

高三数学试题

2022.1

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,第 I 卷 1—2 页,第 II 卷 3—4 页,共 150 分,测试时间 120 分钟.

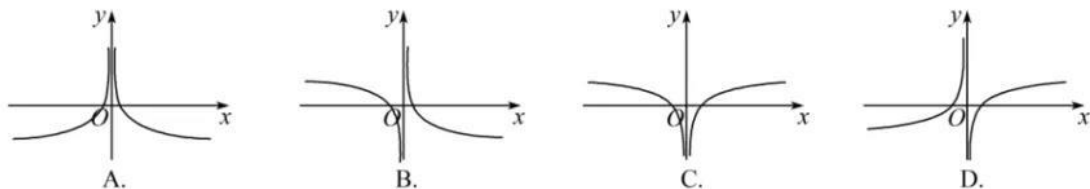
注意事项:

选择题每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案,不能答在测试卷上.

第 I 卷(共 60 分)

一、选择题(本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设全集为 \mathbf{R} ,集合 $A = \{x \mid |x| \geq 1\}$, $B = \{x \mid \lg x \leq 0\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cup B =$
A. $(0, 1]$ B. $(-1, 1]$ C. $(-1, 1)$ D. $(-\infty, 1]$
2. 已知复数 z 满足 $|2 + \frac{1}{i}| = z(1 - i)$, 其中 i 为虚数单位, 则复数 z 在复平面内所对应的点在
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 已知向量 $\mathbf{a} = (1, x)$, $\mathbf{b} = (x, 9)$, 则 $x < 0$ 是 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$ 为钝角的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 已知函数 $f(x) = \ln(\sqrt{1+x^2} + x) - \frac{1}{x}$, 则函数 $f(x)$ 的大致图象为



5. 若函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin \omega x - \cos \omega x$, $\omega > 0$, $x \in \mathbf{R}$, 又 $f(x_1) = 2$, $f(x_2) = 0$, 且 $|x_1 - x_2|$ 的最小值为 $\frac{3}{8}\pi$, 则 ω 的值为
A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{8}{3}$ C. 4 D. $\frac{16}{3}$
6. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 9$, 直线 $l: ax + by = a + 2b$ ($a, b \in \mathbf{R}$) 与两坐标轴交点分别为 M, N , 当直线 l 被圆 O 截得的弦长最小时, $|MN| =$
A. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ D. $3\sqrt{5}$

高三数学试题 第 1 页(共 4 页)

准考证号

姓名

学校

7. 《算数术》是我国现存最早的有系统的数学典籍,其中记载有求“困盖”的术:置如其周,令相乘也,又以高乘之,三十六成一.该术相当于给出了由圆锥的底面周长 L 与 h ,当圆周率 π 近似取 3 时,其体积 V 的近似公式 $V \approx \frac{1}{36}L^2h$. 现有一圆锥,其体积的近似公式 $V \approx \frac{1}{38}L^2h$,侧面积为其轴截面面积的 3 倍,母线长为 4,则此圆锥的高为
- A. 4 B. $\frac{38}{9}$ C. $\frac{88}{21}$ D. $\frac{112}{27}$
8. 设函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上的导函数为 $f'(x)$,若 $f'(x) > f(x) + 1, f(x) + f(a-x) = 2, f(a) = 5$,则不等式 $f(x) + 2e^x + 1 < 0$ 的解集为
- A. $(0, 2)$ B. $(3, 5)$ C. $(-\infty, 0)$ D. $(0, +\infty)$

二、多选题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分)

9. 已知 $f(x) = \left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^6$,则下列结论正确的是
- A. $f(x)$ 的展开式中常数项是 15
 B. $f(x)$ 的展开式中各项系数之和是 0
 C. $f(x)$ 的展开式中的二项式系数最大值是 15
 D. $f(x)$ 的展开式中不含 x^4 的项
10. 定义在区间 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$,如果对于任意给定的等比数列 $\{a_n\}$, $\{f(a_n)\}$ 仍是等比数列,则称 $f(x)$ 为“保等比数列函数”.下列函数是“保等比数列函数”的为
- A. $f(x) = x^3$ B. $f(x) = 2^x$ C. $f(x) = |x|$ D. $f(x) = \ln|x|$
11. 已知 $a > 0, b > 0, 2a + b = ab$,则下列结论正确的是
- A. $a + b$ 的最小值为 $3 + 2\sqrt{2}$ B. $a^2 + b^2$ 的最小值为 16
 C. $\sqrt{\frac{1}{a}} + \sqrt{\frac{2}{b}}$ 的最大值为 $\sqrt{2}$ D. $\lg a + \lg b$ 的最小值为 $3\lg 2$
12. 已知椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < 2)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ,过点 F_1 的直线 l 交椭圆于 A, B 两点,若 $|AF_2| + |BF_2|$ 的最大值为 5,则下列说法正确的是
- A. 椭圆的短轴长为 $\sqrt{3}$ B. 当 $|AF_2| + |BF_2|$ 最大时, $|AF_2| = |BF_2|$
 C. 椭圆离心率为 $\frac{1}{2}$ D. $\triangle ABF_2$ 面积最大值为 $2\sqrt{3}$

第 II 卷(共 90 分)

三、填空题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. 某研究机构采访了“一带一路”沿线 20 国的青年,让他们用一个关键词表达对中国的印象,使用频率前 12 的关键词为:高铁、移动支付、网购、共享单车、一带一路、无人机、大熊猫、广场舞、中华美食、长城、京剧、美丽乡村. 其中使用频率排前四的关键词“高铁、移动支付、网购、共享单车”也成为了他们眼中的“新四大发明”. 从这 12 个关键词中选择 3 个不同的关键词,且至少包含一个“新四大发明”关键词的选法种数为_____ (用数字作答).

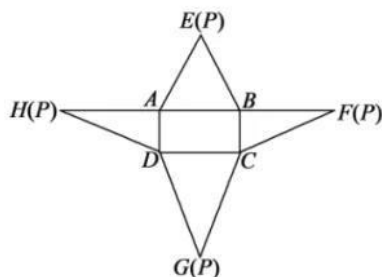
14. 写出一个同时满足①②的函数 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

① $f(x)$ 是偶函数, ② $f(x+2) = -f(x)$.

15. 设 F_1, F_2 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点, O 为坐标原点, 以 OF_2 为直径的圆与该双曲线 C 的一条渐近线交于 O, P 两点, 若 $\angle OPF_1 = 45^\circ$, 则 C 的离心率为_____.

16. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 的平面展开图中, 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\triangle ABE$ 是等边三角形, $AD \perp AH$, $AD=1, AB=2$. 则平面展开图中 $\sin \angle GCF = \underline{\hspace{2cm}}$, 四棱锥 $P-ABCD$ 的外接球半径为_____.

(第一空 2 分, 第二空 3 分)



四、解答题(本题共 6 小题,共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $d=4$, 首项 $a_1 > 0$, 其前四项中删去某一项后(按原来的顺序)恰好是等比数列 $\{b_n\}$ 的前三项.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $\{a_n\}$ 中不包含 $\{b_n\}$ 的项按从小到大的顺序构成新数列 $\{c_n\}$, 记 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求 S_{20} .

18. (本小题满分 12 分)

在① $a \sin B = b \sin(A - \frac{\pi}{3})$ ② $(a+b)(\sin A - \sin B) = (b+c) \sin C$ ③ $\sqrt{3} b \sin \frac{B+C}{2} =$

$a \sin B$ 三个条件中任选一个补充在下面横线上, 并解决问题.

问题: 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且满足_____.

(1) 求角 A ;

(2) 若 A 的角平分线 AD 长为 1, 且 $b+c=6$, 求 $\sin B \sin C$ 的值.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

19. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 C 的顶点是坐标原点 O , 对称轴为 x 轴, 焦点为 F , 抛物线上点 A 的横坐标为 1, 且 $\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{OA} = 4$.

(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 过抛物线 C 的焦点作与 x 轴不垂直的直线 l 交抛物线 C 于两点 M, N , 直线 $x=1$ 分别交直线 OM, ON 于点 A 和点 B , 求证: 以 AB 为直径的圆经过 x 轴上的两个定点.

20. (本小题满分 12 分)

环保生活, 低碳出行, 新能源电动汽车正成为人们购车的热门选择. 某型号电动汽车, 在一段平坦的国道进行测试, 国道限速 80km/h (不含 80km/h), 经多次测试得到, 该汽车每小时耗电量 M (单位: Wh) 与速度 v (单位: km/h) 的下列数据:

v	0	10	20	60
M	0	1625	3000	9000

为了描述国道上该汽车每小时耗电量与速度的关系, 现有以下两种函数模型供选择:

$$M(v) = \frac{1}{40}v^3 + bv^2 + cv, M(v) = 800\left(\frac{1}{2}\right)^v + a.$$

(1) 当 $0 \leq v < 80$ 时, 请选出符合表格所列数据实际的函数模型, 并求出相应的函数解析式;

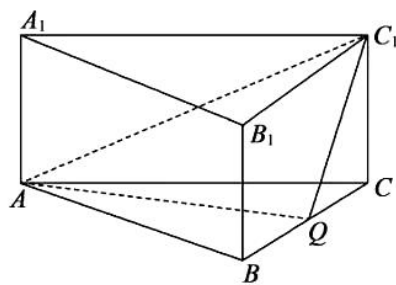
(2) 现有一辆同型号汽车从 A 地驶到 B 地, 前一段是 160km 的国道, 后一段是 100km 的高速路. 若已知高速路上该汽车每小时耗电量 N (单位: Wh) 与速度的关系是: $N(v) = 2v^2 - 10v + 200$ ($80 \leq v \leq 120$), 则如何行驶才能使得总耗电量最少, 最少为多少? (假设在两段路上分别匀速行驶)

21. (本小题满分 12 分)

如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $BC=4, CC_1=2$, 点 Q 为 BC 的中点, 平面 $AQC_1 \perp$ 平面 BCC_1B_1 .

(1) 证明: $AQ \perp$ 平面 BB_1C_1C ;

(2) 若直线 AC 与平面 AQC_1 所成角的大小为 30° , 求锐二面角 $Q-AC_1-C$ 的大小.



22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{ae^x}{x} - \ln x + x$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $x=2$ 处的切线斜率为 $\frac{1}{2}$, 求实数 a 的值;

(2) 当 $a < -\frac{1}{e}$ 时, 判断 $f(x)$ 的极值点个数;

(3) 对任意 $x \geq \frac{1}{e}$, 有 $f(x) \leq 1$, 求 a 的取值范围.

高三数学试题参考答案

一、选择题(本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. B 2. A 3. B 4. D 5. A 6. C 7. B 8. C

二、多项选择题(共 4 小题,每小题至少 2 个以上的答案正确,错选 0 分,漏选 2 分,全对 5 分,共 20 分)

9. ABD 10. AC 11. ACD 12. BC

三、填空题(共 4 个小题,每小题 5 分,本题满分 20 分)

13. 164 14. $\cos \frac{\pi}{2}x$ (答案不唯一) 15. $\sqrt{5}$ 16. $\frac{3}{5}$ $\frac{\sqrt{57}}{6}$

四、解答题(本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 解:(1)等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 > 0, d = 4$, 其前四项 $a_1, a_1 + 4, a_1 + 8, a_1 + 12$ 中删去某一项后(按原来的顺序)恰好是等比数列 $\{b_n\}$ 的前三项.

根据题意,当删去数列 $\{a_n\}$ 中第三项 $a_1 + 8$ 时,

满足 $(a_1 + 4)^2 = a_1 \times (a_1 + 12)$, 解得 $a_1 = 4$; 2 分

删去 a_1 或 $a_1 + 4$ 或 $a_1 + 12$ 时,不满足题意, 3 分

故 $a_1 = 4$; 4 分

所以 $a_n = 4 + 4(n - 1) = 4n$, 5 分

(2)已知等差数列 $\{a_n\}$ 中,

因为 $a_n = 4n$,

数列 $\{b_n\}$ 中的项为: 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, ..., 6 分

所以 $a_{25} = 100$ 7 分

故数列 $\{a_n\}$ 的前 25 项和为 $T_{25} = 4 \times 25 + \frac{25 \times 24}{2} \times 4 = 1300$, 8 分

数列 $\{a_n\}$ 的前 25 项中含有数列 $\{b_n\}$ 中的项的和为 $4 + 8 + 16 + 32 + 64 = 124$, 9 分

所以 $S_{20} = 1300 - 124 = 1176$ 10 分

18. 解:(1)选① $a \sin B = b \sin(A - \frac{\pi}{3})$ 得, $\sin A \sin B = \sin B \sin(A - \frac{\pi}{3})$, 2 分

即 $\sin A = \sin(A - \frac{\pi}{3})$, 3 分

则 $A = A - \frac{\pi}{3}$ (舍) 或 $A + A - \frac{\pi}{3} = \pi$ 4分

所以 $A = \frac{2\pi}{3}$ 5分

选② $(a+b)(\sin A - \sin B) = (b+c)\sin C$ 得, $(a+b)(a-b) = (b+c)c$ 2分

即 $b^2 + c^2 - a^2 = -bc$ 3分

由 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = -\frac{1}{2}$, 4分

又 $A \in (0, \pi)$, 所以 $A = \frac{2\pi}{3}$ 5分

选③ $\sqrt{3}b \sin \frac{B+C}{2} = a \sin B$ 得, $\sqrt{3} \sin \frac{B+C}{2} = \sin A$ 2分

即 $\sqrt{3} \cos \frac{A}{2} = 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}$, 3分

因为 $\cos \frac{A}{2} \neq 0$, 所以 $\sin \frac{A}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 4分

又 $A \in (0, \pi)$, 所以 $A = \frac{2\pi}{3}$ 5分

(2) 由 $S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABC}$ 得, $\frac{\sqrt{3}}{4}(b+c) = \frac{\sqrt{3}}{4}bc$, 6分

即 $bc = b+c=6$ 7分

由余弦定理, $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = (b+c)^2 - bc = 36 - 6 = 30$ 8分

解得 $a = \sqrt{30}$ 9分

由正弦定理, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R = 2\sqrt{10}$, 10分

$\sin B \cdot \sin C = \frac{bc}{4R^2} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$ 11分

所以 $\sin B \sin C$ 的值为 $\frac{3}{20}$ 12分

19. 解: (1) 由题意可设抛物线方程为 $y^2 = 2px (p > 0)$, $A(1, y)$, $F(\frac{p}{2}, 0)$ 2分

由 $\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{OA} = 4$. 可得 $(1 - \frac{p}{2}, y) \cdot (1, y) = 4$, 即 $1 - \frac{p}{2} + 2p = 4$. 解得 $p = 2$ 4分

抛物线方程为: $y^2 = 4x$ 5分

(2) 设直线 $l: y = k(x-1) (k \neq 0)$, $M(\frac{y_1^2}{4}, y_1)$, $N(\frac{y_2^2}{4}, y_2)$, 由 $\begin{cases} y^2 = 4x \\ y = k(x-1) \end{cases}$ 联立得,

$ky^2 - 4y - 4k = 0$ 6分

则 $y_1 y_2 = -4$ 7分

直线 OM 的方程为 $y = \frac{4}{y_1}x$, 与 $x = 1$ 联立可得: $A(1, \frac{4}{y_1})$, 同理可得 $B(1, \frac{4}{y_2})$ 8分

以 AB 为直径的圆方程为 $(x-1)^2 + (y - \frac{4}{y_1})(y - \frac{4}{y_2}) = 0$ 9分

令 $y = 0$. 则 $(x-1)^2 + \frac{16}{y_1 y_2} = 0$ 10分

即 $(x-1)^2 = 4$, 解得 $x = -1$ 或 $x = 3$ 11分

即以 AB 为直径的圆经过 x 轴上的两个定点 $(-1, 0), (3, 0)$ 12分

20. 解: (1) 函数 $M(v) = 800(\frac{1}{2})^v + a$ 为减函数, 这与 $M(10) < M(20)$ 矛盾,

故选择 $M(v) = \frac{1}{40}v^3 + bv^2 + cv$, 2分

根据提供的数据, 有 $\begin{cases} \frac{1}{40} \times 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10 = 1625 \\ \frac{1}{40} \times 20^3 + b \cdot 20^2 + c \cdot 20 = 3000 \end{cases}$, 3分

解得 $\begin{cases} b = -2 \\ c = 180 \end{cases}$, 4分

当 $0 \leq v < 80$ 时, $M(v) = \frac{1}{40}v^3 - 2v^2 + 180v$ 5分

(2) 国道路段长为 160km, 所用时间为 $\frac{160}{v}h$,

所耗电量 $f(v) = \frac{160}{v}M(v) = \frac{160}{v}(\frac{1}{40}v^3 - 2v^2 + 180v)$ 7分

$= 4v^2 - 320v + 28800$
 $= 4(v-40)^2 + 22400$, 8分

因为 $0 \leq v < 80$, 当 $v = 40$ 时, $f(v)_{\min} = 22400Wh$, 9分

高速路段长为 100km, 所用时间为 $\frac{100}{v}h$,

所耗电量为 $g(v) = \frac{100}{v}N(v) = \frac{100}{v}(2v^2 - 10v + 200)$

$= 200 \times (v + \frac{100}{v} - 5) = 200 \times (v + \frac{100}{v}) - 1000$, 10分

因为 $g'(v) = 200(1 - \frac{100}{v^2})$, 当 $v > 100$ 时, $g'(v) > 0$

所以 $g(v)$ 在 $[80, 120]$ 上单调递增,

所以 $g(v)_{\min} = g(80) = 200 \times (80 + \frac{100}{80}) - 1000 = 15250 \text{Wh}$, 11分

故当这辆车在国道上的行驶速度为 40km/h , 在高速路上的行驶速度为 80km/h 时, 该车从 A 地到 B 地的总耗电量最少, 最少为 $22400 + 15250 = 37650 \text{Wh}$ 12分

21. (1) 证明: 取 QC_1 中点 D , 连结 CD ,

因为 $CC_1 \perp CQ, CC_1 = CQ = 2$, 所以 $CD \perp C_1Q$ 1分

又面 $AQC_1 \perp$ 面 BC_1 , 面 $AQC_1 \cap$ 面 $BC_1 = QC_1$, 所以 $CD \perp$ 面 AQC_1 2分

因为 $AQ \subset$ 面 AQC_1 , 所以 $CD \perp AQ$ 3分

又因为 $AQ \perp CC_1, CC_1 \cap CD = C$, 所以 $AQ \perp$ 面 BB_1C_1C 4分

(2) 解: 连结 AD , 由(1)知, $CD \perp$ 面 AQC_1 , 则 $\angle CAD$ 是直线 AC 与平面 AQC_1 所成角,

$\angle CAD = 30^\circ$, $\text{Rt}\triangle CAD$ 中, $CD = \sqrt{2}, AC = \frac{CD}{\sin 30^\circ} = 2\sqrt{2}$ 5分

又 $\text{Rt}\triangle CAQ \cong \text{Rt}\triangle BAQ, AB = AC = 2\sqrt{2}, BC = 4$,

得 $AB^2 + AC^2 = BC^2$, 所以 $AB \perp AC$ 6分

以 A 为原点, AB, AC, AA_1 所在直线分别为 x, y, z 轴建立空间直角坐标系,

$A(0, 0, 0), C_1(0, 2\sqrt{2}, 2), Q(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0)$

$\overrightarrow{AC_1} = (0, 2\sqrt{2}, 2), \overrightarrow{AQ} = (\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0)$ 7分

设平面 AQC_1 得法向量为 $n = (x, y, z)$,

$$\text{则} \begin{cases} 2\sqrt{2}y + 2z = 0 \\ \sqrt{2}x + \sqrt{2}y = 0 \end{cases} \dots\dots\dots 8分$$

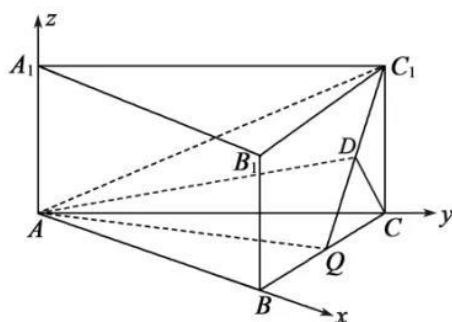
令 $y = -1$, 则 $n = (1, -1, \sqrt{2})$ 9分

又 $AB \perp$ 面 ACC_1 , 则 $\overrightarrow{AB} = (2\sqrt{2}, 0, 0)$ 为面 ACC_1 的一个法向量 10分

设二面角 $Q-AC_1-C$ 大小为 α , 则 $\cos \alpha = |\cos \langle \overrightarrow{AB}, n \rangle| = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot n}{|\overrightarrow{AB}| |n|} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times 2} = \frac{1}{2}$...

..... 11分

所以锐二面角 $Q-AC_1-C$ 的大小为 60° 12分



22. 解: (1) $f'(x) = \frac{ae^x(x-1)}{x^2} - \frac{1}{x} + 1 (x > 0)$, 1分

$f'(2) = \frac{ae^2+2}{4} = \frac{1}{2}$, 解得 $a=0$ 2分

(2) $f'(x) = \frac{ae^x(x-1)}{x^2} - \frac{1}{x} + 1 = \frac{(x-1)(ae^x+x)}{x^2}$,

令 $\varphi(x) = ae^x + x (x > 0)$

当 $a < -\frac{1}{e}$ 时, $\varphi(x) < -\frac{1}{e} \cdot e^x + x = -e^{x-1} + x$ 3分

易证: $e^x \geq x+1$, 所以 $e^{x-1} \geq x$

所以 $\varphi(x) < -x + x = 0$ 4分

所以 $x \in (0, 1)$ 时, $f'(x) > 0$, 单调递增, $x \in (1, +\infty)$ 时, $f'(x) < 0$, 单调递减,

所以 $x=1$ 是 $f(x)$ 的唯一极值点, 所以 $f(x)$ 只有一个极值点 5分

(3) 任意 $x \geq \frac{1}{e}$, $f(x) = \frac{ae^x}{x} - \ln x + x \leq 1$ 可转化为 $a \leq \frac{(\ln x - x + 1)x}{e^x}$ 6分

令 $h(x) = \frac{(\ln x - x + 1)x}{e^x}$, $h'(x) = \frac{(1-x)(\ln x - x + 2)}{e^x}$,

令 $\varphi(x) = \ln x - x + 2$, $\varphi'(x) = \frac{1-x}{x}$, 令 $\varphi'(x) = \frac{1-x}{x} = 0$, 得 $x=1$, $\varphi(x)$ 在 $(0, 1)$ 单调递增, 在 $(1, +\infty)$ 单调递减, 7分

且 $\varphi(1) = 1 > 0$, $\varphi(e^2) = 4 - e^2 < 0$, $\varphi e = 3 - e > 0$, $\varphi(\frac{1}{e}) = 1 - \frac{1}{e} > 0$, 所以 $x \geq \frac{1}{e}$ 时, $\varphi(x)$ 在 (e, e^2) 内存在唯一零点 x_0 , 8分

$x \in [\frac{1}{e}, 1)$ 时, $\varphi(x) > 0$, $h'(x) > 0$, $h(x)$ 单调递增, $x \in (1, x_0)$ 时, $\varphi(x) > 0$, $h'(x) < 0$, $h(x)$ 单调递减, $x \in (x_0, +\infty)$ 时, $\varphi(x) < 0$, $h'(x) > 0$, $h(x)$ 单调递增,

所以 $h(x)_{\min} = \left\{ h(x_0), h\left(\frac{1}{e}\right) \right\}$, $h\left(\frac{1}{e}\right) = -e^{-2-\frac{1}{e}}$ 9分

因为 $\varphi(x_0) = \ln x_0 - x_0 + 2 = 0$, 所以 $x_0 = e^{x_0-2}$ 10分

所以 $h(x_0) = \frac{-x_0}{e^{x_0}} = -\frac{e^{x_0-2}}{e^{x_0}} = -e^{-2}$ 11分

因为 $-e^{-2-\frac{1}{e}} < -e^{-2}$, 所以 $h\left(\frac{1}{e}\right) > h(x_0)$,

所以 $h(x)_{\min} = h(x_0) = -e^{-2}$, 即 $a \leq -e^{-2}$ 12分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

