

高三阶段性考试 数学(理科)

考生注意:

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共150分。考试时间120分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

第Ⅰ卷

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | 2^x + x - 3 > 0\}$, $B = \{x | 4 - x > 1\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{x | 1 < x < 3\}$ B. $\{x | -3 < x < 1\}$ C. $\{x | x > -3\}$ D. $\{x | x > 1\}$
2. 若复数 z 满足 $\frac{z}{2-i} = 2i$, 则 $|z+1| =$
A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{17}$ C. 5 D. 17
3. 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2^x - 1, & x \geq 0, \\ \log_2 |x| + 1, & x < 0, \end{cases}$ 则 $f(f(1)) =$
A. -2 B. -1 C. 1 D. 2
4. $(x - \frac{2}{\sqrt{x}})^8$ 的展开式中含 x^5 项的系数是
A. -112 B. 112 C. -28 D. 28
5. 已知向量 a, b 满足 $|a| = 2|b|$, 且 $|a+2b| = \sqrt{3}|a-2b|$, 则向量 a, b 的夹角是
A. $\frac{5\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{3}$
6. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\triangle ABC$ 是等边三角形, $AA_1 = 2AB$, D, E, F 分别是棱 B_1C_1, CC_1, AA_1 的中点, 则异面直线 BE 与 DF 所成角的余弦值是
A. $\frac{\sqrt{14}}{7}$ B. $\frac{\sqrt{35}}{7}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$
7. 某校举行校园歌手大赛, 5名参赛选手的得分分别是9, 8, 7, 9, 3, x, y . 已知这5名参赛选手的得分的平均数为9, 方差为0.1, 则 $|x-y| =$
A. 0.5 B. 0.6 C. 0.7 D. 0.8
8. 设函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 若 $f(x)$ 在其定义域内存在 x_0 , 使得 $f(x_0) = f'(x_0)$, 则称 $f(x)$ 为“有源”函数. 已知 $f(x) = \ln x - 2x - a$ 是“有源”函数, 则 a 的取值范围是
A. $(-\infty, -1]$ B. $(-1, +\infty)$
C. $(-\infty, -\ln 2 - 1]$ D. $(-\ln 2 - 1, +\infty)$



9. 已知函数 $f(x) = -2\cos(2x + \frac{\pi}{3})\sin 2x - \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则

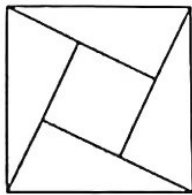
A. $f(x)$ 的最小正周期是 π

B. $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$ 上单调递增

C. $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{12}, 0)$ ($k \in \mathbb{Z}$) 对称

D. $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{4}, 0]$ 上的值域是 $[-1, \frac{\sqrt{3}}{2}]$

10. 如图, 这是第 24 届国际数学家大会会标的大致图案, 它是以我国古代数学家赵爽的弦图为基础设计的. 现给这 5 个区域涂色, 要求相邻的区域不能涂同一种颜色, 且每个区域只涂一种颜色. 若有 5 种颜色可供选择, 则恰用 4 种颜色的概率是



A. $\frac{2}{7}$

B. $\frac{3}{7}$

C. $\frac{4}{7}$

D. $\frac{5}{7}$

11. 已知抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点为 F , 过点 F 作两条互相垂直的直线 l_1, l_2 , 且直线 l_1, l_2 分别与抛物线 C 交于 A, B 和 D, E , 则四边形 $ADBE$ 面积的最小值是

A. 32

B. 64

C. 128

D. 256

12. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $a = 1$, 且 $b\cos A - \cos B = 1$, 则 $\sqrt{3}\sin B + 2\sin^2 A$ 的取值范围是

A. $(0, \sqrt{3} + 1)$

B. $(2, \sqrt{3} + 1)$

C. $(1, 3]$

D. $(2, 3]$

第 II 卷

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率是 2, 实轴长为 2, 则双曲线 C 的焦距是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 则 $\sin(2\alpha - \frac{\pi}{6}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 已知 $f(x)$ 是定义在 $[-4, 4]$ 上的减函数, 且 $f(x)$ 的图象关于点 $(0, 1)$ 对称, 则关于 x 的不等式 $f(2x) + f(x-3) + 3x - 5 > 0$ 的解集为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 在棱长为 3 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 P 在平面 BC_1D 上运动, 则 $|A_1P| + |D_1P|$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 = 2, \frac{2S_{n+1}}{a_{n+1}} = \frac{2S_n}{a_n} + 1$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = \frac{1}{S_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (12 分)

某企业为鼓励员工多参加体育锻炼,举办了一场羽毛球比赛,经过初赛,该企业的 A, B, C 三个部门分别有 3, 4, 4 人进入决赛,决赛分两轮,第一轮为循环赛,前 3 名进入第二轮,第二轮为淘汰赛,进入决赛第二轮的选手通过抽签确定先进行比赛的两位选手,第三人轮空,先进行比赛的获胜者和第三人再打一场,此时的获胜者赢得比赛.假设进入决赛的选手水平相当(即每局比赛每人获胜的概率都是 $\frac{1}{2}$).

- (1)求进入决赛第二轮的 3 人中恰有 2 人来自同一个部门的概率;
- (2)记进入决赛第二轮的选手中来自 B 部门的人数为 X ,求 X 的数学期望.

19. (12 分)

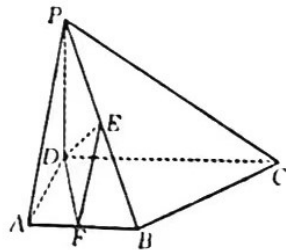
已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 点 $M(2, \sqrt{2})$ 在椭圆 C 上.

- (1)求椭圆 C 的标准方程.
- (2)直线 $l: y = kx$ 与椭圆 C 交于 A, B 两点,在 y 轴上是否存在点 P ,使得直线 PA, PB 与 x 轴交点的横坐标之积的绝对值为定值? 若存在,求出 P 的坐标;若不存在,请说明理由.

20. (12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,四边形 $ABCD$ 是直角梯形, $AD \perp AB$, $AB \parallel CD$, $PD = \sqrt{2}AB$, $PB = CD = 2AB = 2AD$, $PC \perp DE$, E 是棱 PB 的中点.

- (1)证明: $PD \perp$ 平面 $ABCD$.
- (2)若 $\overrightarrow{AF} = \lambda \overrightarrow{AB} (0 < \lambda \leq 1)$,求平面 DEF 与平面 PAB 夹角的余弦值的最大值.



21. (12 分)

已知函数 $f(x) = 2\ln x - ax + \frac{1}{x}$.

(1) 当 $a \geq 0$ 时, 讨论 $f(x)$ 的单调性.

(2) 证明: ① 当 $x > 0$ 时, $\ln(1 + \frac{1}{x}) < \frac{1}{\sqrt{x^2 + x}}$;

② $\ln(n+1) < \frac{1}{\sqrt{1^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{2^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}, n \in \mathbb{N}^*$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + 3\cos \alpha, \\ y = 3\sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以坐标原点 O

为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程是 $2\rho\cos\theta - \rho\sin\theta - 1 = 0$.

(1) 求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(2) 若直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 点 $P(0, -1)$, 求 $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x) = |x-2| + |x+3|$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小值;

(2) 若 $x \in [-3, 2]$, 不等式 $f(x) \geq |x+a|$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线