2022届高三一轮复习联考(一)　全国卷1

理科数学参考答案及评分意见

1.A 【解析】$\frac{z}{z-\mathrm{i}}=\frac{1+\mathrm{i}}{1-2\mathrm{i}}=\frac{(1+\mathrm{i})(1+2\mathrm{i})}{(1-2\mathrm{i})(1+2\mathrm{i})}=-\frac{1}{5}+\frac{3}{5}\mathrm{i}$.故选 A.

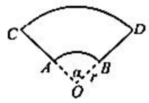
2.C 【解析】由题意得 $A=\{x\mid -3<x<4\}$,$B=\{0,1,2,3,4\}$,则 $A\cap B=\{0,1,2,3\}$.故选 C.

3.C 【解析】全称命题的否定是特称命题,所以该命题的否定是 $\exists x_0>0$,$\cos x_0\leqslant -\frac{1}{2}x_0^2+1$.故选 C.

4.A 【解析】$\sin 160^\circ\cos 40^\circ+\cos 20^\circ\cos 50^\circ=\sin 20^\circ\cos 40^\circ+\cos 20^\circ\sin 40^\circ=\sin(20^\circ+40^\circ)=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$.故选 A.

5.A 【解析】因为 $f(x)=x\ln x^2-x+1=2x\ln x-x+1$,所以 $f(\mathrm{e})=\mathrm{e}+1$.因为 $f'(x)=2\ln x+1$,所以 $f'(\mathrm{e})=3$,所以曲线 $y=f(x)$ 在点 $(\mathrm{e},f(\mathrm{e}))$ 处的切线方程为 $y-(\mathrm{e}+1)=3(x-\mathrm{e})$,即 $3x-y-2\mathrm{e}+1=0$.故选 A.

6.D 【解析】如图,设 $\angle AOB=\alpha$,$OB=r$,由弧长公式可得 $\begin{cases}80=\alpha r,\\160=\alpha(r+40),\end{cases}$ 解得 $\alpha=2$,$r=40$,则该壁画的扇面面积约为 $S_{扇形COD}-S_{扇形AOB}=\frac{1}{2}\times 160\times(40+40)-\frac{1}{2}\times 80\times 40=4\,800(\mathrm{cm}^2)$.故选 D.



7.D 【解析】$f(x)$ 的定义域为 R,$f(-x)=\frac{-x\cdot\cos(-x)}{\mathrm{e}^{|-x|}}=\frac{-x\cdot\cos x}{\mathrm{e}^{|x|}}=-f(x)$,故 $f(x)$ 为奇函数,排除 C;$f(1)=\frac{\cos 1}{\mathrm{e}}>0$,排除 A,$f(2)=\frac{2\cos 2}{\mathrm{e}^2}<0$,排除 B.故选 D.

8.B 【解析】对于 A,$p:x>y>0$,$q:x>y>0$,故 p 是 q 的充要条件,不符合题意,舍去;对于 B,由题意得 $\frac{2}{a}=\frac{a}{8}\neq\frac{3}{6}$,解得 $a=-4$,故 p 是 q 的充分不必要条件,符合题意;对于 C,函数 $f(x)$ 若有两个零点,则 $\Delta=4a^2-8(a+4)>0$,解得 $a<-2$ 或 $a>4$,故 p 是 q 的既不充分也不必要条件,不符合题意,舍去;对于 D,易知由 q 可推出 p,若 $a=1$,$b=6$,满足 $a+b>6$,但不满足 $a>3$ 且 $b>3$,故 p 是 q 的必要不充分条件,不符合题意,舍去.故选 B.

9.A 【解析】当与直线 $y=x$ 平行的直线与 $f(x)$ 的图象相切时,切点到直线 $y=x$ 的距离为 $|AB|$ 的最小值.令 $f'(x)=2x-\frac{1}{x}=1$,解得 $x=1$ 或 $x=-\frac{1}{2}$(舍去),又 $f(1)=3$,所以切点 $C(1,3)$ 到直线 $y=x$ 的距离即为 $|AB|$ 的最小值,$|AB|_{\min}=\sqrt{2}$.故选 A.

10.B 【解析】由题意 $b^2=ac$,$B=\frac{\pi}{3}$ 可得 $\triangle ABC$ 为等边三角形.在 $\triangle ADC$ 中,由余弦定理可得 $AC^2=AD^2+CD^2-2AD\cdot CD\cdot\cos D$,由于 $AD=3$,$CD=2$,代入上式可得 $b^2=13-12\cos D$,所以 $S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}b^2\sin\frac{\pi}{3}+\frac{1}{2}\cdot 6\sin D=\frac{\sqrt{3}}{4}b^2+3\sin D=\frac{\sqrt{3}}{4}(13-12\cos D)+3\sin D=6\sin\left(D-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{13\sqrt{3}}{4}$,所以四边形 $ABCD$ 面积的最大值为 $\frac{13\sqrt{3}}{4}+6$.故选 B.

11.A 【解析】在 $\triangle ABC$ 中,$AB=AC=2$,$BC=3$,则 $\cos\angle ABC=\frac{4+9-4}{2\times 2\times 3}=\frac{3}{4}$,$\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{EB}\cdot(\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BA})=\overrightarrow{EB}^2+\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{EB}^2+|\overrightarrow{EB}|\cdot|\overrightarrow{BA}|\cos(\pi-\angle ABC)=\overrightarrow{EB}^2-\frac{3}{2}|\overrightarrow{EB}|=\left(|\overrightarrow{EB}|-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{9}{16}$,则当 $|\overrightarrow{EB}|=\frac{3}{4}$ 时,$\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{EB}$ 取得最小值 $-\frac{9}{16}$,此时 $|\overrightarrow{EA}|^2=4+\frac{9}{16}-2\times 2\times\frac{3}{4}\times\cos\angle ABC=\frac{37}{16}$,$|\overrightarrow{EA}|=\frac{\sqrt{37}}{4}$.故选 A.

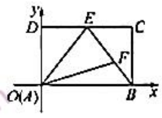
12.C 【解析】由题意得 $6\ln a=3\ln b=2\ln(3a+2b)$,即 $a^6=b^3=(3a+2b)^2$,则有 $a^2=b$,代入上式有 $a^6=(3a+2a^2)^2$,化简得 a^2-

$2a-3=0$，即$(a-3)(a+1)=0$，因为$a>0$，所以$a=3$，$b=9$，则$b\neq 2a$，A错误；$3a+2b=27\neq b^3$，B错误；$\frac{\ln b}{\ln(a+1)}=\frac{\ln 9}{\ln 4}=\frac{\ln 3}{\ln 2}=\log_2 3$，C正确；$e^{\frac{\ln b}{a}}=e^{\frac{\ln 9}{3}}=(e^{\ln 9})^{\frac{1}{3}}=9^{\frac{1}{3}}\neq 3$，D错误.故选C.

13.$-\sqrt{21}$　【解析】因为$|z|=5$，所以$\sqrt{4+a^2}=5$，所以$a=\pm\sqrt{21}$，因为$Z(2,a)$在第四象限，所以$a<0$，可得$a=-\sqrt{21}$.

14.$-\frac{5}{6}$　【解析】$\sin\left(\frac{5\pi}{6}+2\alpha\right)=\sin\left[\frac{3\pi}{2}-2\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)\right]=-\cos\left[2\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)\right]=2\sin^2\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)-1=2\times\frac{3}{36}-1=-\frac{5}{6}$.

15.$\frac{7}{6}$　【解析】建立如下图的坐标系，由已知得$B(6,0)$，$D(0,4)$，$E(3,4)$，由$\overrightarrow{EF}=2\overrightarrow{FB}$得$\overrightarrow{EF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{EB}$，设$F(x,y)$，则$(x-3,y-4)=\frac{2}{3}(3,-4)$，解得$F\left(5,\frac{4}{3}\right)$，$\overrightarrow{AF}=\left(5,\frac{4}{3}\right)=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}=(6\lambda,4\mu)$，解得$\lambda=\frac{5}{6}$，$\mu=\frac{1}{3}$，则$\lambda+\mu=\frac{7}{6}$.



16.$(-\infty,2]$　【解析】因为$x>0$，所以不等式可化为$\frac{a}{2}\leqslant x-\frac{\ln x}{x}$，设$f(x)=x-\frac{\ln x}{x}$，则$f'(x)=1-\frac{1-\ln x}{x^2}=\frac{x^2+\ln x-1}{x^2}$，设$g(x)=x^2+\ln x-1$，易知$g(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，且$g(1)=0$，则当$x\in(0,1)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减；当$x\in(1,+\infty)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增，所以$f(x)_{\min}=f(1)=1$，则$\frac{a}{2}\leqslant 1$，即$a\in(-\infty,2]$.

17.【解析】(1)因为$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cdot\cos\frac{2\pi}{3}=-2$，所以$|\boldsymbol{b}|=4$. ……………………………… 3分

所以$\boldsymbol{b}$在$\boldsymbol{a}$方向上的投影为$|\boldsymbol{b}|\cos\frac{2\pi}{3}=4\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-2$. ……………………………… 6分

(2)$|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2}=\sqrt{4\boldsymbol{a}^2-4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2}=2\sqrt{7}$，$\boldsymbol{b}\cdot(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-\boldsymbol{b}^2=-20$. ……………………………… 9分

设向量$\boldsymbol{b}$与$2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$的夹角为$\theta$，则$\cos\theta=\frac{\boldsymbol{b}\cdot(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})}{|\boldsymbol{b}|\cdot|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|}=\frac{-20}{4\times 2\sqrt{7}}=-\frac{5\sqrt{7}}{14}$. ……………………………… 12分

18.【解析】(1)因为$f(x)$的图象关于$x=-\frac{5\pi}{12}$对称，且在区间$\left(-\frac{5\pi}{12},0\right)$上单调递增，则$f\left(-\frac{5\pi}{12}\right)=-1$，即$-\frac{5\pi}{12}\omega+\varphi=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，$0-\left(-\frac{5\pi}{12}\right)=\frac{5\pi}{12}\leqslant\frac{T}{2}=\frac{\pi}{\omega}$，则$0<\omega\leqslant\frac{12}{5}$. ……………………………… 3分

又因为$\omega\in\mathbf{N}^*$，则$\omega=1$或2. ……………………………… 4分

若$\omega=1$，则$-\frac{5\pi}{12}+\varphi=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，因为$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以$\varphi=-\frac{\pi}{12}$，则$f(x)=\sin\left(x-\frac{\pi}{12}\right)$； ……………………………… 5分

若$\omega=2$，则$-\frac{5\pi}{6}+\varphi=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，因为$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以$\varphi=\frac{\pi}{3}$，则$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$. ……………………………… 6分

(2)因为$f\left(\frac{\pi}{2}\right)<0$，所以$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，$g(x)=2\sin\left(4x+\frac{\pi}{3}\right)$. ……………………………… 8分

$x\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right]$，$4x+\frac{\pi}{3}\in\left[\pi,\frac{7\pi}{3}\right]$，因为$y=\sin x$在$\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$单调递减，在$\left(\frac{3\pi}{2},\frac{7}{3}\pi\right)$单调递增， ……………………………… 10分

所以$\sin\left(4x+\frac{\pi}{3}\right)\in\left[-1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$，所以函数$g(x)$的值域为$[-2,\sqrt{3}]$. ……………………………… 12分

19.【解析】(1)当$0<x\leqslant 40$时，$W(x)=200x-(2x^2+80x)-300=-2x^2+120x-300$； ……………………………… 2分

当$40<x\leqslant 100$时，$W(x)=200x-\left(201x+\frac{3600}{x}-2100\right)-300=-\left(x+\frac{3600}{x}\right)+1800$， ……………………………… 4分

所以 $W(x)=\begin{cases}-2x^2+120x-300, & 0<x\leqslant 40,\\ -\left(x+\dfrac{3\,600}{x}\right)+1\,800, & 40<x\leqslant 100.\end{cases}$ ……………………………… 5分

(2)若 $0<x\leqslant 40$，$W(x)=-2(x-30)^2+1\,500$，

当 $x=30$ 时，$W(x)_{\max}=1\,500$ 万元.……………………………… 8分

若 $40<x\leqslant 100$，$W(x)=-\left(x+\dfrac{3\,600}{x}\right)+1\,800\leqslant -120+1\,800=1\,680$，

当且仅当 $x=\dfrac{3\,600}{x}$ 时，即 $x=60$ 时，$W(x)_{\max}=1\,680$ 万元. ……………………………… 11分

则该产品的年产量为60台时，公司所获利润最大，最大利润是1 680万元.……………………………… 12分

20.【解析】(1)在△ABC中，由余弦定理得 $AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos\angle ABC=AC^2$，即 $9AB^2+10AB-819=0$，解得 $AB=9$ 或 $AB=-\dfrac{91}{9}$(负值舍去). ……………………………… 3分

$\sin\angle ABC=\dfrac{8\sqrt{11}}{27}$，则 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\cdot AB\cdot BC\cdot\sin\angle ABC=\dfrac{1}{2}\times 9\times 3\times\dfrac{8\sqrt{11}}{27}=4\sqrt{11}$. ……………………………… 6分

(2)因为 $AD=2DB$，$AB=9$，所以 $BD=3$.

在△BCD中，由余弦定理得 $CD^2=BD^2+BC^2-2BD\cdot BC\cdot\cos\angle DBC$，

即 $CD^2=9+9-2\times 3\times 3\times\left(-\dfrac{5}{27}\right)$，解得 $CD=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. ……………………………… 8分

由正弦定理得 $\dfrac{BD}{\sin\angle DCB}=\dfrac{CD}{\sin\angle DBC}$，即 $\dfrac{3}{\sin\angle DCB}=\dfrac{\frac{8\sqrt{3}}{3}}{\frac{8\sqrt{11}}{27}}$，

解得 $\sin\angle DCB=\dfrac{\sqrt{33}}{9}$，则 $\cos\angle DCB=\dfrac{4\sqrt{3}}{9}$. ……………………………… 10分

在Rt△FBC中，$CF=\dfrac{BC}{\cos\angle DCB}=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$. ……………………………… 12分

21.【解析】(1) $f(x)$ 的定义域为R，$f'(x)=(x^2+2x)e^x+a(x+2)=(x+2)(xe^x+a)$，

当 $a=-e$ 时，$f'(x)=(x+2)(xe^x-e)$， ……………………………… 2分

设 $g(x)=xe^x$，则 $g'(x)=(x+1)e^x$，易知当 $x<-1$ 时，$g(x)=xe^x<0$，$g(x)$ 单调递减，当 $x>-1$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增，又因为 $g(1)=e$，且 $x<0$ 时，$g(x)<0$，所以方程 $xe^x-e=0$ 有唯一解 $x=1$，且当 $x<1$ 时，$xe^x-e<0$，当 $x>1$ 时，$xe^x-e>0$.

……………………………… 4分

则当 $x<-2$ 或 $x>1$ 时，$f'(x)>0$，当 $-2<x<1$ 时，$f'(x)<0$.

故 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty,-2)$，$(1,+\infty)$，单调递减区间为 $(-2,1)$. ……………………………… 6分

(2)证明：由(1)知，$f'(x)=(x+2)(xe^x+a)$，$g(x)=xe^x$ 在 $(-\infty,-1)$ 上单调递减，在 $(-1,+\infty)$ 上单调递增，则 $g(x)\geqslant g(-1)=-\dfrac{1}{e}$.

又因为 $a\geqslant 1$，则 $xe^x+a\geqslant 1-\dfrac{1}{e}>0$，则 $f(x)$ 在 $(-\infty,-2)$ 上单调递减，在 $(-2,+\infty)$ 上单调递增，$f(x)\geqslant f(-2)=\dfrac{4}{e^2}-2a-3$.

则有 $f(x)-\dfrac{4}{e^2}-2a\ln a+a^2+4a\geqslant a^2+2a-2a\ln a-3$， ……………………………… 9分

设 $h(a)=a^2+2a-2a\ln a-3$，$a\geqslant 1$，则 $h'(a)=2(a-\ln a)$，

令 $t(a)=a-\ln a$，$t'(a)=1-\frac{1}{a}$，

因为 $a\geqslant 1$，所以 $t'(a)\geqslant 0$。

所以 $t(a)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增，$t(a)\geqslant t(1)=1$，即 $h'(a)>0$。

所以 $h(a)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增，则 $h(a)\geqslant h(1)=1+2-0-3=0$。

所以 $f(x)-\frac{4}{e^2}-2a\ln a+a^2+4a\geqslant a^2+2a-2a\ln a-3\geqslant 0$，得证。 ………… 12 分

22.【解析】(1) C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\varphi,\\ y=\sqrt{2}\sin\varphi\end{cases}$（$\varphi$ 为参数）； ………… 3 分

l 的直角坐标方程为 $2\sqrt{2}x+y-6=0$。 ………… 5 分

(2) 由(1)可设 $M(\cos\varphi,\sqrt{2}\sin\varphi)$，

M 到直线 l 的距离 $d=\frac{|2\sqrt{2}\cos\varphi+\sqrt{2}\sin\varphi-6|}{3}=\frac{|\sqrt{10}\sin(\varphi+\alpha_0)-6|}{3}$，其中 $\tan\alpha_0=2$。 ………… 8 分

当 $\sin(\varphi+\alpha_0)=1$ 时，d 取得最小值 $\frac{6-\sqrt{10}}{3}$。 ………… 10 分

23.【解析】(1) $f(x)=|x+1|-2|x-2|=\begin{cases}x-5, & x\leqslant -1,\\ 3x-3, & -1<x\leqslant 2,\\ -x+5, & x>2.\end{cases}$

令 $f(x)\geqslant 2$，则有 $\begin{cases}x-5\geqslant 2,\\ x\leqslant -1,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}3x-3\geqslant 2,\\ -1<x\leqslant 2,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-x+5\geqslant 2,\\ x>2.\end{cases}$

解得 $\frac{5}{3}\leqslant x\leqslant 3$，所以不等式的解集为 $\left[\frac{5}{3},3\right]$。 ………… 5 分

(2) 由(1)可知，函数 $f(x)=|x+1|-2|x-2|$ 的最大值为 $t=f(2)=3$。

所以 $3=2a^2+5b^2+3c^2=2(a^2+b^2)+3(b^2+c^2)\geqslant 4ab+6bc$， ………… 8 分

当且仅当 $a=b=c=\frac{\sqrt{30}}{10}$ 时等号成立，

所以 $3\geqslant 4ab+6bc$，即 $2ab+3bc\leqslant\frac{3}{2}$，

所以 $2ab+3bc$ 的最大值为 $\frac{3}{2}$。 ………… 10 分

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于中国拔尖人才培养的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户（官方网址：www.zizzs.com）、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承“专业、专注、有态度”的创办理念，不断探索“K12 教育+互联网+ 大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的新高考拔尖人才培养服务平台。