2023年普通高校招生考试仿真模拟卷(一)·理科数学

参考答案、提示及评分细则

1. A　易知 $A=(0,8)$，$B=(-\infty,-2)\cup(3,+\infty)$，所以 $A\cap B=(3,8)$. 故选 A.

2. C　易知 $z_1\cdot z_2=a-1+(a+1)\mathrm{i}$，$z_1+z_2=a+1+2\mathrm{i}$，所以 $(a-1)^2+(a+1)^2=(a+1)^2+4$，解得 $a=3$ 或 -1. 故选 C.

3. B　因为 $\bar{x}=\dfrac{1+2+3+4+5+6}{6}=3.5$，所以月平均销售额 $\hat{y}=1.2\times3.5+27.8=32$(万元)，则总销售额为 $32\times6=192$(万元). 故选 B.

4. A　易知 $\cos\left(2\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)=2\left(\dfrac{3\sqrt{10}}{10}\right)^2-1=\dfrac{4}{5}$，

所以 $\sin(4\alpha)=-\cos\left(4\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)=1-2\cdot\left(\dfrac{4}{5}\right)^2=-\dfrac{7}{25}$. 故选 A.

5. D　易知 $a=\log_5 2\sqrt{2}=\dfrac{\ln 2\sqrt{2}}{\ln 5}=\dfrac{3\ln\sqrt{2}}{\ln 5}$，$b=\log_4 n=\dfrac{\ln n}{\ln 4}=\dfrac{\ln n}{4\ln\sqrt{2}}$.

所以 $ab=\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{\ln n}{\ln 5}=\dfrac{3}{2}$，所以 $\ln n=2\ln 5$，即 $n=25$. 故选 D.

6. D　作出可行域，因为 $\dfrac{y+1}{x+2}$ 即为过点 (x,y) 与点 $(-3,-1)$ 的直线的斜率，

由可行域可知，斜率 $k\in\left(\dfrac{1}{5},\dfrac{5}{7}\right)$. 故选 D.

7. D　易知 $f(x)=\sqrt{2}\sin\left(\omega x-\dfrac{\pi}{4}\right)$，若 $x\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$，则 $\omega x-\dfrac{\pi}{4}\in\left(\dfrac{\pi}{2}\omega-\dfrac{\pi}{4},\pi\omega-\dfrac{\pi}{4}\right)$，

由题意可知，$\begin{cases}k\pi-\dfrac{\pi}{2}\leqslant\dfrac{\pi}{2}\omega-\dfrac{\pi}{4},\\ k\pi+\dfrac{\pi}{2}\geqslant\pi\omega-\dfrac{\pi}{4}\end{cases}(k\in\mathbf{Z})$，解得 $2k-\dfrac{1}{2}\leqslant\omega\leqslant k+\dfrac{3}{4}(k\in\mathbf{Z})$，

因为 $k+\dfrac{3}{4}\geqslant2k-\dfrac{1}{2}$，且 $k+\dfrac{3}{4}>0$，所以 $k=0$ 或 1，

则当 $k=0$ 时，$\omega\in\left(0,\dfrac{3}{4}\right]$，当 $k=1$ 时，$\omega\in\left[\dfrac{3}{2},\dfrac{7}{4}\right]$，

即 ω 的取值范围为 $\left(0,\dfrac{3}{4}\right]\cup\left[\dfrac{3}{2},\dfrac{7}{4}\right]$. 故选 D.

8. D　设向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 θ，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cdot\cos\theta=2|\boldsymbol{b}|^2\cdot\cos\theta=-1$，

所以 $|\boldsymbol{b}|^2=\dfrac{-1}{2\cos\theta}\geqslant\dfrac{1}{2}$，所以 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|^2=|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=5|\boldsymbol{b}|^2-2\geqslant\dfrac{1}{2}$，

即 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|\geqslant\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. 故选 D.

9. A　设焦距为 $2c$，则 $e_1=\dfrac{c}{a}$，$e_2=\dfrac{c}{m}$，$\dfrac{e_1}{e_2}=\dfrac{m}{a}$，易知 $|PF_1|-|PF_2|=2m$，

所以$\triangle APF_2$的周长$|AF_2|+|AP|+|PF_2|=|AF_2|+|AP|+|PF_1|+|PF_2|-|PF_1|=2a-2m$,

又$\triangle ABF_2$的周长为$4a$,所以$\frac{2a-2m}{4a}=\frac{3}{10}$,整理得$2a=5m$,所以$\frac{e_1}{e_2}=\frac{m}{a}=\frac{2}{5}$.故选 A.

10. D　因为$AC=BC=3$,所以正三棱锥的底面边长为 6,

又侧棱长为$2\sqrt{11}$,易解得正三棱锥的高为$4\sqrt{2}$,

作$FH\perp DE$,垂足为H,因为$DE=3=\frac{1}{2}BC$,所以DE是$\triangle ABP$的中位线,

所以$FH=\frac{3}{2}$,$FC=\frac{4\sqrt{2}}{2}-\frac{3}{2}=\frac{4\sqrt{2}-3}{2}$,

所以$\frac{FC}{PC}=\frac{\frac{4\sqrt{2}-3}{2}}{4\sqrt{2}}=\frac{8-3\sqrt{2}}{16}$.故选 D.

11. B　因为直线l与曲线$y=e^x$相切,切点为$M(x_1,y_1)$,

可知直线l的方程为$y=e^{x_1}(x-x_1)+e^{x_1}=e^{x_1}x+(1-x_1)e^{x_1}$,

又直线l与曲线$y=(x+3)^2$也相切,切点为$N(x_2,y_2)$,

可知直线l的方程为$y=2(x_2+3)(x-x_2)+(x_2+3)^2=2(x_2+3)x-x_2^2+9$,

所以$\begin{cases}e^{x_1}=2(x_2+3),\\(1-x_1)e^{x_1}=-x_2^2+9,\end{cases}$两式相比,可得$2(1-x_1)=3-x_2$,所以$2x_1-x_2=-1$.故选 B.

12. C　设AB中点为H,则$OH\perp AB$,

$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{OA}=(\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OA})\cdot\overrightarrow{OB}+(\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OB})\cdot\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{PO}\cdot(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})+2\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$,

因为$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=2\overrightarrow{OH}$,所以$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{OA}=2\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{OH}+2\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$,

因为$\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{OH}=-\overrightarrow{OH}^2$,$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OH}^2-\overrightarrow{HA}^2$,所以$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{OA}=-2\overrightarrow{HA}^2=-2$,

即$|\overrightarrow{HA}|=1$,所以$r^2=OH^2+HA^2=OH^2+1$,

因为$0\leqslant OH\leqslant OP=5$,所以$y\in[1,\sqrt{26}]$.故选 C.

13. 581　常数项为$C_6^3\cdot 2^3+C_6^2\cdot C_4^2\cdot 2^2+C_6^4\cdot C_2^1\cdot 2+1=581$.

14. $\frac{3}{2}$　直线$l:x+y=\frac{3}{4}$与x,y轴的交点为$A\left(\frac{3}{4},0\right)$,$B\left(0,\frac{3}{4}\right)$,

因为C,D是线段AB的三等分点,可得$C\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)$,$D\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$,

所以$\left(\frac{1}{4}\right)^m=\frac{1}{2}$,$\left(\frac{1}{2}\right)^n=\frac{1}{4}$,解得$n=2$,$m=\frac{1}{2}$,所以$n-m=\frac{3}{2}$.

15. $(-2,2)$　设等比数列的公比为q,则$b_1=a_7=a+6$,$b_7=a$,所以$q^6=\frac{a}{a+6}\in(0,1)$,

所以$q^2\in(0,1)$,且$a=\frac{6q^6}{1-q^6}$,

因为$a_3=a+2=\frac{6q^6}{1-q^6}+2$,$b_3=b_1q^2=(a+6)\cdot q^2=\frac{6q^2}{1-q^6}$,

所以 $a_3-b_3=\frac{6q^2(q^4-1)}{1-q^6}+2=2-\frac{6(q^4+q^2)}{q^4+q^2+1}=-4+\frac{6}{q^4+q^2+1}\in(-2,2)$.

16. $\frac{4\sqrt{6}\pi}{3}$ 设 AA_1 的中点为 M，BC_1 的中点为 N，易知 $MN=2\sqrt{3}$，

因为 $HA\perp HA_1$，且 $HB\perp HC_1$，所以 H 点在以 AA_1，BC_1 为直径的球上，

球心分别为 M,N，半径分别为 $r=MA=2$，$R=NB=2\sqrt{2}$，即 $HM=2$，$HN=2\sqrt{2}$，

又 $MN=2\sqrt{3}$，所以 $HM^2+HN^2=MN^2$，即 $HM\perp HN$，

过 H 作 $HT\perp MN$，垂足为 T，则 $HT=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，

因为两球的交线为圆，所以 H 点轨迹是以 T 为圆心，以 HT 为半径的圆，

所以轨迹长度为 $2\pi\times\frac{2\sqrt{6}}{3}=\frac{4\sqrt{6}\pi}{3}$.

17. 解：(1) 因为 $\triangle ABC$ 外接圆半径为 1，由正弦定理可知，$a=2\sin A$，$c=2\sin C$，…………………… 2 分

所以 $ac=4\sin A\sin C=3$，…………………………………………………………………… 4 分

又 $\sin B=\frac{1}{3}$，所以 $S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}$；…………………………………………………… 6 分

(2) 由 (1) 可知，$ac=3$，且 $b=2\sin B$，…………………………………………………………… 7 分

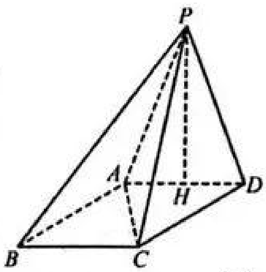
由余弦定理可知，$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B\geqslant 2ac-2ac\cos B$，

当且仅当 $a=c=\sqrt{3}$ 时，上述等号成立，…………………………………………………… 9 分

所以 $4\sin^2 B\geqslant 6-6\cos B$，所以 $4-4\cos^2 B\geqslant 6-6\cos B$，解得 $\cos B\geqslant\frac{1}{2}$，……………… 11 分

所以 B 的最大值为 $\frac{\pi}{3}$.…………………………………………………………………… 12 分

18. (1) 证明：如图，取 AD 的中点 H，连接 PH，



因为 $PA=PD$，H 点为 AD 的中点，所以 $PH\perp AD$，………………………… 1 分

又因为 $PH\subset$ 平面 PAD，且平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，……………………… 2 分

平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD=AD$，所以 $PH\perp$ 平面 $ABCD$，

因为 $AC\subset$ 平面 $ABCD$，所以 $PH\perp AC$，……………………………………… 3 分

又 $PD\perp AC$，$PD\cap PH=P$，$PH,PD\subset$ 平面 PAD，所以 $AC\perp$ 平面 PAD；………………………… 4 分

(2) 解：过 A 作 $AM\perp$ 平面 $ABCD$，设该四棱锥的高为 h，锐二面角 $B-PC-A$ 为 θ，

由 (1) 可知，$AC\perp$ 平面 PAD，又 $AD\subset$ 平面 PAD，所以 $AC\perp AD$，

分别以 $\{\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AM}\}$ 为 x,y,z 轴，建立空间直角坐标系，…………………………… 5 分

则 $C(2,0,0)$，$B(2,-2,0)$，$P(0,1,h)$，所以 $\overrightarrow{AC}=(2,0,0)$，$\overrightarrow{PC}=(2,-1,-h)$，$\overrightarrow{BC}=(0,2,0)$，………… 6 分

设平面 PBC 的法向量为 $m=(x_1,y_1,z_1)$，则 $\begin{cases}m\cdot\overrightarrow{BC}=2y_1=0,\\ m\cdot\overrightarrow{PC}=2x_1-y_1-hz_1=0,\end{cases}$

取 $x_1=h$，则 $y_1=0$，$z_1=2$，所以 $m=(h,0,2)$，……………………………………………… 8 分

设平面 PAC 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_2,y_2,z_2)$，则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AC}=2x_2=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PC}=2x_2-y_2-hz_2=0,\end{cases}$

取 $y_2=h$，则 $x_2=0,z_2=-1$，所以 $\boldsymbol{n}=(0,h,-1)$。 ………………………………………………………… 10 分

所以 $\cos\theta=\dfrac{|\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\boldsymbol{m}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\dfrac{|-2|}{\sqrt{h^2+4}\cdot\sqrt{h^2+1}}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$，整理得 $h^4+5h^2-14=0$，解得 $h=\sqrt{2}$，

所以四棱锥 $P-ABCD$ 的体积 $V=\dfrac{1}{3}\times2\times2\times\sqrt{2}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. ………………………………………… 12 分

19. 解：(1)设该嘉宾恰好闯过其中两个关卡为事件 A，

则 $P(A)=\left(\dfrac{4}{5}\right)^2\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{3}+C_2^1\cdot\dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{1}{5}\cdot\left(\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{2}{3}+\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{1}{3}\right)+\left(\dfrac{1}{5}\right)^2\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{2}{3}=\dfrac{31}{150}$； ……… 3 分

(2)易知 X 的可能取值为 0,1,2,3,4,5,6,7.

则 $P(X=0)=\left(\dfrac{1}{5}\right)^2\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{300}$， ………………………………………………………………………… 4 分

$P(X=1)=C_2^1\cdot\dfrac{1}{5}\cdot\dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{75}$，……………………………………………………………………………… 5 分

$P(X=2)=\left(\dfrac{4}{5}\right)^2\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{3}+\left(\dfrac{1}{5}\right)^2\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{1}{3}=\dfrac{19}{300}$， …………………………………………………… 6 分

$P(X=3)=C_2^1\cdot\dfrac{1}{5}\cdot\dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{1}{3}+\left(\dfrac{1}{5}\right)^2\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{2}{3}=\dfrac{13}{150}$， ……………………………………………… 7 分

$P(X=4)=C_2^1\cdot\dfrac{1}{5}\cdot\dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{2}{3}+\left(\dfrac{4}{5}\right)^2\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{1}{3}=\dfrac{16}{75}$， ……………………………………………… 8 分

$P(X=5)=\left(\dfrac{4}{5}\right)^2\cdot\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{2}{3}+\left(\dfrac{1}{5}\right)^2\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{2}{3}=\dfrac{19}{150}$， …………………………………………………… 9 分

$P(X=6)=C_2^1\cdot\dfrac{1}{5}\cdot\dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{25}$， ………………………………………………………………………… 10 分

$P(X=7)=\left(\dfrac{4}{5}\right)^2\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{2}{3}=\dfrac{8}{25}$，……………………………………………………………………………… 11 分

所以 $E(X)=0\cdot\dfrac{1}{300}+1\cdot\dfrac{2}{75}+2\cdot\dfrac{19}{300}+3\cdot\dfrac{13}{150}+4\cdot\dfrac{16}{75}+5\cdot\dfrac{19}{150}+6\cdot\dfrac{4}{25}+7\cdot\dfrac{8}{25}=\dfrac{51}{10}$. ………… 12 分

20. 解：(1)因为直线 l 过原点时，$|PO|=\sqrt{3}|AO|$，不防设 A 点在第一象限，所以 A 点坐标为 $\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$，

代入椭圆 C 的方程，可得 $\dfrac{4}{3a^2}+\dfrac{1}{3b^2}=1$， ………………………………………………………………………… 2 分

又由题意可知，$c=1$，且 $a^2=b^2+c^2$，解得 $a=\sqrt{2},b=1$，

所以椭圆 C 的标准方程为 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$；……………………………………………………………………………… 4 分

(2)易知直线 l 的斜率存在，设 $l:y=k(x-2)+1=kx+1-2k$，

与椭圆 C 的方程联立，$\begin{cases}y=kx+1-2k,\\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1,\end{cases}$

消去 y，整理得 $(2k^2+1)x^2+4k(1-2k)x+2(1-2k)^2-2=0$， …………………………………… 5 分

由题意可知，$\Delta=16k^2(1-2k)^2-4(2k^2+1)[2(1-2k)^2-2]>0$，

整理得 $k^2-2k<0$，解得 $k\in(0,2)$， …………………………………………………………………… 6 分

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\dfrac{-4k(1-2k)}{2k^2+1}$，$x_1x_2=\dfrac{2(1-2k)^2-2}{2k^2+1}$，① ………………………… 7 分

由题意，$|PA|\cdot|PB|=(2-x_1)(2-x_2)(k^2+1)=[x_1x_2-2(x_1+x_2)+4](k^2+1)=m$， ……………… 9 分

将①代入上式，整理得 $m=\dfrac{4k^2+4}{2k^2+1}$，有 $m=\dfrac{(4k^2+2)+2}{2k^2+1}=2+\dfrac{2}{2k^2+1}$，

又 $k^2\in(0,4)$，解得 $m\in\left(\dfrac{20}{9},4\right)$． ………………………………………………………………… 12 分

21．解：(1)易知 $f'(x)=\dfrac{1}{x}+x-a$，所以切线斜率为 $\dfrac{1}{x_0}+x_0-a$，

则切线方程为 $y=\left(x_0+\dfrac{1}{x_0}-a\right)(x-x_0)+\ln x_0+\dfrac{1}{2}x_0^2-ax_0$，

整理得 $y=\left(x_0+\dfrac{1}{x_0}-a\right)x+\ln x_0-\dfrac{1}{2}x_0^2-1$， ……………………………………………… 2 分

因为切线过点 $\left(0,-\dfrac{3}{2}\right)$，所以 $\ln x_0-\dfrac{1}{2}x_0^2-1=-\dfrac{3}{2}$，即 $\ln x_0-\dfrac{1}{2}x_0^2+\dfrac{1}{2}=0$，

设 $F(x)=\ln x-\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{2}$，则 $F'(x)=\dfrac{1}{x}-x=\dfrac{1-x^2}{x}$，令 $F'(x)=0$，解得 $x=1$．

列表可知(表略)，$F(x)_{\max}=F(1)=0$，即 $x_0=1$； ……………………………………………………… 4 分

(2)易知 $f'(x)=\dfrac{1}{x}+x-a=\dfrac{x^2-ax+1}{x}$，

当 $a\leqslant 2$ 时，$f'(x)\geqslant 2-a\geqslant 0$ 恒成立，$f(x)$ 单调递增，无极值；

当 $a>2$ 时，令 $f'(x)=0$，则 $x^2-ax+1=0$，$\Delta=a^2-4>0$， …………………………………… 5 分

又 $f'(1)=2-a<0$，所以存在 x_1,x_2，使得 $f'(x_1)=f'(x_2)=0$，

且 $0<x_1<1<x_2$，$x_1x_2=1$，$x_1+x_2=a$，即 $x_2=\dfrac{1}{x_1}$，$a=x_1+\dfrac{1}{x_1}$， …………………………… 6 分

所以 $f(x_1)-f(x_2)=\ln x_1+\dfrac{1}{2}x_1^2-ax_1-\ln x_2-\dfrac{1}{2}x_2^2+ax_2=2\ln x_1-\dfrac{1}{2}x_1^2+\dfrac{1}{2x_1^2}$，

所以 $f(x_1)-f(x_2)-\lambda a=2\ln x_1-\dfrac{1}{2}x_1^2+\dfrac{1}{2x_1^2}-\lambda x_1-\dfrac{\lambda}{x_1}$， ………………………………… 7 分

设 $g(x)=2\ln x-\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{2x^2}-\lambda x-\dfrac{\lambda}{x}(x\in(0,1))$，即 $g(x)>-\ln 2-\dfrac{3}{4}$，

$g'(x)=\dfrac{2}{x}-x-\dfrac{1}{x^3}-\lambda+\dfrac{\lambda}{x^2}=\dfrac{1-x^2}{x^2}\left(x-\dfrac{1}{x}+\lambda\right)$，

易知 $x_3\in(0,1)$，使得 $g'(x_3)=0$，且 $x_3-\dfrac{1}{x_3}+\lambda=0$， ……………………………………… 10 分

列表可知(表略)，$g(x)_{\min}=g(x_3)=2\ln x_3-\dfrac{1}{2}x_3^2+\dfrac{1}{2x_3^2}-\lambda\left(x_3+\dfrac{1}{x_3}\right)=2\ln x_3+\dfrac{1}{2}x_3^2-\dfrac{1}{2x_3^2}$，

设 $h(x)=2\ln x+\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2x^2}(x\in(0,1))$，则 $h'(x)=\frac{2}{x}+x+\frac{1}{x^3}>0$，所以 $h(x)$ 单调递增，

又 $h\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-\ln 2-\frac{3}{4}$，所以 $x_3\in\left(\frac{\sqrt{2}}{2},1\right)$，

所以 $\lambda=\frac{1}{x_3}-x_3\in\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. ………………………… 12 分

22. 解：(1)因为曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=4\cos\alpha,\\ y=2\sqrt{3}\sin\alpha,\end{cases}$ 所以 $\left(\frac{x}{4}\right)^2+\left(\frac{y}{2\sqrt{3}}\right)^2=\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$，…………… 1 分

所以曲线 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$，………………………… 2 分

因为 $\rho\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\rho\cos\theta\cos\frac{\pi}{4}-\rho\sin\theta\sin\frac{\pi}{4}=\sqrt{2}$，所以 $\rho\cos\theta-\rho\sin\theta=2$，………………………… 4 分

又 $\rho\cos\theta=x$，$\rho\sin\theta=y$，所以 $x-y=2$，即直线 l 的一般式方程为 $x-y-2=0$；………………………… 5 分

(2)易知点 $P(2,0)$，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$ (t 为参数)，则可设 $|PA|=|t_1|$，$|PB|=|t_2|$，……

………………………… 6 分

将该参数方程代入曲线 C 的标准方程，可得 $\frac{\left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}t\right)^2}{16}+\frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}t\right)^2}{12}=1$，

整理得 $7t^2+12\sqrt{2}t-72=0$，………………………… 8 分

所以 $|PA|\cdot|PB|=|t_1\cdot t_2|=\frac{72}{7}$. ………………………… 10 分

23. 解：(1)当 $m=3$ 时，$f(x)=|2x-9|+|2x-5|$，………………………… 1 分

当 $x\geqslant\frac{9}{2}$ 时，$f(x)=4x-14\geqslant10$，解得 $x\geqslant6$，………………………… 2 分

当 $x\leqslant\frac{5}{2}$ 时，$f(x)=-4x+14\geqslant10$，解得 $x\leqslant1$，………………………… 3 分

当 $\frac{5}{2}<x<\frac{9}{2}$ 时，$f(x)=4<10$，………………………… 4 分

所以 $f(x)\geqslant10$ 的解集为 $(-\infty,1]\cup[6,+\infty)$；………………………… 5 分

(2)易知 $m^2\geqslant2m-1$，所以 $f(x)\geqslant|(2x-m^2)-(2x+1-2m)|=|m^2-2m+1|=(m-1)^2$，………… 7 分

当且仅当 $2m-1\leqslant2x\leqslant m^2$ 时，上述等号成立，即 $f(x)_{\min}=(m-1)^2$，

因为 $f(x)\geqslant4$ 恒成立，所以 $(m-1)^2\geqslant4$，解得 $m\in(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$. ………………………… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。