

高一数学试题参考答案

2023.7

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. D 2. A 3. B 4. A 5. C 6. D 7. C 8. D

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. BD 10. BCD 11. BD 12. ABD

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 60 14. $5\sqrt{2}$ 15. $10\sqrt{6}$ 16. $\sqrt{39}$

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

解:(1)因为 $a(\cos C + \sqrt{3}\sin C) = b$,

由正弦定理得, $\sin A \cos C + \sqrt{3} \sin A \sin C = \sin B$, 1 分

因为 $B = \pi - (A + C)$, 所以 $\sin A \cos C + \sqrt{3} \sin A \sin C = \sin A \cos C + \cos A \sin C$

即 $\sqrt{3} \sin A \sin C = \cos A \sin C$, 2 分

因为 $0 < C < \pi$, 所以 $\sin C > 0$,

所以 $\tan A = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 3 分

又 $0 < A < \pi$, 4 分

所以 $A = \frac{\pi}{6}$ 5 分

(2)由余弦定理 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$,

整理得 $b^2 - 9b - 22 = 0$, 6 分

因为 $b > 0$, 解得 $b = 11$, 7 分

所以 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A$ 8 分

$= \frac{1}{2} \times 11 \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2}$ 9 分

$= \frac{33\sqrt{3}}{4}$ 10 分

高一数学试题答案 第 1 页(共 5 页)

18. (12 分)

(1) 证明: 连接 A_1C , 交 AC_1 于点 O , 连接 OD 1 分

因为四边形 ACC_1A_1 为平行四边形,

所以 O 为 AC_1 的中点, 又 D 为 BC 的中点,

所以 $OD \parallel A_1B$ 3 分

又 $OD \subset$ 平面 ADC_1 , $A_1B \not\subset$ 平面 ADC_1 , 4 分

所以 $A_1B \parallel$ 平面 ADC_1 5 分

(2) 因为三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 是直三棱柱, 所以 $CC_1 \perp AC$ 6 分

在 $\triangle ACC_1$ 中,

$AC_1 = \sqrt{AC^2 + CC_1^2} = 2\sqrt{5}$, $C_1D = \sqrt{CD^2 + CC_1^2} = \sqrt{17}$, $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{3}$ 7 分

所以 $AC_1^2 = C_1D^2 + AD^2$, 所以 $\triangle ADC_1$ 为直角三角形, 8 分

由题意, $AD \perp BC$, $AD \perp BB_1$, $BB_1 \cap BC = B$,

所以, $AD \perp$ 平面 BCC_1B_1 9 分

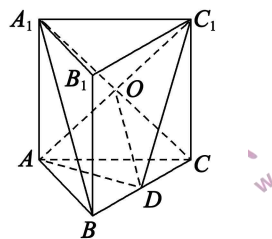
设 B_1 到平面 ADC_1 的距离为 d , 因为 $V_{B_1-ADC_1} = V_{A-B_1C_1D}$,

所以 $\frac{1}{3} S_{\triangle ADC_1} \cdot d = \frac{1}{3} S_{\triangle B_1C_1D} \cdot AD$,

所以, $\frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{17}) \times d = \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} \times 2 \times 4) \times \sqrt{3}$, 10 分

解得 $d = \frac{8\sqrt{17}}{17}$ 11 分

所以 B_1 到平面 ADC_1 的距离为 $\frac{8\sqrt{17}}{17}$ 12 分



19. (12 分)

解: (1) 因为 $\mathbf{a} = \mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$,

所以 $|\mathbf{a}|^2 = (\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2)^2 = |\mathbf{e}_1|^2 - 4\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 + 4|\mathbf{e}_2|^2$,

$|\mathbf{b}|^2 = (2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2)^2 = 4|\mathbf{e}_1|^2 - 4\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 + |\mathbf{e}_2|^2$, 2 分

因为 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 是夹角为 60° 的两个单位向量,

所以 $|\mathbf{a}|^2 = 1 - 4 \times \frac{1}{2} + 4 = 3$, $|\mathbf{b}|^2 = 4 - 4 \times \frac{1}{2} + 1 = 3$,

所以 $|\mathbf{a}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{b}| = \sqrt{3}$. (求对一个得 2 分) 4 分

因为 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = (\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2) \cdot (2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2)$

$= 2|\mathbf{e}_1|^2 - 5\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 + 2|\mathbf{e}_2|^2 = 2 - 5 \times \frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2}$ 5 分

高一数学试题答案 第 2 页 (共 5 页)

$$\begin{aligned}\text{所以 } \cos\langle a, b \rangle &= \frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|} \\ &= \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{1}{2}, \dots\dots\dots 6 \text{ 分}\end{aligned}$$

因为 $\langle a, b \rangle \in [0, \pi]$, $\dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

所以 a 与 b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$. $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

(2) 因为 $(3a - b) \perp (a + \lambda b)$,

所以 $(3a - b) \cdot (a + \lambda b) = 0$, $\dots\dots\dots 9 \text{ 分}$

所以 $3a^2 + (3\lambda - 1)a \cdot b - \lambda b^2 \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

$$= 9 + \frac{3}{2}(3\lambda - 1) - 3\lambda$$

$$= \frac{15}{2} + \frac{3}{2}\lambda = 0, \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

解得 $\lambda = -5$. $\dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

20. (12 分)

解: (1) 因为 $(2a + 0.0001 + 0.0002 + 0.0003 + 0.0004) \times 500 = 1$, $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

所以 $a = 0.0005$. $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) 由于 $0.0002 \times 500 + 0.0004 \times 500 = 0.3$,

$$0.0002 \times 500 + 0.0004 \times 500 + 0.0005 \times 500 = 0.55.$$

因此中位数落在 $[1500, 2000)$ 内. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

设中位数为 t .

$$\text{则 } (t - 1500) \times 0.0005 = 0.5 - 0.3 = 0.2. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

解得 $t = 1900$, $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

因此中位数为 1900.

(3) 从收入在 $[1000, 1500)$ 之间的人中选 $6 \times \frac{0.0004}{0.0002 + 0.0004} = 4$ 人, 分别记为 A, B, C, D .

$\dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

从收入在 $[500, 1000)$ 之间的人中选:

$$6 \times \frac{0.0002}{0.0004 + 0.0002} = 2 \text{ 人, 分别记为 } a, b. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

高一数学试题答案 第 3 页(共 5 页)

在这 6 人中选取 2 人作为调查员, 试验的样本空间:

$\Omega = \{(A, B), (A, C), (A, D), (A, a), (A, b), (B, C), (B, D), (B, a), (B, b), (C, D), (C, a), (C, b), (D, a), (D, b), (a, b)\}$, 共 15 个样本点. 10 分

设 $A =$ “选取的 2 名调查员中至少有一人收入在 $[500, 1000)$ 之间”,

则 $A = \{(A, a), (A, b), (B, a), (B, b), (C, a), (C, b), (D, a), (D, b), (a, b)\}$, 共 9 个样本点. 11 分

因此, 2 名调查员中至少有一人收入在 $[500, 1000)$ 之间中的概率为

$$P(A) = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}. \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

21. (12 分)

解: 设事件 $A =$ “甲第一次答对”, 事件 $B =$ “乙第一次答对”,

事件 $C =$ “甲第二次答对”, 事件 $D =$ “乙第二次答对”,

事件 $E =$ “甲第三次答对”, 事件 $F =$ “乙第三次答对”,

事件 $M =$ “甲、乙两人第一次答题中只有一人通过面试”

事件 $N =$ “甲、乙两人都通过面试且甲的答题次数少于乙的答题次数”. 2 分

(1) 由题意得, $M = A\bar{B} + \bar{A}B$, 3 分

由事件的独立性与互斥性, 可得 $P(M) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B)$ 4 分

$$= P(A)P(\bar{B}) + P(\bar{A})P(B) \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$= 0.8 \times 0.3 + 0.2 \times 0.7 = 0.38.$$

所以第一次答题中甲、乙两人只有一人通过面试的概率为 0.38. 6 分

(2) 由题意得, $N = A\bar{B}D + A\bar{B}\bar{D}F + \bar{A}CB\bar{D}F$ 8 分

由事件的独立性与互斥性,

可得 $P(N) = P(A\bar{B}D) + P(A\bar{B}\bar{D}F) + P(\bar{A}CB\bar{D}F)$ 9 分

$$P(N) = P(A)P(\bar{B})P(D) + P(A)P(\bar{B})P(\bar{D})P(F) + P(\bar{A})P(C)P(\bar{B})P(\bar{D})P(F) \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$= 0.8 \times 0.3 \times 0.7 + 0.8 \times 0.3 \times 0.3 \times 0.7 + 0.2 \times 0.8 \times 0.3 \times 0.3 \times 0.7$$

$$= 0.22848. \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

所以甲、乙两人都通过面试且甲的答题次数少于乙的答题次数的概率为 0.22848.

..... 12 分

高一数学试题答案 第 4 页(共 5 页)

22. (12 分)

解:(1)如图,设 BE 的中点为 O ,连接 OC,OG ,易得 $OG \parallel$

$AE, OG = \frac{1}{2}AE$ 1 分

因为 $CD \parallel AE, CD = \frac{1}{2}AE$,故 $CD \parallel OG$,且 $CD = OG$,

所以四边形 $CDGO$ 为平行四边形,

则 $DG \parallel CO$ 2 分

因为 $AE \perp CE, AE \perp EB, CE \cap EB = E, CE, EB \subset \text{面 } BCE$,所以 $AE \perp \text{平面 } BCE$ 3 分

而 $CO \subset \text{平面 } BCE$,

所以 $AE \perp CO$ 4 分

因为 $BC = CE$,所以 $BE \perp CO$ 5 分

因为 $BE \cap AE = E, BE, AE \subset \text{平面 } ABE$,所以 $CO \perp \text{平面 } ABE$,所以 $DG \perp \text{平面 } ABE$

..... 6 分

(2)过点 G 作 $GH \perp AF$,连接 DH ,则 $DH \perp AF$,

$\angle DHG$ 为二面角 $D-AF-B$ 的平面角, 7 分

理由如下:由(1)可得 $DG \perp \text{平面 } ABE, AF \subset \text{平面 } ABE$

所以 $DG \perp AF$,又 $GH \perp AF, GH \cap DG = G$,

所以 $AF \perp \text{平面 } DHG$, 8 分

所以 $AF \perp DH, GH \cap DH = H$,

所以 $\angle DHG$ 为二面角 $D-AF-B$ 的平面角 9 分

由 $AE = 2, EF = \frac{4}{3}$,可得 $AF = \frac{2\sqrt{13}}{3}$

$$S_{\triangle AFG} = \frac{1}{2}S_{\triangle AFB} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times S_{\triangle AEB} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = \frac{1}{3}$$

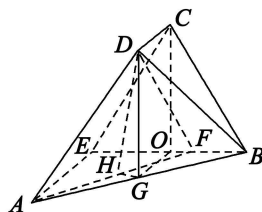
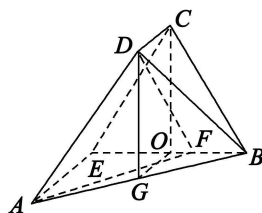
$$S_{\triangle AFG} = \frac{1}{2} \times AF \times HG = \frac{1}{3},$$

得 $HG = \frac{\sqrt{13}}{13}$ 10 分

$$\text{又 } DG = CO = \sqrt{2} \therefore \tan \angle DHG = \frac{DG}{HG} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{13}}{13}} = \sqrt{26} \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\therefore \cos \angle DHG = \frac{\sqrt{3}}{9} \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

所以二面角 $D-AF-B$ 的余弦值 $\frac{\sqrt{3}}{9}$.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线