式.

所以$a_n=3^{n-1}$.……5 分

（2）因为$a_n=3^{a_nb_n}$，所以$3^{n-1}=3^{a_nb_n}$，

即$a_nb_n=n-1$，$bn=\frac{n-1}{3^{n-1}}$，

$T_n=0+1\times\frac{1}{3}+2\times(\frac{1}{3})^2+3\times(\frac{1}{3})^3+\cdots+(n-1)\times(\frac{1}{3})^{n-1}$，①

$\frac{1}{3}T_n=1\times(\frac{1}{3})^2+2\times(\frac{1}{3})^3+\cdots+(n-2)\times(\frac{1}{3})^{n-1}+(n-1)\times(\frac{1}{3})^n$，②……7 分

①－②得，

$\frac{2}{3}T_n=\frac{1}{3}+(\frac{1}{3})^2+(\frac{1}{3})^3+\cdots+(\frac{1}{3})^{n-1}-(n-1)\times(\frac{1}{3})^n$

$=\frac{1}{2}-(n+\frac{1}{2})\frac{1}{3^n}$，……9 分

所以$T_n=\frac{3}{4}-\frac{2n+1}{4\cdot 3^{n-1}}$.……10 分

18.解：（1）∵$b\sin A=a\sin(B+\frac{\pi}{3})$，

∴$\sin B\sin A=\sin A(\frac{1}{2}\sin B+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B)$，$\sin A\neq 0$.……2 分

化为：$\frac{1}{2}\sin B-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B=0$，

$\therefore \tan B=\sqrt{3}$. ……4 分

因为 $0<B<\pi$，

所以 $B=\frac{\pi}{3}$. ……6 分

（2）由（1）可得：$A+C=\pi-B=\frac{2\pi}{3}$，又△ABC 为锐角三角形，$\therefore 0<C=\frac{2\pi}{3}-A<\frac{\pi}{2}$，$0<A<\frac{\pi}{2}$，$\therefore \frac{\pi}{6}<A<\frac{\pi}{2}$，……8 分

$\therefore \frac{c}{a}=\frac{\sin C}{\sin A}=\frac{\sin(\frac{2\pi}{3}-A)}{\sin A}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A+\frac{1}{2}\sin A}{\sin A}$

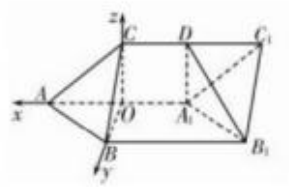
$=\frac{\sqrt{3}}{2\tan A}+\frac{1}{2}\in(\frac{1}{2},2)$，……11 分

$\therefore \frac{c}{a}$的取值范围是 $(\frac{1}{2},2)$. ……12 分

19.（1）证明：过点C作$CO\perp AA_1$，垂足为O，

因为平面$AA_1C_1C\perp$平面AA_1B_1B，

所以$CO\perp$平面AA_1B_1B，故$CO\perp OB$，……2 分



又因为$CA=CB$，$CO=CO$，$\angle COA=\angle COB=90°$，

所以$Rt\Delta AOC\cong Rt\Delta BOC$，故$OA=OB$，

因为$\angle A_1AB=45°$，所以$AA_1\perp OB$，……4 分

又因为$AA_1\perp CO$，所以$AA_1\perp$平面BOC，故$AA_1\perp BC$. ……6 分

（2）以O为坐标原点，OA，OB，OC所在直线为x，y，轴，建立空间直角坐标系$O-xyz$.

因为$CO\perp$平面AA_1B_1B，

所以$\angle CBO$是直线BC与平面AA_1B_1B所成角，故$\angle CBO=45°$，

所以$AB=\sqrt{2}$，$AO=BO=CO=1$，……7 分

$A(1,0,0)$，$B(0,1,0)$，$C(0,0,1)$，$A_1(-1,0,0)$，$B_1(-2,1,0)$，$D(-1,0,1)$，

设平面A_1B_1D的法向量为$\vec{n}=(x_1,y_1,z_1)$，则

$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{A_1D}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{B_1D}=0\end{cases}$，所以$\begin{cases}z_1=0\\ x_1-y_1+z_1=0\end{cases}$，令$x_1=1$，得$\vec{n}=(1,1,0)$，……9 分

因为$OB\perp$平面AA_1C_1C，所以$\overrightarrow{OB}$为平面A_1C_1D的一条法向量，$\overrightarrow{OB}=(0,1,0)$，……10 分

$\cos<\vec{n},\overrightarrow{OB}>=\frac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{OB}}{|\vec{n}|\cdot|\overrightarrow{OB}|}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以二面角$B_1-A_1D-C_1$的余弦值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$ ……12 分

20.解：（1）$\mu=0.1\times2+0.2\times6+0.4\times10+0.2\times14+0.1\times18=10$，……3 分

$\delta^2=s^2=2\times(8^2\times0.1+4^2\times0.2+(10-10)^2\times0.4=19.2$，……6 分

（2）$\mu+\delta=10+4.38=14.38$，……7 分

设 3 名乘客候车时间超过 15 分钟的事假为 A，

$P(X>14.38)=\frac{1-0.6826}{2}=0.1587$，……9 分

$P(A)=C_{10}^3(0.1587)^3(0.8413)^7\approx0.139>0.003$，……11 分

所以准点率正常.……12 分

21.解：（1）依题意，得，焦点$F(\frac{p}{2},0)$，则$d_1=\frac{1.5p+3}{5}$，$d_2=p$，……1 分

$\frac{d1}{d2}=\frac{1.5p+3}{5p}=\frac{3}{5}$，解得$p=2$，……3 分

所以抛物线方程为$y^2=4x$.……4 分

（2）设$M(t,0)$，点M，$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，显然直线l的斜率不为 0，

设直线l的方程为$x=my+t$，

由$\begin{cases}y^2=4x\\ x=my+t\end{cases}$得，$y^2-4my-4t=0$，

$\Delta=16(m^2+t)>0$，

$y_1+y_2=4m, y_1\cdot y_2=-4t$，……6 分

$|PM|=\sqrt{1+m^2}\,|y_1|, |QM|=\sqrt{1+m^2}\,|y_2|$,

$$\frac{1}{|PM|^2}+\frac{1}{|QM|^2}=\frac{1}{(1+m^2)y_1^2}+\frac{1}{(1+m^2)y_2^2}=\frac{y_1^2+y_2^2}{(1+m^2)y_1^2y_2^2}$$

$=\dfrac{2m^2+t}{2t^2m^2+2t^2}$，……9 分

要使$\dfrac{1}{|PM|^2}+\dfrac{1}{|QM|^2}$为定值，必有$\dfrac{2}{2t^2}=\dfrac{2}{2t^2}$，解得$t=2$.……11 分

所以$\dfrac{1}{|PM|^2}+\dfrac{1}{|QM|^2}$为定值时，点 M 的坐标为$(2,0)$.……12 分

22.解：（1）因为$f(x)=-\ln x-ax^2+x(a>0)$，

所以$f'(x)=-\dfrac{1+2ax^2-x}{x}(x>0,a>0)$，……1 分

关于 x 的方程$1+2ax^2-x=0$的判别式$\Delta=1-8a$，

①当$a\geq\dfrac{1}{8}$时，$\Delta\leq 0$，$f'(x)\leq 0$，

所以函数在$(0,+\infty)$上单调递减；……3 分

②当$0<a<\dfrac{1}{8}$时，$\Delta>0$，方程$f'(x)=0$有两个不相等的正根x_1,x_2，

可得$x_1=\dfrac{1-\sqrt{1-8a}}{4a}, x_2=\dfrac{1+\sqrt{1-8a}}{4a}$，

则当$x\in(0,\dfrac{1-\sqrt{1-8a}}{4a})$及$(\dfrac{1+\sqrt{1-8a}}{4a},+\infty)$时，$f'(x)<0$，

当$x\in(\dfrac{1-\sqrt{1-8a}}{4a},\dfrac{1+\sqrt{1-8a}}{4a})$时，$f'(x)>0$.

所以函数 $f(x)$ 在 $(0,\frac{1-\sqrt{1-8a}}{4a})$，$(\frac{1+\sqrt{1-8a}}{4a},+\infty)$ 递减；在 $(\frac{1-\sqrt{1-8a}}{4a},\frac{1+\sqrt{1-8a}}{4a})$ 递增.……5 分

（2）由（1）得，当且仅当 $a\in(0,\frac{1}{8})$ 时，$f(x)$ 有极小值 x_1 和极大值 x_2，且 x_1，x_2 是方程

$2ax^2-x+1=0$ 的两个正根，$x_1+x_2=\frac{1}{2a},x_1\cdot x_2=\frac{1}{2a}$，……6 分

所以 $f(x_1)+f(x_2)=(x_1+x_2)-a[(x_1+x_2)^2-2x_1\cdot x_2]-(\ln x_1+\ln x_2)$

$=\ln(2a)+\frac{1}{4a}+1=\ln a+\frac{1}{4a}+1+\ln 2$，……8 分

令 $g(a)=\ln a+\frac{1}{4a}+1+\ln 2$，

当 $a\in(0,\frac{1}{8})$ 时，$g'(a)=\frac{4a-1}{4a^2}<0$，

所以 $g(a)$ 在 $(0,\frac{1}{8})$ 上是单调递减，

故 $g(a)>g(\frac{1}{8})=3-2\ln 2$，……11 分

所以 $f(x_1)+f(x_2)>3-2\ln 2$.……12 分

数学答案纠正

第4题：答案为A

第22题：增加

当 $a=0$ 时，$f(x)=-\ln x+x$

$\therefore f'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$

$\therefore f(x)$ 在 $(0,1)$ 上递减，在 $(1,+\infty)$ 递增

即 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上只有极小值，没有极大值.

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国强基计划、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国重点中学 2020 届高三上学期期末考试试题答案汇总（更新下载中），点击链接获得

http://www.zizzs.com/c/202001/41635.html