

1号卷·A10联盟2022年高考最后一卷

文科数学参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	D	D	B	A	C	B	A	D	C	D	A

1. C 由题意得, $A = \{x \in \mathbf{N} | 0 < x < 8\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{x | x \geq 3\}$, 故 $A \cap B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, 有 5 个元素, 故选 C.

2. D 由题意得, $z = \frac{3+i}{i} = \frac{(3+i)i}{i^2} = 1-3i$, 复数 z 在复平面内对应的点为 $(1, -3)$, 位于第四象限. 故选 D.

3. D 由题意得, $0.1+0.2+0.3+20a+0.1=1$, $a=0.015$, 故该地区学生每天体育活动时间的平均数约为 $35 \times 0.1 + 45 \times 0.2 + 55 \times 0.3 + 65 \times 0.15 + 75 \times 0.15 + 85 \times 0.1 = 58.5$, 故选 D.

4. B 当 a 与 b 的夹角为锐角时, $a \cdot b > 0$ 且 a 与 b 不共线, 即 $\begin{cases} 1-2\lambda > 0 \\ \lambda \neq -2 \end{cases}$, $\therefore \lambda < \frac{1}{2}$ 且 $\lambda \neq -2$, \therefore “ $\lambda < \frac{1}{2}$ ” 是 “ a 与 b 的夹角为锐角” 的必要不充分条件. 故选 B.

5. A 由题意得, $f(-x) = -xe^{-x} - 2(-x)^3 = -xe^{-x} + 2x^3 = -f(x)$, 故函数 $f(x)$ 为奇函数, 图象关于原点对称, 排除 D; $f(2) = 2e^2 - 2 \times 2^3 < 0$, 排除 B; $f(0.1) = 0.1e^{0.1} - 2 \times (0.1)^3 = 0.1(e^{0.1} - 0.02) > 0$, 排除 C, 故选 A.

6. C 由题意得, 旋转 180° 后, 得到一个圆锥与一个圆台拼接而成的组合体, 故所求体积 $V = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 3 + \frac{1}{3}\pi \cdot (1^2 + 4^2 + 1 \cdot 4) \cdot 3 = 37\pi$, 故选 C.

7. B 由题意得, $g(x) = f\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 4\sin\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right)$, $h(x) = g\left(\frac{1}{3}x\right) = 4\sin\left(\frac{2}{3}x - \frac{2\pi}{3}\right)$. 令 $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq \frac{2}{3}x - \frac{2\pi}{3} \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$, 解得 $\frac{\pi}{4} + 3k\pi \leq x \leq \frac{7\pi}{4} + 3k\pi (k \in \mathbf{Z})$, 故函数 $h(x)$ 的单调递增区间为 $\left[\frac{\pi}{4} + 3k\pi, \frac{7\pi}{4} + 3k\pi\right] (k \in \mathbf{Z})$, 故选 B.

8. A 由切点 $(1, b)$ 在曲线上, 得 $b = \frac{2+a}{3}$ ①; 由切点 $(1, b)$ 在切线上, 得 $k - b + 6 = 0$ ②; 对曲线求导得 $y' = \frac{4-a}{(x+2)^2}$, $\therefore y'|_{x=1} = \frac{4-a}{3^2} = k$, 即 $4-a = 9k$ ③, 由①②③得

$a=13, b=5, k=-1$. 故选 A.

9. D 记数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n, T_n , 则

$$c_1 + c_2 + \dots + c_{150} = S_{150} - T_8 = \frac{(2+316) \times 158}{2} - \frac{2 \times (1-2^8)}{1-2} = 24612, \text{ 故选 D.}$$

10. C 由题意得, 点 P 在焦点 F 的右边, 且 $P(4, 0)$, $QM \perp l$, 由抛物线的定义知

$$|QF| = |QM|, \therefore |QF| = |QP|, \therefore |QP| = |QM|, \text{ 又 } \angle MQP = 120^\circ, \therefore \triangle PFQ \text{ 为} \\ \text{等边三角形, } \therefore \text{点 } Q \text{ 的横坐标为 } x_Q = \frac{p}{2} + \frac{4-p}{2} = 2 + \frac{p}{4}, \therefore |QM| = 2 + \frac{p}{4} + \frac{p}{2} = \\ 2 + \frac{3p}{4}, \text{ 又 } |QM| = |QP| = |FP| = 4 - \frac{p}{2}, \therefore 2 + \frac{3p}{4} = 4 - \frac{p}{2}, \text{ 解得 } p = \frac{8}{5}, \therefore \text{准线} \\ l \text{ 的方程为 } x = -\frac{4}{5}. \text{ 故选 C.}$$

11. D 由题意得, $BA \perp$ 平面 SAC , 将三棱锥补成三棱柱 $SAC-S_1BC_1$, 则三棱柱 $SAC-S_1BC_1$ 的外接球即为所求. 设外接球的球心为 O , 则 $\triangle SAC$ 的外心为 O_1 ,

$$\text{则 } OO_1 = \frac{1}{2} AB = 2, \text{ 又 } O_1A = \frac{1}{2} \times \frac{SA}{\sin \angle SCA} = 4, \text{ 则外接球的半径}$$

$$R = \sqrt{OO_1^2 + O_1A^2} = 2\sqrt{5}, \text{ 表面积 } S = 4\pi R^2 = 80\pi, \text{ 故选 D.}$$

12. A 由题意得, $x^2 e^x \geq a(2 \ln x + x) + 1$, 令 $x^2 e^x = t$, 故 $\ln t = 2 \ln x + x$, 故

$$x^2 e^x \geq a(2 \ln x + x) + 1 \Leftrightarrow t - 1 - a \ln t \geq 0. \text{ 令 } F(t) = t - 1 - a \ln t, \text{ 则}$$

$$F'(t) = 1 - \frac{a}{t} = \frac{t-a}{t}. \text{ 若 } a \leq 0, \text{ 则 } F'(t) > 0, \text{ 则 } F(t) \text{ 在 } (0, +\infty) \text{ 上单调递增, 又}$$

$F(1) = 0$, 则当 $0 < t < 1$ 时, $F(t) < 0$, 不合题意, 舍去; 若 $a > 0$, 则当 $t \in (0, a)$ 时, $F'(t) < 0$, 当 $t \in (a, +\infty)$ 时, $F'(t) > 0$, 则函数 $F(t)$ 在 $(0, a)$ 上单调递减, 在 $(a, +\infty)$ 上单调递增. 因为 $F(1) = 0$, 所以若 $a > 1$, 则当 $t \in (1, a)$, $F(t) < 0$, 舍去; 若 $0 < a < 1$, 则当 $t \in (a, 1)$, $F(t) < 0$, 舍去; 若 $a = 1$, 则 $F(t) \geq F(1) = 0$, 符合题意, 故 $a = 1$, 故选 A.

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.)

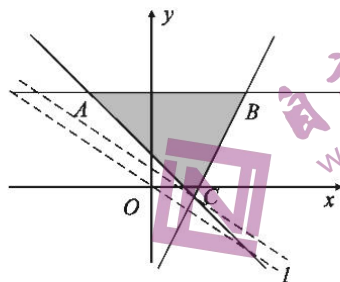
13. 1

由题意得, 当 $x > 0$ 时, 函数 $f(x)$ 的周期 $T = 8$, 于是 $f(2022) = f(252 \times 8 + 6) = f(6) = f(-2) = \log_8 8 = 1$.

14. $\frac{5}{3}$

作出不等式组所表示的平面区域如图阴影部分所示, 其中 $A(-2, 3), B(3, 3)$,

$C\left(\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}\right)$. 作直线 $l: 2x+3y=0$, 平移直线 l , 当其经过点 C 时, $z=2x+3y$ 有最小值, 则 $z_{\min} = 2 \times \frac{4}{3} + 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{3}$.



15. $\frac{16}{11} \cdot 12^{n-1} - \frac{5}{11}$

由题意得, $a_{n+1} = 12a_n + 5$, 设 $a_{n+1} + \lambda = 12(a_n + \lambda)$, 故 $a_{n+1} = 12a_n + 11\lambda$, 则

$11\lambda = 5$, 故 $\lambda = \frac{5}{11}$, 则 $a_{n+1} + \frac{5}{11} = 12\left(a_n + \frac{5}{11}\right)$, 即 $\frac{a_{n+1} + \frac{5}{11}}{a_n + \frac{5}{11}} = 12$, 则数列 $\left\{a_n + \frac{5}{11}\right\}$

是首项为 $\frac{16}{11}$, 公比为 12 的等比数列, 故 $a_n + \frac{5}{11} = \frac{16}{11} \cdot 12^{n-1}$, 故 $a_n = \frac{16}{11} \cdot 12^{n-1} - \frac{5}{11}$.

16. $\frac{4}{3}$

易知圆 $C': (x-c)^2 + y^2 = (a+c)^2$ 过点 $M(-a, 0)$, 而 Q 为线段 MP 的中点, 且 $RQ \perp PM$, 故 $RM = PR$, 而 $RM = PM$, 故 $\triangle MPR$ 是等边三角形, 则 $F(c, 0)$ 为 $\triangle MPR$ 的外心, 故 $\angle RFM = 120^\circ$, 故 $|PF| = |RF| = a+c$, R 在双曲线上, 记双曲线 C 的左焦点为 F' , 所以 $|RF'| - |RF| = 2a$, 则 $|RF'| = 2a + |RF| = 3a+c$, 在 $\triangle RF'F$ 中, 由余弦定理得, $|RF'|^2 = |RF|^2 + |F'F|^2 - 2|RF| \cdot |F'F| \cdot \cos \angle F'FR$, 即 $(3a+c)^2 = (a+c)^2 + (2c)^2 - 2(a+c) \cdot 2c \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$, 整理得 $4a = 3c$ ($a+c \neq 0$ 舍去), 则 $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{3}$.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 12 分)

(I) 2×2 列联表如下:

	非优秀	优秀	合计
女生	20	10	30
男生	15	15	30
合计	35	25	60

..... 3 分

$\therefore K^2 = \frac{60 \times (20 \times 15 - 10 \times 15)^2}{30 \times 30 \times 35 \times 25} \approx 1.714 < 2.706$, 5 分

\therefore 没有 90% 的把握认为成绩优秀与性别有关. 6 分

(II) 由题意得, 从成绩优秀的学生中随机抽取 5 人, 其中女生人数为 $5 \times \frac{10}{10+15} = 2$,

分别记为 A, B , 男生人数为 $5 \times \frac{15}{10+15} = 3$, 分别记为 a, b, c , 7 分

从这 5 人中随机抽取 2 人的情况有:

$\{A, B\}, \{A, a\}, \{A, b\}, \{A, c\}, \{B, a\}, \{B, b\}, \{B, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$, 共 10 种, ... 9 分

抽取的 2 人中至少有 1 人为男生的情况有:

$\{A, a\}, \{A, b\}, \{A, c\}, \{B, a\}, \{B, b\}, \{B, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$, 共 9 种, 11 分

故所求概率 $P = \frac{9}{10}$ 12 分

18. (本小题满分 12 分)

(I) 在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理得, $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$,

即 $a^2 - 2\sqrt{2}a - 6 = 0$, 2 分

解得 $a = 3\sqrt{2}$ (负值舍去), 3 分

$\therefore \triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} \times 2 \times 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3$ 5 分

(II) 在 $\triangle ABC$ 中, 由正弦定理得, $\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B}$, 6 分

$\therefore \sin C = \frac{c \cdot \sin B}{b} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 7 分

又 $c < b$, $\therefore 0 < C < \frac{\pi}{4}$, $\therefore \cos C = \sqrt{1 - \sin^2 C} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, 8 分

$\therefore \tan C = \frac{\sin C}{\cos C} = \frac{1}{2}$ 9 分

$\therefore \angle MBC = \angle AMB - \angle C$,

$\therefore \tan \angle MBC = \tan(\angle AMB - \angle C) = \frac{\tan \angle AMB - \tan C}{1 + \tan \angle AMB \cdot \tan C} = \frac{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{3}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{4}{7}$.

..... 12 分

19. (本小题满分 12 分)

(I) 连接 BD , 则 $\triangle BCD$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1$ 1 分

$\therefore PA \perp$ 底面 $ABCD$, E 为线段 PD 上一点, 且 $PE : DE = 4 : 1$,

$\therefore E$ 到底面 $ABCD$ 的距离为 $\frac{1}{5} PA = \frac{4}{5}$ 3 分

$\therefore V_{\text{三棱锥}P-BCE} = V_{\text{三棱锥}P-BCD} - V_{\text{三棱锥}E-BCD} = \frac{1}{3} \times 1 \times 4 - \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{4}{5} = \frac{16}{15}$ 5 分

(II) $\because PA \perp$ 底面 $ABCD$, $\therefore PA \perp AD$, 6分

$$\therefore PD = \sqrt{PA^2 + AD^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\text{又 } PE:DE = 4:1, \therefore PE = \frac{8\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore \frac{PA}{PD} = \frac{PE}{PA}, \therefore \triangle PAD \sim \triangle PEA,$$

$$\therefore \angle PEA = \angle PAD = 90^\circ, \therefore AE \perp PD. \dots\dots\dots 8分$$

由 $PA \perp$ 底面 $ABCD$ 知 $PA \perp AB$,

又 $AB \perp AD$, 且 $AD \cap PA = A$, $\therefore AB \perp$ 平面 PAD , 10分

又 $PD \subset$ 平面 PAD , $\therefore AB \perp PD$,

又 $AB \cap AE = A$, $\therefore PD \perp$ 平面 ABE 12分

20. (本小题满分 12 分)

(I) 由题意得, $(-1-a)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 0\right)^2 = \frac{39}{4}$, 解得 $a = 2$ (负值舍去), 2分

将 $A\left(-1, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 代入 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 得, $\frac{1}{4} + \frac{3}{4b^2} = 1$, 解得 $b^2 = 1$, 4分

则椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 5分

(II) 设 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$, $l: y = kx + m (k > 0, m < 0)$,

$$\text{联立 } \begin{cases} x^2 + 4y^2 = 4 \\ y = kx + m \end{cases}, \text{ 得 } (1+4k^2)x^2 + 8kmx + 4m^2 - 4 = 0,$$

由 $\Delta > 0$ 得 $1+4k^2 > m^2$, $\therefore x_1 + x_2 = -\frac{8km}{1+4k^2}$, $\therefore P\left(-\frac{4km}{1+4k^2}, \frac{m}{1+4k^2}\right)$ 7分

由斜率公式可知 $k_{OP} = -\frac{1}{4k}$, $\therefore l_{OP}: y = -\frac{1}{4k}x$, $\therefore R\left(6, -\frac{3}{2k}\right)$ 8分

联立 $\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 4 \\ y = -\frac{1}{4k}x \end{cases}$, 得 $x^2 = \frac{16k^2}{1+4k^2}$ 即 $x_Q^2 = \frac{16k^2}{1+4k^2}$ 9分

$$\therefore |OQ|^2 = |OP| \cdot |OR|, \therefore x_Q^2 = x_P \cdot x_R,$$

$\therefore \frac{16k^2}{1+4k^2} = -\frac{24km}{1+4k^2}$, $\therefore m = -\frac{2}{3}k$, 此时满足 $\Delta > 0$, 11分

\therefore 直线 l 过定点 $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ 12分

21. (本小题满分 12 分)

(I) 由题意得, $f(x) = -2\ln x - x + \frac{1}{2}x^2$, $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$,

$$\text{则 } f'(x) = -\frac{2}{x} - 1 + x = \frac{(x+1)(x-2)}{x},$$

令 $f'(x) > 0$, 解得 $x > 2$; 令 $f'(x) < 0$, 解得 $0 < x < 2$,

$\therefore f(x)$ 在 $(0, 2)$ 上单调递减, 在 $(2, +\infty)$ 上单调递增,

$\therefore f(x)$ 有极小值, 且极小值为 $f(2) = -2\ln 2$, 无极大值. 4 分

(II) 由题意得, $f'(x) = -\frac{2}{x} + 2a - 2ax = -\frac{2}{x}(ax^2 - ax + 1)$, 5 分

故 x_1, x_2 是方程 $ax^2 - ax + 1 = 0$ 的两个不等正实根,

$$\text{则 } \begin{cases} \Delta = a^2 - 4a > 0 \\ x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = \frac{1}{a} > 0 \end{cases}, \text{ 解得 } a > 4. \text{ 7 分}$$

$$\text{故 } \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} + x_1 x_2 = -\ln x_1 + ax_1 - \frac{1}{2}ax_1^2 - \ln x_2 + ax_2 - \frac{1}{2}ax_2^2 + x_1 x_2$$

$$= -\ln(x_1 x_2) - \frac{1}{2}a(x_1^2 + x_2^2) + a(x_1 + x_2) + x_1 x_2$$

$$= -\ln(x_1 x_2) + a(x_1 + x_2) - \frac{1}{2}a[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2] + x_1 x_2$$

$$= -\ln \frac{1}{a} + a - \frac{a}{2} \left(1 - \frac{2}{a}\right) + \frac{1}{a}$$

$$= \ln a + \frac{1}{2}a + \frac{1}{a} + 1. \text{ 9 分}$$

$$\text{令 } h(a) = \ln a + \frac{1}{2}a + \frac{1}{a} + 1 (a > 4),$$

$$\text{则 } h'(a) = \frac{1}{a} + \frac{1}{2} - \frac{1}{a^2} = \frac{(a+1)^2 - 3}{2a^2} > 0 \text{ 在 } (4, +\infty) \text{ 上恒成立, 10 分}$$

$$\therefore \text{函数 } h(a) \text{ 在 } (4, +\infty) \text{ 上单调递增, 则 } h(a) > h(4) = \frac{13}{4} + 2\ln 2,$$

$$\therefore \lambda \leq \frac{13}{4} + 2\ln 2, \text{ 即实数 } \lambda \text{ 的取值范围为 } \left(-\infty, \frac{13}{4} + 2\ln 2\right]. \text{ 12 分}$$

请考生从第 22、23 题中任选一题作答. 注意: 只能做选定的题目, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 解答时请写清题号.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

(I) 由 $\begin{cases} x = \cos \alpha \\ y = 1 + \sin \alpha \end{cases}$ 得, $x^2 + (y-1)^2 = 1$, 即 $x^2 + y^2 = 2y$,

将 $x = \rho \cos \theta, y = \rho \sin \theta$ 代入, 得 $\rho^2 = 2\rho \sin \theta$,
即曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho = 2 \sin \theta$ 3分

由 $\rho \cos^2 \theta + \cos \theta - \rho = 0$ 得, $\rho^2 \sin^2 \theta = \rho \cos \theta$,

将 $\rho \cos \theta = x, \rho \sin \theta = y$ 代入, 得 $y^2 = x$,

即曲线 C_2 的直角坐标方程为 $y^2 = x$ 5分

(II) 由题意得, 射线 $l: y = kx (x \geq 0, 1 \leq k \leq 2)$ 的极坐标方程为 $\theta = \theta_0 (\tan \theta_0 = k, \rho \geq 0)$,
..... 6分

联立 $\begin{cases} \rho = 2 \sin \theta \\ \theta = \theta_0 \end{cases}$, 得 $|\overrightarrow{OM}| = \rho_M = 2 \sin \theta_0$, 7分

联立 $\begin{cases} \rho \sin^2 \theta = \cos \theta \\ \theta = \theta_0 \end{cases}$, 得 $|\overrightarrow{ON}| = \rho_N = \frac{\cos \theta_0}{\sin^2 \theta_0}$, 8分

$\therefore \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = |\overrightarrow{OM}| \cdot |\overrightarrow{ON}| = 2 \sin \theta_0 \cdot \frac{\cos \theta_0}{\sin^2 \theta_0} = \frac{2}{\tan \theta_0} = \frac{2}{k} \in [1, 2]$ 10分

23. (本小题满分10分) 选修4-5: 不等式选讲

(I) 由题意得, $|2x-3| + |3x-6| < 2$,

当 $x < \frac{3}{2}$ 时, 不等式化为 $3-2x+6-3x < 2$, 解得 $x > \frac{7}{5}$, $\therefore \frac{7}{5} < x < \frac{3}{2}$;

当 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$ 时, 不等式化为 $2x-3+6-3x < 2$, 解得 $x > 1$, $\therefore \frac{3}{2} \leq x \leq 2$;

当 $x > 2$ 时, 不等式化为 $2x-3+3x-6 < 2$, 解得 $x < \frac{11}{5}$, $\therefore 2 < x < \frac{11}{5}$.

综上所述, 不等式 $f(x) < 2$ 的解集为 $(\frac{7}{5}, \frac{11}{5})$ 5分

(II) 由题意得, $a^2 - 2a - 2 \geq |2x-3| + |2x-4|$ 有实数解, 7分

$\therefore |2x-3| + |2x-4| \geq |(2x-3) - (2x-4)| = 1$, 8分

$\therefore a^2 - 2a - 2 \geq 1$, 9分

解得 $a \leq -1$ 或 $a \geq 3$, 即 a 的取值范围是 $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$ 10分

以上各解答题如有不同解法并且正确, 请按相应步骤给分.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线