

柳州市2022届新高三摸底考试

理科数学

(考试时间 120分钟 满分 150分)

- 注意:1.答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2.所有答案请在答题卡上作答,在本试卷和草稿纸上作答无效.答题前请仔细阅读答题卡上的“注意事项”,按照“注意事项”的规定答题。
3.做选择题时,如需改动,请用橡皮将原选答案擦干净,再选涂其他答案。

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的四个选项中只有一个选项是符合题目要求的)

- 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4x - 5 < 0\}$, 集合 $B = \{x | y = \sqrt{x-2}\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$
A. $(-1, 2]$ B. $[2, 5)$ C. $[0, 5)$ D. $[2, 3)$
- 复数 $z = \frac{2+i}{2-i}$ (i 为虚数单位), 则其共轭复数 $\bar{z} = (\quad)$
A. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$ B. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$ C. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ D. $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$
- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_2 + a_6 = 10$, $a_5 = 9$, 则 $a_{10} = (\quad)$
A. 20 B. 24 C. 27 D. 29
- 已知 F 是抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点, 直线 l 是抛物线的准线, 则 F 到直线 l 的距离为 (\quad)
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
- 已知 \vec{a}, \vec{b} 是非零向量, 则“ $\vec{a} // \vec{b}$ ”是“ $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$ ”的 (\quad)
A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 三棱锥 $P-ABC$ 中, 若 $PA = PB = PC$, 则 P 在底面 ABC 上的投影 O 为 $\triangle ABC$ 的 (\quad)
A. 垂心 B. 外心 C. 内心 D. 重心
- 已知函数 $f(x) = f'(1)x^2 + x + 2$, 则 $f'(1)$ 等于 (\quad)
A. -3 B. -2 C. -1 D. 1

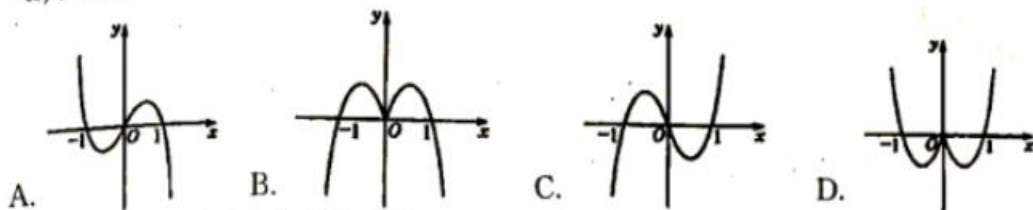
8. 2020年初,新型冠状病毒(COVID-19)引起的肺炎疫情爆发以来,各地医疗机构采取了各种针对性的治疗方法,取得了不错的成效,某医疗机构开始使用中西医结合方法后,每周治愈的患者人数如下表所示:

第 x 周	1	2	3	4	5
治愈人数 y (单位:十人)	3	8	10	14	15

由上表可得 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = \hat{b}x + 1$, 则此回归模型第 5 周的残差(实际值减去预报值)为 (\quad)

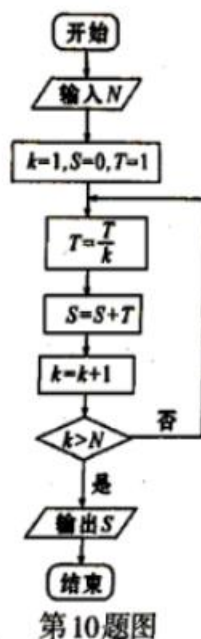
- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

9. 我国著名数学家华罗庚曾说:数缺形时少直观,形少数时难入微,数形结合百般好,割裂分家万事休.在数学的学习和研究中,有时可凭借函数的解析式琢磨函数图象的特征.如函数 $y=(x^3-x)3^{|x|}$ 的图象大致是()



10. 执行右图的程序框图,如果输入的 $N=10$,那么输出的 S 等于()

- A. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{10}$ B. $1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{11!}$
C. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{11}$ D. $1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{10!}$



11. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点分别是 F_1 和 F_2 , 点 F_1 关于渐近线 $bx - ay = 0$ 的对称点恰好落在圆 $(x-c)^2 + y^2 = c^2$ 上, 则双曲线的离心率为()

- A. $\sqrt{2}$ B. 2
C. $2\sqrt{2}$ D. 3
12. 已知函数 $f(x) = \cos(\cos x) + \sin(\cos x), x \in \mathbb{R}$, 有下述四个结论:
① 函数 $f(x)$ 是奇函数 ② 函数 $f(x)$ 的最小正周期是 π
③ 函数 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上是减函数 ④ 函数 $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ 上的最大值是 1

其中正确的结论一共有()个

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

第 II 卷(非选择题, 共 90 分)

二、填空题:(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. $(x - \frac{1}{2\sqrt{x}})^6$ 展开式中的常数项为_____.

14. 已知变量 x, y 满足 $\begin{cases} y \geq 0 \\ y \leq x \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = 2x + 3y$ 的最大值为_____.

15. 将函数 $f(x) = 2\sin(\omega x - \frac{\pi}{3}) (\omega > 0)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3\omega}$ 个单位, 得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 若函数 $y = g(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}]$ 上为增函数, 则 ω 的取值范围是_____.

16. 若球 O 是直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的外接球, 三棱柱的高和体积都是 4, 底面是直角三角形, 则球 O 表面积的最小值是_____.

三、解答题:(本大题共6小题,共70分,解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤)

17.(本小题满分10分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b^2 + c^2 = a^2 + bc$.

(1)求角 A 的大小;

(2)求 $\cos B + \cos C$ 的取值范围.

18.(本小题满分12分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2a_n - 2$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

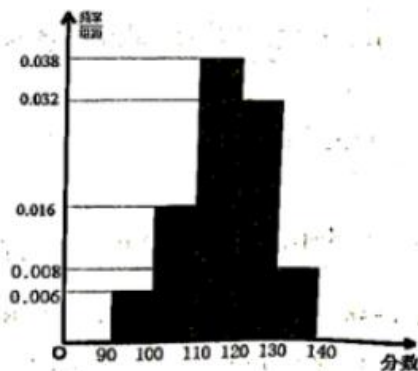
(2)记数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求使得 $|T_n - 1| < \frac{1}{500}$ 成立的 n 的最小值.

19.(本小题满分12分)

为庆祝2021年中国共产党成立100周年,某校高二年级举行“党史知识你我答”活动,共有10个班,每班选5名选手参加了预赛,预赛满分为150分,现预赛成绩全部介于90分到140分之间.将成绩结果按如下方式分成五组:第一组 $[90, 100)$, 第二组 $[100, 110)$, ..., 第五组 $[130, 140]$. 按上述分组方法得到的频率分布直方图如图所示.

(1)若成绩大于或等于100分且小于120分认为是良好的,求参赛学生在这次活动中成绩良好的人数;

(2)若从第一、五组中共随机取出两个成绩,记 X 为取得第一组成绩的个数,求 X 的分布列与数学期望.

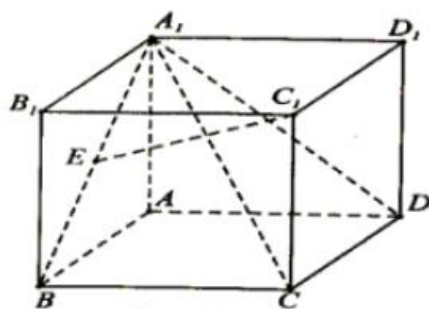


第19题图

20.(本小题满分12分)

如图,直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1=2$, E 为 BA_1 的中点,底面 $ABCD$ 是边长为4的菱形, $\angle ADC=60^\circ$.

- (1)证明: E, C_1, A, D 四点共面;
- (2)求直线 C_1E 与平面 A_1CD 所成角的正弦值.



第20题图

21.(本小题满分12分)

已知动点 P 到点 $F_1(-1, 0)$ 的距离与到点 $F_2(1, 0)$ 的距离之和为 $2\sqrt{2}$, 若点 P 形成的轨迹为曲线 C .

- (1)求曲线 C 的方程;
- (2)过 F_1 作直线 l 与曲线 C 分别交于两点 M, N , 当 $\overline{F_2M} \cdot \overline{F_2N}$ 最大时, 求 $\triangle MF_2N$ 的面积.

22.(本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \ln x + (x-a)^2$.

- (1)若函数 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处切线的斜率等于1, 求 a 的值;
- (2)讨论函数 $f(x)$ 的单调性;
- (3)若函数 $f(x)$ 有两个极值点分别为 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 证明: $f[x_1 x_2 (x_1 + x_2)] > \frac{1 - \ln 2}{2}$.

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95% 以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承“专业、专注、有态度”的创办公念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网“年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。



 微信搜一搜

 自主选拔在线