2022～2023 学年新乡高三第三次模拟考试

数学(理科)

考生注意：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\mid |x|\leqslant 3\}$，$B=\{x\mid \sqrt{x}\leqslant 2, x\in \mathbf{Z}\}$，则 $A\cap B=$

A. $[0,3]$　　B. $\{0,3\}$

C. $\{0,1,2,3\}$　　D. $[3,4]$

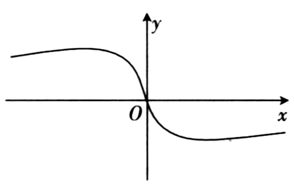
2. 已知复数 z 满足 $(2+\mathrm{i})z=-3+4\mathrm{i}$，则 $|z|=$

A. 2　　B. $\sqrt{5}$　　C. 3　　D. 5

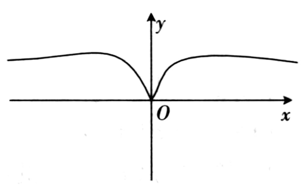
3. 已知公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_4=6$，且 a_2,a_4,a_5 成等比数列，S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，则 $S_6=$

A. 45　　B. 42　　C. 84　　D. 135

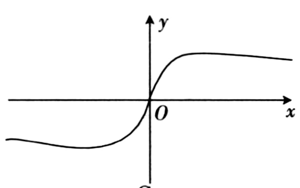
4. 函数 $f(x)=\dfrac{3\ln(\sqrt{x^2+1}+x)}{1+|x|}$ 的部分图象大致为



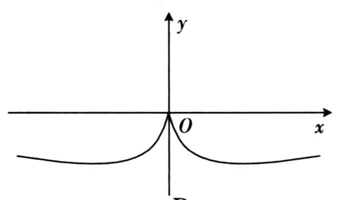
A



B

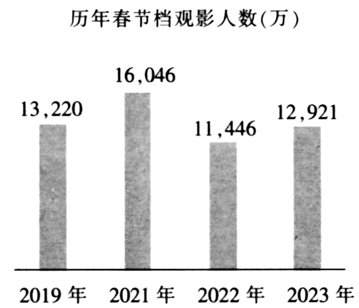


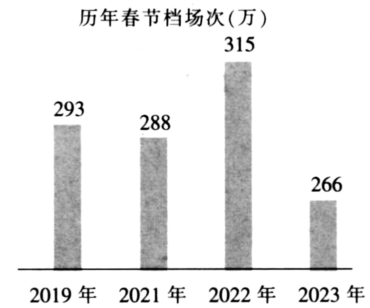
C

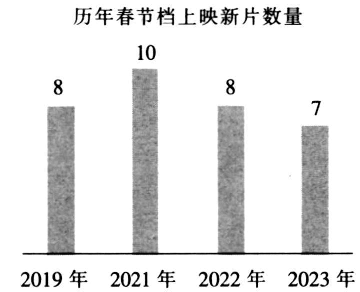


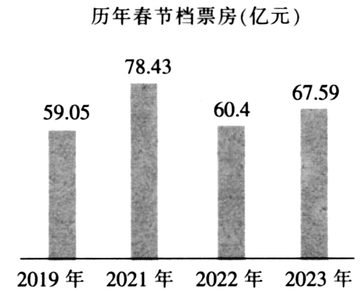
D

5. 一度跌入低谷的中国电影市场终于在兔年春节迎来了大爆发. 2023 年春节档(除夕至大年初六)，在《满江红》《流浪地球 2》《熊出没·伴我"熊芯"》《无名》《深海》《交换人生》等电影的带动下，全国票房累计 67.59 亿，超越 2022 年同期票房成绩，仅次于 2021 年成为史上第二强春节档. 以下是历年的观影数据，下列选项正确的是









A. 2022 年春节档平均每场观影人数比 2023 年春节档平均每场观影人数多

B. 这 4 年中，每年春节档上映新片数量的众数为 10

C. 这 4 年中，每年春节档票房的极差为 29.38 亿元

D. 这 4 年春节档中，平均每部影片的观影人数最多的是 2023 年

6. 设 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y-1\leqslant 0, \\ 3x+y+1\geqslant 0, \\ y\leqslant 5, \end{cases}$ 则 $z=-\dfrac{1}{2}x+y$ 的最大值为

A. 7　　B. 6　　C. 2　　D. -1

7. 已知抛物线 $C: y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，C 上一点 $M(x_0,x_0)(x_0\neq 0)$ 满足 $|MF|=5$，则抛物线 C 的方程为

A. $y^2=2x$　　B. $y^2=x$　　C. $y^2=8x$　　D. $y^2=4x$

8. 已知函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)(0<\omega<10, 0<\varphi<\pi)$ 图象的一个对称中心是 $A(\dfrac{\pi}{8},0)$，点 $B(0,\dfrac{\sqrt{2}}{2})$ 在 $f(x)$ 的图象上，下列说法错误的是

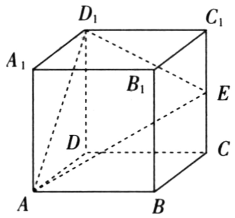
A. $f(x)=\cos(2x+\dfrac{\pi}{4})$

B. 直线 $x=\dfrac{5\pi}{8}$ 是 $f(x)$ 图象的一条对称轴

C. $f(x)$在$[\frac{7\pi}{8},\frac{11\pi}{8}]$上单调递减

D. $f(x+\frac{\pi}{8})$是奇函数

9. 如图,在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,E 是棱 CC_1 的中点,过 A,D_1,E 三点的截面把正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 分成两部分,则这两部分中大的体积与小的体积的比值为



A. $\frac{17}{7}$　　B. $\frac{13}{7}$

C. $\frac{7}{3}$　　D. $\frac{7}{4}$

10. 设双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为 $F_1(-c,0)$,$F_2(c,0)$,直线 $y=k(x+c)(0<k<\frac{b}{a})$与双曲线 C 交于 M,N 两点,若$\triangle F_2MN$ 为正三角形,则双曲线 C 的离心率为

A. $\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{5}$　　C. $\sqrt{6}$　　D. $\sqrt{7}$

11. 设函数 $f(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$,满足 $f(x-2)=2f(x)$,且当 $x\in(0,2]$时,$f(x)=x(2-x)$. 若对任意 $x\in[a,+\infty)$,都有 $f(x)\leqslant\frac{3}{8}$成立,则 a 的取值范围是

A. $[\frac{7}{2},+\infty)$　　B. $[\frac{5}{2},+\infty)$

C. $(-\infty,-\frac{3}{2}]$　　D. $(-\infty,-\frac{5}{2}]$

12. 已知 $a=e^{\frac{1}{e}-1}$,$b=\sin\frac{1}{e}$,$c=\frac{e-1}{e^2}$,则下列关系正确的为

A. $b<c<a$　　B. $c<b<a$

C. $b<a<c$　　D. $a<c<b$

第Ⅱ卷

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(t-5,3)$,$\boldsymbol{b}=(2,-3)$,且$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$,则 $t=$___▲___.

14. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=8$,$a_{n+1}-a_n=4n$,则$\frac{a_n}{n}$的最小值为___▲___.

15. 为了参加学校组织的 4×100 米接力赛,某班挑选甲、乙、丙、丁 4 名队员进行训练,现要求甲、乙必须安排交接棒,但甲、丙不能安排交接棒,则不同的交接棒顺序有___▲___种.

16. 已知球 O 的体积为 36π,三棱锥 $D-ABC$ 的顶点均在球 O 的表面上,$AB\perp BC$,$\angle CAB=60^\circ$,$BD\perp CD$,$BD=CD$,E 为 AC 的中点,当 $DE=AB$ 时,三棱锥 $D-ABC$ 的体积为___▲___.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,且$\sqrt{3}b\cos\frac{B+C}{2}-a\sin(A+C)=0$.

(1)求角 A;

(2)若 $a=3$,且$\triangle ABC$ 的周长为$\sqrt{15}+3$,求$\triangle ABC$ 的面积.

18. (12 分)

现有 4 个红球和 4 个黄球,将其随机分配到甲、乙两个盒子中,每个盒子中 4 个球.

(1)求甲盒子中有 2 个红球和 2 个黄球的概率.

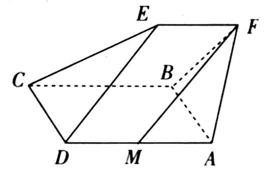
(2)已知甲盒子中有 3 个红球和 1 个黄球,若同时从甲、乙两个盒子中随机取出 $i(i=1,2,3)$个球进行交换,记交换后甲盒子中的红球个数为 X,X 的数学期望为 $E_i(X)$. 证明:$E_1(X)+E_3(X)=4$.

19.(12分)

如图,在多面体 $ABCDEF$ 中,四边形 $ABCD$ 是正方形,$\triangle ABF$ 是等边三角形,$EF // AD$, $BC=2EF=4$,M 是 AD 的中点.

(1)证明:$MF //$ 平面 ECD.

(2)当二面角 $F-AB-D$ 为 120° 时,求二面角 $C-BF-A$ 的余弦值.



20.(12分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2,$P(x_0,y_0)$ 为 C 上一动点,$|PF_1|$ 的最大值为 $4+2\sqrt{3}$,且长轴长和短轴长之比为 2.

(1)求椭圆 C 的标准方程;

(2)若 $1<y_0\leqslant 2$,过 P 作圆 $O:x^2+y^2=1$ 的两条切线 l_1,l_2,设 l_1,l_2 与 x 轴分别交于 M,N 两点,求 $\triangle PMN$ 面积的最小值.

21.(12分)

已知 $a>0$,函数 $f(x)=\frac{1}{a}e^x$.

(1)过原点 O 作曲线 $y=f(x)$ 的切线,求切线的方程;

(2)证明:当 $a=1$ 或 $0<a\leqslant\frac{2}{e}$ 时,$f(x)\geqslant\frac{1}{2}ax+\sqrt{x+1}$.

(二)选考题:共 10 分.请考生从第 22,23 两题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一个题目计分.

22.[选修 4—4:坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\alpha+\sin\alpha,\\ y=\cos\alpha-2\sin\alpha\end{cases}$($\alpha$ 为参数),以原点 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=2\sqrt{2}$.

(1)求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(2)P 为直线 l 上一点,过 P 作曲线 C 的两条切线,切点分别为 A,B,若 $\angle APB\geqslant\frac{\pi}{2}$,求点 P 的横坐标的取值范围.

23.[选修 4—5:不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x)=|x+a|+|x-6|$.

(1)若 $a=1$,求不等式 $f(x)\leqslant 11$ 的解集;

(2)若 $a<0$,$f(x)$ 的最小值为 8,且正数 m,n 满足 $m+n=-a$,证明:$m^2+n^2\geqslant 98$.