



9. 有五名志愿者参加社服务,共服务星期六、星期天两天,每天从中任选两人参加服务,则恰有1人连续参加两天服务的选择种数为 ( )
- A. 120                      B. 60                      C. 40                      D. 30
10. 已知  $f(x)$  为函数  $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$  向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位所得函数,则  $y = f(x)$  与  $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$  的交点个数为 ( )
- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4
11. 在四棱锥  $P-ABCD$  中,底面  $ABCD$  为正方形,  $AB=4$ ,  $PC=PD=3$ ,  $\angle PCA=45^\circ$ ,则  $\triangle PBC$  的面积为 ( )
- A.  $2\sqrt{2}$                       B.  $3\sqrt{2}$                       C.  $4\sqrt{2}$                       D.  $5\sqrt{2}$
12. 已知椭圆  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$ ,  $F_1, F_2$  为两个焦点,  $O$  为原点,  $P$  为椭圆上一点,  $\cos\angle F_1PF_2 = \frac{3}{5}$ ,则  $|PO| =$  ( )
- A.  $\frac{2}{5}$                       B.  $\frac{\sqrt{30}}{2}$                       C.  $\frac{3}{5}$                       D.  $\frac{\sqrt{35}}{2}$

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 若  $y = (x-1)^2 + ax + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$  为偶函数,则  $a =$  \_\_\_\_\_.

14. 设  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} -2x + 3y \leq 3 \\ 3x - 2y \leq 3 \\ x + y \geq 1 \end{cases}$ , 设  $z = 3x + 2y$ , 则  $z$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

15. 在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $E, F$  分别为  $CD, A_1B_1$  的中点,则以  $EF$  为直径的球面与正方体每条棱的交点总数为 \_\_\_\_\_.

16. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=2$ ,  $\angle BAC=60^\circ$ ,  $BC=\sqrt{6}$ ,  $D$  为  $BC$  上一点,  $AD$  为  $\angle BAC$  的平方线,则  $AD =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题:共70分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答,第22、23题为选考题,考生根据要求作答. (一)必考题:60分.

17. 已知数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2=1$ , 设  $S_n$  为  $\{a_n\}$  前  $n$  项和,  $2S_n = na_n$ .

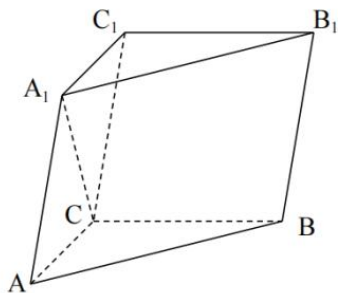
(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 求数列  $\left\{\frac{a_n+1}{2^n}\right\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

18. 在三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AA_1=2$ ,  $A_1C \perp$  底面  $ABC$ ,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $A_1$  到平面  $BCC_1B_1$  的距离为1.

(1) 求证:  $AC = A_1C$ ;

(2) 若直线  $AA_1$  与  $BB_1$  距离为2,求  $AB_1$  与平面  $BCC_1B_1$  所成角的正弦值.



19. 为探究某药物对小鼠的生长抑制作用, 将 40 只小鼠均分为两组, 分别为对照组 (不药物) 和实验组 (加药物)。

(1) 设其中两只小鼠中对照组小鼠数目为  $X$ , 求  $X$  的分布列和数学期望;

(2) 测得 40 只小鼠体重如下 (单位:g):(已按从小到大排好)

|     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 对照组 | 17.3 | 18.4 | 20.1 | 20.4 | 21.5 | 23.2 | 24.6 | 24.8 | 25.0 | 25.4 |
|     | 26.1 | 26.3 | 26.4 | 26.5 | 26.8 | 27   | 27.4 | 27.5 | 27.6 | 28.4 |
| 实验组 | 5.4  | 6.6  | 6.8  | 6.9  | 7.8  | 8.2  | 9.4  | 10.0 | 10.4 | 11.2 |
|     | 14.4 | 17.3 | 19.2 | 20.2 | 23.6 | 23.8 | 24.5 | 25.1 | 25.2 | 26.0 |

(i) 求 40 只小鼠体重的中位数的, 并完成下面  $2 \times 2$  列联表:

(ii) 根据  $2 \times 2$  列联表, 能否有 95% 的把握认为药物对小鼠生长有抑制作用. 参考数据:

|     |       |          |
|-----|-------|----------|
|     | $< m$ | $\geq m$ |
| 对照组 |       |          |
| 实验组 |       |          |

参考数据:

|                   |       |       |       |
|-------------------|-------|-------|-------|
| $k_0$             | 0.10  | 0.05  | 0.010 |
| $P(k^2 \geq k_0)$ | 2.706 | 3.841 | 6.635 |

20. 设抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$ ,  $x - 2y + 1 = 0$  与  $C$  交于  $A, B$  两点, 且  $|AB| = 4\sqrt{15}$ .

(1) 求  $p$ ;

(2) 设  $C$  的焦点为  $F$ ,  $M, N$  为  $C$  上两点,  $\overrightarrow{MF} \cdot \overrightarrow{NF} = 0$ , 求  $\triangle MNF$  面积的最小值.

21. 已知  $f(x) = ax - \frac{\sin x}{\cos^3 x}$ ,  $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ .

(1) 若  $a = 8$ , 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 若  $f(x) < \sin 2x$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.

(二)选考题:共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分。

22. [选修4-4:坐标系与参数方程]

已知  $P(2,1)$ , 直线  $l: \begin{cases} x=2+t\cos\alpha \\ y=1+t\sin\alpha \end{cases}$  ( $t$  为参数),  $l$  与  $x$  轴,  $y$  轴正半轴交于  $A, B$  两点,  $|PA| \cdot |PB| = 4$ .

(1) 求  $\alpha$  的值;

(2) 以原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求  $l$  的极坐标方程.

23. [选修4-5:不等式选讲](10分)

已知  $f(x) = 2|x-a| - a, a > 0$ .

(1) 解不等式  $f(x) < x$ ; (2) 若  $y = f(x)$  与坐标轴围成的面积为 2, 求  $a$ .



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：[www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线