

6. 已知过点 $P(2, 2)$ 的直线与圆 $(x-1)^2 + y^2 = 5$ 相切, 且与直线 $ax - y + 1 = 0$ 垂直, 则 $a =$
- A. $-\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. $\frac{1}{2}$
7. 正三棱锥 $S-ABC$ 的底面边长是 2, E, F, G, H 分别是 SA, SB, BC, AC 的中点, 则四边形 $EFGH$ 面积的取值范围是
- A. $(0, +\infty)$ B. $(\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty)$ C. $(\frac{\sqrt{3}}{6}, +\infty)$ D. $(\frac{1}{2}, +\infty)$
8. 设函数 $f(x) = \sqrt{e^x + x - a}$, 若曲线 $y = \sin x$ 上存在 (x_0, y_0) 使得 $f(f(y_0)) = y_0$, 则 a 的取值范围是
- A. $[1, e]$ B. $[e^{-1} - 1, 1]$ C. $[1, e + 1]$ D. $[e^{-1} - 1, e + 1]$

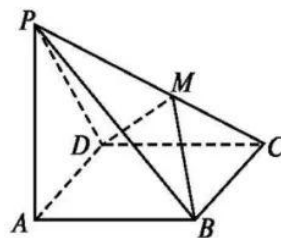
二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 下列结论中, 所有正确的结论是
- A. 若 $a > b > 0, c < d < 0$, 则 $ac < bd$
- B. 若 $x < -3$, 则函数 $y = x + \frac{1}{x+3}$ 的最大值为 -1
- C. 若 $xy > 0, 2x + 3y = 4xy$, 则 $2x + y$ 的最小值为 $2 + \sqrt{3}$
- D. 若 $x, y \in (0, +\infty), x^2 + y^2 + xy = 3$, 则 xy 的最大值为 1
10. 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_2 = 3, S_{n+1} = 2S_n + n$, 则
- A. $a_{n+1} > S_n$ B. $\{a_n + 1\}$ 是等比数列
- C. $S_n < 2a_n$ D. $\{\frac{S_n}{2^n}\}$ 是单调递增数列
11. 已知圆 $M: x^2 + y^2 + 6x + 8y = 0$, 则
- A. 圆 M 关于直线 $x - y + 1 = 0$ 对称
- B. 圆 M 被直线 $x - y + 3 = 0$ 截得的弦长为 $2\sqrt{17}$
- C. 圆 M 关于直线 $x - y + 1 = 0$ 对称的圆为 $x^2 + y^2 + 10x + 4y + 4 = 0$
- D. 若点 $P(a, b)$ 在圆 M 上, 则 $\sqrt{(a-3)^2 + (b-4)^2}$ 的最小值为 5
12. 已知函数 $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$, 下面结论正确的是
- A. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = 0$ 对称
- B. $f(x)$ 的值域为 $(-1, 1)$
- C. 若 $f(a^2) + f(3a - 4) < 0$, 则 a 的取值范围是 $(-4, 1)$
- D. 若对任意 $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, 且 $x_1 < x_2$, 对任意 $\lambda \in (0, 1)$, 存在 $x_0 \in (x_1, x_2)$, 使得 $f(x_0) = \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2)$ 成立

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

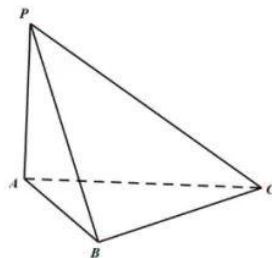
13. 设复数 z 满足 $z^2 = \sqrt{3} + i$ ，则 z 的模为_____。

14. 如图所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ，且底面各边都相等， M 是 PC 上的一动点，当点 M 满足_____时，平面 $MBD \perp$ 平面 PCD 。（只要填写一个你认为正确的条件即可）



15. 已知 α, β 为锐角，且 $\sin(\alpha + \beta) = \frac{11}{14}$ ， $\cos \alpha = \frac{1}{7}$ ，则 $\cos \beta =$ _____。

16. 《九章算术》中，将四个面都为直角三角形的四面体称之为鳖臑。如图，在鳖臑 $P-ABC$ 中， $PA \perp$ 平面 ABC 。已知 $AB = 6$ ， $CB = 8$ ， $PA = AC = 10$ ，请写出平面 PBC 的直角：_____；若 P, A, B, C 都在球 O 的球面上，则球 O 的表面积为_____。



四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别 a, b, c ，且

$$2 \cos^2 \frac{A-B}{2} \cos B - \sin(A-B) \sin B + \cos(A+C) = -\frac{3}{5}.$$

(1) 求 $\cos A$ 的值；

(2) 若 $a = 4\sqrt{2}$ ， $b = 5$ ，记 $\vec{e} = \frac{\overline{BC}}{|\overline{BC}|}$ ，求向量 \overline{BA} 在 \overline{BC} 方向上的投影向量。

(用 \vec{e} 表示)

18. (12分)

设 $\{a_n\}$ 为各项均不相等的数列, S_n 为它的前 n 项和, 满足 $\lambda na_{n+1} = S_n + 1 (n \in \mathbb{N}^*)$.

(1) 若 $a_1 = 1$, 且 a_1, a_2, a_3 成等差数列, 求 λ 的值;

(2) 若 $\{a_n\}$ 的各项均不为零, 问当且仅当 λ 为何值时, $a_2, a_3, a_4, \dots, a_n, \dots$ 成等差数列? 试说明理由.

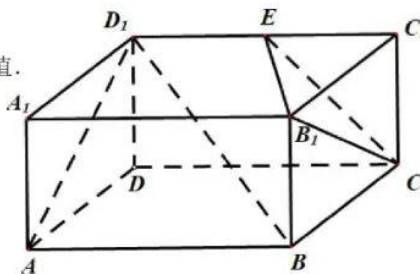
19. (12分)

如图, 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AD = AB = 2$, $AA_1 = 1$, E 为 D_1C_1 的中点.

(1) 在图中画出平面 ABD_1 与平面 B_1EC 的交线(不必说明画法和理由);

(2) 证明: $BD_1 \parallel$ 平面 B_1EC ;

(3) 求平面 ABD_1 与平面 B_1EC 夹角的余弦值.



20. (12分)

已知函数 $f(x) = ax^3 - 3x + 1$.

(1) $a = 1$ 时, 判断函数 $f(x)$ 的零点个数;

(2) 若 $f(x) \geq 0$ 对任意 $x \in [-1, 1]$ 恒成立, 求 a 的值.

21. (12分)

已知圆心在 x 轴上的圆 C 过点 $(0, 0)$ 和 $(-1, 1)$.

(1) 求圆 C 的方程.

(2) 由圆 $D: (x-4)^2 + y^2 = 4$ 上的动点 P 向圆 C 作两条切线分别交 y 轴于 A, B 两点,

求 $|AB|$ 的取值范围.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = a \ln x - x + \frac{1}{x}$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 证明: $\ln(n+1) < \frac{1}{\sqrt{1^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{2^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$, $n \in \mathbb{N}^*$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

