

绝密★考试结束前

浙江省 A9 协作体 2022 学年第二学期期中联考

高二数学试题

命题: 诸暨牌头中学 赵春风 审题: 马寅初级中学 章立丰 桐乡凤鸣高级中学 沈佳磊

考生须知:

1. 本卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟;
2. 答题前, 在答题卷密封区内填写班级、学号和姓名; 座位号写在指定位置;
3. 所有答案必须写在答题卷上, 写在试卷上无效;
4. 考试结束后, 只需上交答题卷.

第 I 卷

一、单选题 (本大题共 8 小题, 共 40 分. 在每小题列出的选项中, 选出符合题目的一项.)

1. 已知集合 $A = \{x | a - 2 < x < a + 3\}$, $B = \{x | (x - 1)(x - 4) > 0\}$. 若 $A \cup B = R$, 则 a 值范围是
A. $(-\infty, 1)$ B. $[1, 3]$ C. $(1, 3)$ D. $[3, +\infty)$
2. 命题“ $\exists x \in R, x^2 - x + 1 < 0$ ”的否定是
A. $\exists x \in R, x^2 - x + 1 > 0$ B. $\forall x \in R, x^2 - x + 1 > 0$
C. $\exists x \in R, x^2 - x + 1 \geq 0$ D. $\forall x \in R, x^2 - x + 1 \geq 0$
3. 下列结论中正确的是
A. 若 $y = x^2 + \ln 2$, 则 $y' = 2x + \frac{1}{2}$ B. 若 $y = \frac{\ln x}{x}$, 则 $y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}$
C. 若 $y = x^2 e^x$, 则 $y' = 2xe^x$ D. 若 $y = (2x + 1)^2$, 则 $y' = 3(2x + 1)^2$
4. 下列说法中正确的是
A. 已知随机变量 X 服从二项分布 $B\left(4, \frac{1}{3}\right)$, 则 $E(X) = \frac{8}{9}$
B. “ A 与 B 是互斥事件”是“ A 与 B 互为对立事件”的充分不必要条件
C. 已知随机变量 X 的方差为 $D(X)$, 则 $D(2X - 3) = 2D(X) - 3$
D. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(4, \sigma^2)$ 且 $P(X \leq 6) = 0.85$, 则 $P(2 < X \leq 4) = 0.35$
5. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 R , 满足 $f(x + 2) = \frac{1}{2}f(x)$, 且当 $x \in (0, 2]$ 时, $f(x) = x(x - 2)$, 若对任意 $x \in [m, +\infty)$, 都有 $f(x) \geq -\frac{3}{16}$, 则 m 的取值范围是
A. $\left[\frac{11}{2}, +\infty\right)$ B. $\left[\frac{9}{2}, +\infty\right)$ C. $\left[\frac{9}{4}, +\infty\right)$ D. $\left[\frac{11}{4}, +\infty\right)$
6. 将四书《中庸》、《论语》、《大学》、《孟子》全部随机分给甲、乙、丙三名同学, 每名同学至少分得 1 本, A 事件: “《中庸》分给同学甲”; B 表示事件: “《论语》分给同学甲”; C 表示事件: “《论语》分给同学乙”, 则下列结论正确的是
A. 事件 A 与 B 相互独立 B. 事件 A 与 C 相互独立
C. $P(C|A) = \frac{5}{12}$ D. $P(B|A) = \frac{5}{12}$

7. 在二项式 $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ 的展开式中, 只有第四项的二项式系数最大, 把展开式中所有的项重新排成一列, 则有理项互不相邻的概率为

A. $\frac{2}{7}$ B. $\frac{1}{35}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{8}{25}$

8. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2 - \ln|x|$, $a = f(\ln\sqrt{2})$, $b = f\left(\frac{\ln 3}{3}\right)$, $c = f\left(-\frac{1}{e}\right)$, 则

A. $a < c < b$ B. $c < b < a$ C. $c < a < b$ D. $b < c < a$

二、多选题 (本大题共 4 小题, 共 20 分。在每小题有多项符合题目要求。)

9. 已知 $a > 0$, $b > 0$, 则下列结论错误的是

- A. 若 $a > b > 1$, 则 $\frac{1}{a} < 1 < \frac{1}{a-b}$ B. 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$
C. 若 $a+b \leq 2$, 则 $ab \leq 1$ D. 若 $a > b > c > 0$, 则 $ac < b^2$

10. 关于多项式 $\left(1 + \frac{2}{x} - x\right)^6$ 的展开式, 下列结论正确的是

- A. 各项系数之和为 1 B. 各项系数的绝对值之和为 2^{12}
C. 存在常数项 浙考神墙 750 D. x^3 的系数为 40

11. 已知函数 $f(x) = e^x(x^2 - x - 1)$, 则下列选项正确的有

- A. 函数 $f(x)$ 极小值为 $-e$, 极大值为 $\frac{5}{e^2}$
B. 当 $x \in [-2, 2]$ 时, 函数 $f(x)$ 的最大值为 e^2
C. 函数 $f(x)$ 存在 3 个不同的零点
D. 当 $-e < k < \frac{5}{e^2}$ 时, 方程 $f(x) = k$ 恰有 3 个不等实根

12. 几只猴子在一棵枯树上玩耍, 假设它们均不慎失足下落, 已知: (1) 甲在下落的过程中依次撞击到树枝 A, B, C ; (2) 乙在下落的过程中依次撞击到树枝 D, E, F ; (3) 丙在下落的过程中依次撞击到树枝 G, A, C ; (4) 丁在下落的过程中依次撞击到树枝 B, D, H ; (5) 戊在下落的过程中依次撞击到树枝 I, C, E , 下列结论正确的是

- A. 最高处的树枝为 G, I 中的一个
B. 最低处的树枝一定是 F
C. 这九棵树枝从高到低不同的顺序共有 33 种
D. 这九棵树枝从高到低不同的顺序共有 32 种

第 II 卷

三、填空题 (本大题共 4 小题, 共 20 分。)

13. 设随机变量 X 的分布列 $P(X=i) = \frac{k}{2^i} (i=1,2,3)$, 则 $P(X \geq 2) = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

14. 已知正实数 a, b 满足 $a+b-ab+3=0$, 则 ab 的最小值是 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

15. 过点 $P(0, -e)$ 作曲线 $y = x \ln x$ 的切线, 则切线方程是 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

16. 函数 $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2, & x < 0 \\ e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$, 若存在 $a, b, c (a < b < c)$, 使得 $f(a) = f(b) = f(c)$, 则 $\frac{(b+1)c}{a+b}$ 的最小值是 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。）

17.（本小题 10 分）已知函数 $f(x) = x^2 + ax + a$ ， $x \in R$

- (1) 若方程 $f(x) = 0$ 有两根，且两根为 x_1 ， x_2 ，求 $x_1^2 + x_2^2$ 的取值范围；
- (2) 已知 $P = [0, 1]$ ，关于 x 的不等式 $f(x) > 0$ 的解为 Q ，若 $P \cap Q = \emptyset$ ，求实数 a 的取值范围.

18.（本小题 12 分）同一种产品由甲、乙、丙三个厂供应. 由长期的经验知，三家的正品率分别为 0.95，0.90，0.80，三家产品数所占比例为 2:3:5，混合在一起：

- (1) 从中任取一件，求此产品为正品的概率；
- (2) 现取到一件产品为正品，问它是由甲、乙、丙三个厂中哪个厂生产的可能性大？（给出计算过程）

19.（本小题 12 分）已知 $f(x) = (2x + 3)^n$ 展开式的二项式系数和为 512，

$$\text{且 } (2x + 3)^n = a_0 + a_1(x + 1) + a_2(x + 1)^2 + \dots + a_n(x + 1)^n$$

- (1) 求 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ 的值；
- (2) 求 a_2 的值；
- (3) 求 $f(20) - 20$ 被 6 整除的余数.

20. (本小题 12 分) 某工厂某种产品的年产量为 $1000x$ 吨, 其中 $x \in [20, 100]$, 需要投入的成本为 $C(x)$ (单位: 万元), 当 $x \in [20, 80]$ 时, $C(x) = \frac{1}{2}x^2 - 30x + 500$; 当 $x \in (80, 100]$ 时, $C(x) = \frac{20000}{\sqrt{x}}$. 若每吨商品售价为 $\frac{\ln x}{x}$ 万元, 通过市场分析, 该厂生产的商品能全部售完.
- (1) 写出年利润 $L(x)$ (单位: 万元) 关于 x 的函数关系式;
(2) 年产量为多少吨时, 该厂利润最大?
21. (本小题 12 分) 某公司在一次年终总结会上举行抽奖活动, 在一个不透明的箱子中放入 3 个红球和 3 个白球 (球的形状和大小都相同), 抽奖规则有以下两种方案可供选择:
- 方案一: 选取一名员工在袋中随机摸出一个球, 若是红球, 则放回袋中; 若是白球, 则不放入, 再在袋中补充一个红球, 这样反复进行 3 次, 若最后袋中红球个数为 X , 则每位员工颁发奖金 X 万元; 浙考神墙750
- 方案二: 从袋中一次性摸出 3 个球, 把白球换成红球再全部放回袋中, 设袋中红球个数为 Y , 则每位员工颁发奖金 Y 万元.
- (1) 若用方案一, 求 X 布列与数学期望;
(2) 比较方案一与方案二, 求采用哪种方案, 员工获得奖金数额的数学期望值更高? 请说明理由;
(3) 若企业有 1000 名员工, 他们为企业贡献的利润近似服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, μ 为各位员工贡献利润数额的均值, 计算结果为 100 万元, σ^2 为数据的方差, 计算结果为 225 万元, 若规定奖金只有贡献利润大于 115 万元的员工可以获得, 若按方案一与方案二两种抽奖方式获得奖金的数学期望值的最大值计算, 求获奖员工的人数及每人可以获得奖金的平均数值 (保留到整数) 参考数据: 若随机变量 ξ 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < \xi \leq \mu + \sigma) \approx 0.6826$
22. (本小题 12 分) 设 $a \in R$, 函数 $f(x) = \ln x - ax$.
- (1) 讨论方程 $f(x) = 0$ 的解的个数;
(2) 若函数 $f(x)$ 有两个相异零点 x_1, x_2 , 求证: $x_1 x_2 > e^2$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

浙考家长帮

