



8. 已知  $a = \ln 2.6$ ,  $b = 0.5 \times 1.8^2$ ,  $c = 1.1^5$ , 则下列排序正确的是

- A.  $b > c > a$       B.  $b > a > c$       C.  $c > a > b$       D.  $a > b > c$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 下列说法中正确的是

- A. 一组数据的众数和中位数可能相同  
 B. 若事件  $A$  发生的概率  $P(A) = a$ , 事件  $B$  发生的概率  $P(B) = b$ , 则  $P(AB) = ab$   
 C. 一组数据  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{101}$ , 若  $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{101}$ , 则  $a_{76}$  是这组数据的 75% 分位数  
 D. 若随机变量  $\xi$  服从正态分布  $N(0, 1)$ , 则  $P(|\xi| < a) = 2P(\xi < a) - 1$

10. 下列能使式子  $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1}$  ( $a > 0, b > 0$ ) 最小值为 1 的是

- A.  $a + b = 2$       B.  $ab + b = 2 - a$   
 C.  $a = b$       D.  $a^2 + b^2 = 2$

11. 在  $\triangle ABC$  所在的平面上存在一点  $P$ ,  $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC}$  ( $\lambda, \mu \in \mathbf{R}$ ), 则下列说法错误的是

- A. 若  $\lambda + \mu = 1$ , 则点  $P$  的轨迹不可能经过  $\triangle ABC$  的外心  
 B. 若  $\lambda + \mu = 1$ , 则点  $P$  的轨迹不可能经过  $\triangle ABC$  的垂心  
 C. 若  $\lambda + \mu = \frac{1}{2}$ , 则点  $P$  的轨迹不可能经过  $\triangle ABC$  的重心  
 D. 若  $\lambda \in [0, 1], \mu \in [0, 1]$ , 则点  $P$  的轨迹一定过  $\triangle ABC$  的外心

12. 已知函数  $f(x) = \log_a(\sqrt{x^2+1} + x)$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ), 下列说法正确的是

- A.  $g(x) = 2^{f(x)} + \left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)}$  为偶函数  
 B.  $h(x) = 2^{f(x)} - \left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)}$  为非奇非偶函数  
 C.  $f'(x)$  为偶函数 ( $f'(x)$  为  $f(x)$  的导函数)  
 D. 若  $a \in (1, 2]$ , 则  $2^{f(x)} > 2x$  对任意  $x \in \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$  成立

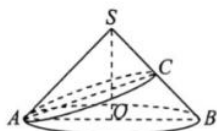
三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13.  $(\sqrt[3]{3}-2)^7$  的展开式中第二个有理项为 \_\_\_\_\_.

14. 已知在数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 1, a_2 = 2, a_n = \begin{cases} a_{n-1} + a_{n-2}, & n \text{ 为奇数,} \\ a_{n-1} - a_{n-2}, & n \text{ 为偶数,} \end{cases}$  则  $a_{20} =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知  $0 < \alpha < \pi, 0 < \beta < \pi, 0 < \gamma < \pi$ , 则“ $\tan \alpha + \tan \beta + \tan \gamma = \tan \alpha \cdot \tan \beta \cdot \tan \gamma$ ”是“ $\alpha, \beta, \gamma$  为某斜三角形的三个内角”的 \_\_\_\_\_. (横线上可以填: “充要条件”“充分不必要条件”“必要不充分条件”“既不充分也不必要条件”)

16. 如图所示圆锥,  $C$  为母线  $SB$  的中点, 点  $O$  为底面圆心,  $AB$  为底面圆的直径, 且  $SC, OB, SB$  的长度成等比数列, 一个平面过  $A, C$ , 与圆锥面相交的曲线为椭圆, 若该椭圆的短轴与圆锥底面平行, 则该椭圆的离心率为 \_\_\_\_\_.



四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知在  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  为内角  $A, B, C$  所对的边,  $B = \frac{\pi}{3}$ , 且  $2c = a + \sqrt{2}b$ .

(1) 求  $A$  与  $C$ ;

(2) 若  $a = 4$ , 过  $A$  作  $BC$  边的垂线, 并延长至点  $D$ , 若  $A, B, C, D$  四点共圆, 求  $CD$  的长.

18. (12 分)

已知数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$ , 点  $P_n(n, a_n)$  分布在一条方向向量为  $(1, 2)$  的直线上, 且  $a_1 = 1, b_1 = 1$ . 请在①数列  $\{a_n \cdot b_n\}$  的前  $n$  项和为  $(2n-3) \cdot 2^n + 3$ ; ②数列  $\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$  的前  $n$  项和为  $6 - \frac{4n+6}{2^n}$ ; ③数列  $\{a_n - b_n\}$  的前  $n$  项和为  $n^2 + 1 - 2^n$  三个条件中选择一个, 解答下列问题.

(1) 求数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  的通项公式;

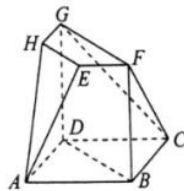
(2) 求数列  $\{a_n \cdot b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

19. (12 分)

如图所示的几何体为一个正四棱柱被两个平面  $AEH$  与  $CFG$  所截后剩余部分, 且满足  $EH \parallel FG \parallel BD, FG = BD = 2\sqrt{2}, EH = \sqrt{2}$ .

(1) 当  $BF$  多长时,  $AE \perp CG$ , 证明你的结论;

(2) 当  $BF = AB$  时, 求平面  $AEH$  与平面  $CFG$  所成角的余弦值.



20. (12分)

随着科技的进步和人民生活水平的提高,电脑已经走进了千家万户,成为人们生活、学习、娱乐的常见物品,便携式电脑(俗称“笔记本”)也非常流行.某公司为了研究“台式机”与“笔记本”的受欢迎程度是否与性别有关,在街头随机抽取了50人做调查研究,调查数据如下表所示.

	男性	女性	合计
喜欢“台式机”	20	5	25
喜欢“笔记本”	10	15	25
合计	30	20	50

- (1)是否有99%的把握认为喜欢哪种机型与性别有关?  
 (2)该公司针对男性客户做了调查,某季度男性客户中有青年324人,中年216人,老年108人,按分层抽样选出12人,又随机抽出3人的调查结果进行答谢,这3人中的青年人数设为随机变量 $X$ ,请求出 $X$ 的分布列与数学期望.

附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ,其中 $n=a+b+c+d$ .

$\alpha = P(\chi^2 \geq k)$	0.10	0.05	0.025	0.01
$k$	2.701	3.841	5.024	6.635

21. (12分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ , 焦距为 $2\sqrt{5}$ , 一条渐近线斜率为 $\frac{1}{2}$ .

- (1)求 $C$ 的方程;  
 (2)已知 $O$ 为坐标原点, $P$ 为 $C$ 上的一个动点,过 $P$ 作 $PM, PN$ 垂直于渐近线,垂足分别为 $M, N$ ,设四边形 $ONPM$ 的面积为 $S_1$ .过 $P$ 作 $PA, PB$ 分别平行于渐近线,且与渐近线交于 $A, B$ 两点,设四边形 $OBPA$ 面积为 $S_2$ ,求 $S_1 - S_2$ 的取值范围.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = \ln x, g(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

- (1)试比较 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的大小;  
 (2)若方程 $\ln x = k(x - \frac{1}{x})$ 有三个实根,求实数 $k$ 的取值范围.



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



自主选拔在线  
微信号: zizzsw



自主选拔在线  
微信号: zizzsw



自主选拔在线  
微信号: zizzsw