华大新高考联盟名校2020年5月高考预测考试

理科数学参考答案和评分标准

一、选择题

1.【答案】D

【解析】由 $x-2>0$ 得 $x>2$，则 $B=\{x|x>2\}$；又 $A=\{x|1<x<3\}$，则 $A\cup B=\{x|x>1\}$，故选 D.

2.【答案】D

【解析】在大正方形内随机取一点，则此点取自图形中小正方形的概率为$\frac{8}{6\times 6}=\frac{2}{9}$，故选 D.

3.【答案】A

【解析】设 $z=a+b\mathrm{i}$，$a,b\in\mathbf{R}$，则 $z\in\mathbf{R}\Leftrightarrow b=0\Leftrightarrow z=\bar{z}$，$p_1$ 为真命题；若在复平面内复数 z 所对应的点在第一象限，则 $a>0,b>0$，而$\frac{z}{\mathrm{i}}=\frac{a+b\mathrm{i}}{\mathrm{i}}=b-a\mathrm{i}$，故$\frac{z}{\mathrm{i}}$所对应的点$(b,-a)$在第四象限，$p_2$ 为真命题，所以 $p_1\wedge p_2$ 为真命题，故选 A.

4.【答案】D

【解析】由 $a_2+a_5=3a_3$ 可知 $a_3+a_4=3a_3$，所以 $a_4=2a_3$；又 a_4 与 $2a_7$ 的等差中项为 6，所以 $a_4+2a_7=12$，即 $2a_3+2a_7=12$，而 $2a_5=a_3+a_7=6$，故 $a_5=3$，故选 D.

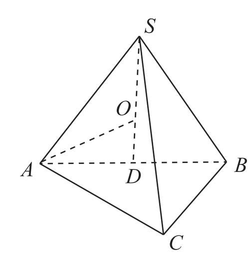
5.【答案】C

【解析】因为 $x\in\mathbf{R}$，令 $g(x)=3\sin x-2x$，则 $g(-x)=3\sin(-x)-2\times(-x)=-3\sin x+2x=-g(x)$，故 $g(x)$为奇函数，$g(x)$的最大值和最小值的和为 0；又 $g(x)=f(x)-1$，$[g(x)]_{\max}+[g(x)]_{\min}=[f(x)]_{\max}-1+[f(x)]_{\min}-1=0$，所以$[f(x)]_{\max}+[f(x)]_{\min}=2$，故选 C.

6.【答案】C

【解析】因为$(1-x)\cdot\left(x+\frac{1}{x}+2\right)^4=(1-x)\cdot\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^8$；$\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^8$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1}=\mathrm{C}_8^r(\sqrt{x})^{8-r}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^r=\mathrm{C}_8^r x^{4-r}$，所以$(1-x)\cdot\left(x+\frac{1}{x}+2\right)^4$ 的展开式中 x 的系数为 $\mathrm{C}_8^3-\mathrm{C}_8^4=-14$，故选 C.

7.【答案】D



【解析】由三视图还原为空间几何体，如图所示，取 AB 的中点 D，连接 SD，易知球心 O 在线段 SD 上，连接 OA. 设外接球半径为 r，则有$(\sqrt{3}-r)^2+1=r^2$，解得 $r=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，故 $V_1=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{32\sqrt{3}}{27}\pi$，而该几何体体积为 $V_2=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2\times 1\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则 V_1 与 V_2 的比值为$\frac{32}{9}\pi$，故选 D.

8.【答案】A

【解析】由于满足 $1+3+5+\cdots+n>2020$ 后，此时 i 值比程序要求的 i 值多 2，又执行了一次 $i=i+2$，故输出的应为 $i-4$，故选 A.

9.【答案】A

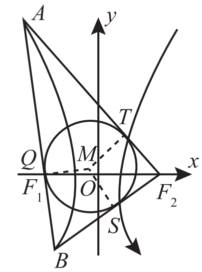
【解析】$f(x)=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$；当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时，$2x-\frac{\pi}{6}\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$，

故当 $2x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$即 $x=\frac{\pi}{3}$时，$f(x)$取得最大值，所以 $\theta=\frac{\pi}{3}$；

从而 $g(x)=f\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=2\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-\frac{\pi}{6}\right]=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=2\cos2x$,故选 A.

10.【答案】A

【解析】设内切圆的圆心为 $M(x,y)$,圆 M 分别与 AF_2,AB,BF_2 相切于点 T,Q,S,连接 MS,MT,MQ,MF_1,如图所示,则 $|F_2T|=|F_2S|$, $|AT|=|AQ|$, $|BS|=|BQ|$,所以 $|AF_2|-|AQ|=|AF_2|-|AT|=|F_2T|$, $|BF_2|-|BQ|=|BF_2|-|BS|=|F_2S|$,且 $|F_2T|=|F_2S|$,所以 $|AF_2|-|AQ|=|BF_2|-|BQ|$,由双曲线的定义可知 $|AF_2|-|AF_1|=|BF_2|-|BF_1|=2a$,所以 Q 与 F_1 重合,$|TF_2|=2a=4$, $r=|MT|=\frac{\sqrt{3}}{3}|F_2T|=\frac{4\sqrt{3}}{3}$,故选 A .



11.【答案】D

【解析】由题意知,$\forall n\in\mathbf{N}^*$,$a_n=\begin{cases}3a_{n-1}+1, & a_{n-1}\text{为奇数},\\ \frac{a_{n-1}}{2}, & a_{n-1}\text{为偶数}.\end{cases}$ 由 $a_7=1$ 得 $a_6=2$,则 $a_5=4$,从而 $a_4=1$ 或 $a_4=8$.

①若 $a_4=1$,则 $a_3=2$,于是 $a_2=4$,故 $a_1=1$ 或 $a_1=8$,此时 $a_0=2$ 或 $a_0=16$;

②若 $a_4=8$,则 $a_3=16$,于是 $a_2=5$ 或 $a_2=32$. 当 $a_2=5$ 时,$a_1=10$,此时 $a_0=3$ 或 $a_0=20$;当 $a_2=32$ 时,$a_1=64$,此时 $a_0=21$ 或 $a_0=128$.

综上,满足条件的 a_0 的值共有 6 个,故选 D.

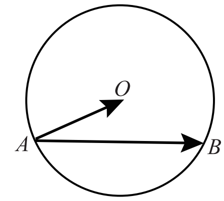
12.【答案】B

【解析】由 $\log_2a=\log_3b$ 知 $1<a<b$ 或 $a=b=1$ 或 $0<b<a<1$;当 $a=b=1$ 时,②成立,其他四个不成立;当 $0<b<a<1$ 时,有 $a^b>b^a$,$a^b>a^a$,$b^b>b^a$,即③成立,④⑤不成立;当 $1<a<b$,取 $a=2,b=3$ 满足题设条件,此时 $a^b=2^3=8<9=3^2=b^a$,①成立,$a^b>a^a$,$b^b>b^a$,④⑤不成立. 综上,只有④⑤不可能成立,故选 B.

二、填空题

13.【答案】2.

【解析】因为 $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OB}$,两边同平方得 $\overrightarrow{AB}^2-2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{AO}^2=\overrightarrow{OB}^2$,即 $\overrightarrow{AB}^2-2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=0$,所以 $\overrightarrow{AB}^2=2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=4$,$|\overrightarrow{AB}|=2$.



14.【答案】0.

【解析】作出可行域,可知当 $x=2,y=-1$ 时,$z_{\min}=0$.

15.【答案】$1-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

【解析】设直线 m 的倾斜角为 α,易得 $|PQ|=\frac{1}{\cos^2\alpha}$,$|MN|=\frac{1}{\cos^2(\alpha+30^\circ)}$,

$\frac{1}{|PQ|}+\frac{1}{|MN|}=\cos^2\alpha+\cos^2(\alpha+30^\circ)=\frac{1+\cos2\alpha}{2}+\frac{1+\cos(2\alpha+60^\circ)}{2}=1+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(2\alpha+30^\circ)$,

所以其最小值为 $1-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

16.【答案】$\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

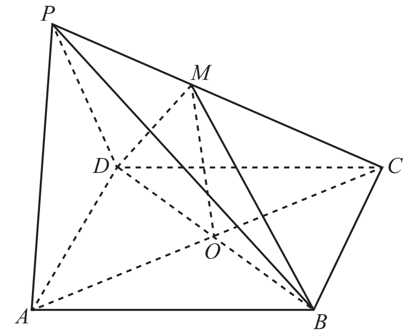
【解析】根据题意,连接 AC,BD,两直线交于 O,取 PC 上一点为 M,连接 MB,MD,如图.

若满足题意 $DQ\perp AC$,又 $AC\perp BD$,故 $AC\perp$ 平面 DBQ,则点 Q 只要在平面 DBQ 与平面 PBC 的交线上即可. 假设如图所示:平面 DBM 与平面 DBQ 是同一个平面,则 Q 点的轨迹就是线段 BM. 根据假设,此时直线 $AC\perp$ 平面 DBM,则 $AC\perp MO$. 故三角形 MOC 为直角三角形. 因为三角形 PAD 是等腰直角三角形,三角形 BAD 是等边三角形,故 $AD\perp PB$. 又因为 $BC/\!/AD$,故 $BC\perp PB$,故三角形 PBC 为直角三角

形，故 $PC=\sqrt{PB^2+BC^2}=2\sqrt{2}$. 在三角形 PAC 中，$PA=\sqrt{2}$，$AC=2\sqrt{3}$，$PC=2\sqrt{2}$，由余弦定理可得：$\cos\angle PCA=\dfrac{8+12-2}{2\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{6}}{8}$，

故在直角三角形 MOC 中，$MC=\dfrac{OC}{\cos\angle PCA}=\dfrac{20}{9}$.

在三角形 BCM 中，$\angle PCB=45°$，故 $BM^2=BC^2+CM^2-2\times BC\times CM\times\cos\angle PCB=\dfrac{\sqrt{20}}{3}$，故得 $BM=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$.



三、解答题

17.【解析】(1)因为 $a\sin B\cos C+c\sin B\cos A=\frac{1}{2}b$，由正弦定理得 $\sin A\sin B\cos C+\sin C\sin B\cos A=\frac{1}{2}\sin B$，又 $B\in(0,\pi)$，故 $\sin B\neq0$，从而 $\sin A\cos C+\sin C\cos A=\sin(A+C)=\sin(\pi-B)=\frac{1}{2}$，即 $\sin B=\frac{1}{2}$；而 $a>b$，

故 B 为锐角，所以 $B=\frac{\pi}{6}$. ………………………………………………………… 5 分

(2)因为 AM 为 BC 边上的中线，从而 $2\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$，$|\overrightarrow{AM}|=\frac{1}{2}a$，所以有 $(2\overrightarrow{AM})^2=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})^2$，

$a^2=b^2+c^2+2bc\cos\angle BAC$. ………………………………………………………… 8 分

又△ABC 中，有 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\angle BAC$，从而 $\cos\angle BAC=0$，$\angle BAC=90°$，△ABC 为直角三角形，

………………………………………………………………………………………… 10 分

所以 $b=1$，$c=\sqrt{3}$，△ABC 的面积 $S=\frac{1}{2}bc=\frac{\sqrt{3}}{2}$. ………………………………………… 12 分

18.【解析】(1)证明：连结 AC，交 BD 于点 O，连结 PO. 由对称性知，O 为 BD 中点，且 $AC\perp BD$，$PO\perp BD$，

………………………………………………………………………………………… 2 分

又△PBD≌△ABD，$AO\perp BD$，从而 $PO=AO=1$. 又 $PA=\sqrt{2}$，由 $PO^2+OA^2=PA^2$ 知 $PO\perp OA$. …… 3 分

$PO\perp BD$，$OA\cap BD=O$，所以 $PO\perp$ 平面 $ABCD$. ………………………………… 4 分

$PO\subset$ 平面 PBD，所以平面 $PBD\perp$ 平面 $ABCD$. ………………………………… 5 分

(2) 由(1)知，PO，BD，AC 两两互相垂直，以 O 为坐标原点，$\overrightarrow{OC}$ 的方向为 x 轴正方向，建立空间直角坐标系 O-xyz 如图：则 $D(0,-\sqrt{3},0)$，$P(0,0,1)$. 在等腰△BCD 中，$CO=3$，则 $C(3,0,0)$. ……………… 6 分

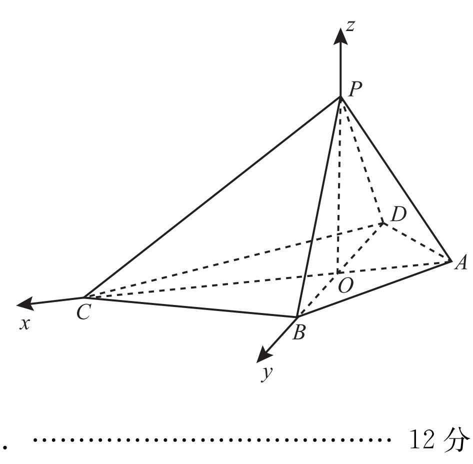
易知平面 PBD 的一个法向量为 $\overrightarrow{n_1}=(1,0,0)$. …………… 7 分

设平面 PCD 的法向量为 $\overrightarrow{n_2}=(x,y,z)$，则 $\overrightarrow{n_2}\perp\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{n_2}\perp\overrightarrow{DP}$，

因为 $\overrightarrow{DC}=(3,\sqrt{3},0)$，$\overrightarrow{DP}=(0,\sqrt{3},1)$，由 $\begin{cases}\overrightarrow{n_2}\cdot\overrightarrow{DC}=0\\ \overrightarrow{n_2}\cdot\overrightarrow{DP}=0\end{cases}$ 可得

$\begin{cases}3x+\sqrt{3}y=0\\ \sqrt{3}y+z=0\end{cases}$，取 $y=\sqrt{3}$，得 $x=-1$，$z=-3$，所以 $\overrightarrow{n_2}=(-1,\sqrt{3},-3)$，……………………………………………………… 9 分

于是 $\cos\langle\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\rangle=\dfrac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}}{|\overrightarrow{n_1}|\cdot|\overrightarrow{n_2}|}=\dfrac{-1}{\sqrt{13}}=-\dfrac{\sqrt{13}}{13}$. ……… 11 分



设二面角 C-PD-B 的大小为 θ，由图可知 θ 为锐角，则 $\cos\theta=\dfrac{\sqrt{13}}{13}$. ……………………………… 12 分

19.【解析】(1)由已知得 $\begin{cases}\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\ \dfrac{4}{a^2}+\dfrac{2}{b^2}=1\end{cases}$，解得 $a^2=12$，$b^2=3$，所以椭圆 C 的标准方程为 $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{3}=1$. ……… 4 分

(2)由题意知直线 AB,CD 的斜率存在且不为 0,设直线 AB 的方程为 $y=kx-2(k\neq 0)$, $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$,由$\begin{cases}y=kx-2\\ \dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{3}=1\end{cases}$得$(1+4k^2)x^2-16kx+4=0$. ………………………………………… 6 分

由 $\Delta>0$ 得 $k^2>\frac{1}{12}$,且 $x_1+x_2=\frac{16k}{1+4k^2}$,所以 $x_M=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{8k}{1+4k^2}$, $y_M=kx_M-2=-\frac{2}{1+4k^2}$,

即 $M\left(\frac{8k}{1+4k^2},-\frac{2}{1+4k^2}\right)$. 同理 $N\left(\frac{-8k}{k^2+4},-\frac{2k^2}{k^2+4}\right)$. ………………………………………… 8 分

所以 $k_{MN}=\dfrac{-\frac{2}{1+4k^2}+\frac{2k^2}{k^2+4}}{\frac{8k}{1+4k^2}+\frac{8k}{k^2+4}}=\dfrac{k^2-1}{5k}$.

所以直线 MN 的方程为 $y+\frac{2}{1+4k^2}=\frac{k^2-1}{5k}\left(x-\frac{8k}{1+4k^2}\right)$. ………………………………… 10 分

由对称性可知定点必在 y 轴上. 令 $x=0$,得 $y=\frac{k^2-1}{5k}\left(0-\frac{8k}{1+4k^2}\right)-\frac{2}{1+4k^2}=-\frac{2}{5}$,所以直线 MN 过定点$\left(0,-\frac{2}{5}\right)$. ………………………………………………………………………… 12 分

20.【解析】(Ⅰ)8 名员工中 BMI 数值为“正常”的员工有 5 人,记抽取到 BMI 值为“正常”的人数为 X,则 X 的可能取值有 0,1,2,则

$$P(X=0)=\frac{C_5^0C_3^2}{C_8^2}=\frac{3}{28},\ P(X=1)=\frac{C_5^1C_3^1}{C_8^2}=\frac{15}{28},\ P(X=2)=\frac{C_5^2C_3^0}{C_8^2}=\frac{5}{14},$$

故 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{3}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{5}{14}$

则 $E(X)=0\times\frac{3}{28}+1\times\frac{15}{28}+2\times\frac{5}{14}=\frac{35}{28}=\frac{5}{4}$; ………………………………………………………… 5 分

(Ⅱ)(1)调查员由线性回归方程 $\hat{y}=0.5x+\hat{a}$ 预估一名身高为 180cm 的员工的体重为 71kg,由此可计算 $\hat{a}=71-180\times0.5=-19$,故 $\bar{y}=\hat{b}\bar{x}+\hat{a}=0.5\times170-19=66$.

(2)由(1)知更正前的数据 $\bar{x}=170$,$\bar{y}=66$. 由 $\hat{b}=0.5=\dfrac{\sum_{i=1}^{8}x_iy_i-8\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{8}x_i^2-8\bar{x}^2}$ 得

$\sum_{i=1}^{8}x_i^2-8\bar{x}^2=2\times\left(\sum_{i=1}^{8}x_iy_i-8\bar{x}\bar{y}\right)=2\times(89\ 920-8\times170\times66)=320$,

更正后的数据 $\bar{x}'=\bar{x}=170$,$\bar{y}'=\frac{66\times8+8}{8}=67$, ………………………………………………… 8 分

$\sum_{i=1}^{8}x'_iy'_i=\sum_{i=1}^{8}x_iy_i+x_8\times8=\sum_{i=1}^{8}x_iy_i+182\times8$, $8\bar{x}'\cdot\bar{y}'=8\bar{x}\cdot\bar{y}'=8\bar{x}(\bar{y}+1)=8\overline{xy}+8\times170$,

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{8}x'_iy'_i-8\bar{x}'\bar{y}'}{\sum_{i=1}^{8}x'^2_i-8\bar{x}'^2}=\frac{\left(\sum_{i=1}^{8}x_iy_i+182\times8\right)-(8\overline{xy}+8\times170)}{\sum_{i=1}^{8}x_i^2-8\bar{x}^2}=0.5+\frac{96}{320}=0.5+0.3=0.8,$$

故 $\hat{a}=\bar{y}'-\hat{b}\bar{x}'=67-0.8\times170=-69$. 更正后该组数据的线性回归方程为 $\hat{y}=0.8x-69$. ……… 11 分

当 $x=180$ 时，$\hat{y}=0.8\times180-69=75$，所以重新预估一名身高为 180cm 的员工的体重约为 75kg. …… 12 分

21.【解析】(1)由题意知 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)(x>0)$ 在唯一公共点 P 处的切线相同，又因为 $f'(x)=x+a$，$g'(x)=\dfrac{a+1}{x}$，所以 $f(x_0)=g(x_0)$ 且 $f'(x_0)=g'(x_0)$，即$\begin{cases}\dfrac{1}{2}x_0^2+ax_0=(a+1)\ln x_0\\ x_0+a=\dfrac{a+1}{x_0}\end{cases}$.

由 $x_0+a=\dfrac{a+1}{x_0}$ 得 $x_0=1$ 或 $x_0=-a-1$，因为点 P 唯一，所以 $x_0=1$，故有 $-a-1=1$ 或 $-a-1\leqslant0$，即 $a=-2$ 或 $a\geqslant-1$，又由 $\dfrac{1}{2}x_0^2+ax_0=(a+1)\ln x_0$，解得 $a=-\dfrac{1}{2}$.

综上所述，$a=-\dfrac{1}{2}$. ………………………………………………………………………… 4 分

(2)由已知得 $h(x)=f(x)-g(x)=\dfrac{1}{2}x^2+ax-(a+1)\ln x(x>0)$，则 $h'(x)=x+a-\dfrac{a+1}{x}=\dfrac{x^2+ax-(a+1)}{x}=\dfrac{(x-1)(x+a+1)}{x}(x>0)$. ………………………………………… 5 分

(i)若 $a+1>0$，即 $-1<a<0$ 时，$h(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，因为 $x\to0$ 时，$h(x)\to+\infty$，且 $h(2)=2+2a-(a+1)\ln2>2+2a-2(a+1)=0$，故要使 $h(x)$ 有两个零点，只需 $h(1)<0$，解得 $-1<a<-\dfrac{1}{2}$；当 $a=-1$ 时，$h(x)=\dfrac{1}{2}x^2-x$ 只有 1 个零点，故 $-1<a<\dfrac{1}{2}$. …………………… 6 分

(ii)若 $a+1<0$，即 $a<-1$ 时：

①当 $a=-2$ 时，$h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，故不可能有两个零点；……………………………… 7 分

②当 $-2<a<-1$ 时，$h(x)$ 在 $(0,-a-1)$ 上单调递增，在 $(-a-1,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，且 $x\to0$ 时，$h(x)\to-\infty$，又 $h(1)=a+\dfrac{1}{2}<0$，$h(\mathrm{e}^2)=\dfrac{\mathrm{e}^4}{2}+a\mathrm{e}^2-(a+1)\ln\mathrm{e}^2>\dfrac{\mathrm{e}^4}{2}+a\mathrm{e}^2>0$，故要使 $h(x)$ 有两个零点，必有 $h(-a-1)=0$，即 $h(-a-1)=\dfrac{1}{2}(a+1)^2-a(a+1)-(a+1)\ln(-a-1)=(a+1)\left[\dfrac{1-a}{2}-\ln(-a-1)\right]=0$，即有 $\dfrac{1-a}{2}-\ln(-a-1)=0$.

令 $m(a)=\dfrac{1-a}{2}-\ln(-a-1)$，$a\in(-2,-1)$，因为 $m'(a)=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{a+1}=-\dfrac{a+3}{2(a+1)}>0$，即 $m(a)=\dfrac{1-a}{2}-\ln(-a-1)$ 在 $a\in(-2,-1)$ 上单调递增，且在 $a=-2$ 时，$m(-2)=\dfrac{3}{2}>0$，即在 $a\in(-2,-1)$ 上 $m(a)>0$ 恒成立，所以当 $-2<a<-1$ 时，$h(x)$ 不可能有两个零点； ……………………………… 11 分

③当 $a<-2$ 时，$h(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $(1,-a-1)$ 上单调递减，在 $(-a-1,+\infty)$ 上单调递增，因为 $h(1)=a+\dfrac{1}{2}<0$，故 $h(x)$ 也不可能有两个零点.

综上所述，当 $-1<a<-\dfrac{1}{2}$ 时，$h(x)$ 有两个零点. …………………………………………… 12 分

22.【解析】(1)由曲线 C_1 的参数方程消去参数 t，可得 C_1 的普通方程为 $x+y-m=0$， …………………… 2 分

由曲线 C_2 的极坐标方程得 $3\rho^2-2\rho^2\cos^2\theta=3$，$\theta\in[0,\pi]$，所以曲线 C_2 的直角坐标方程为 $\dfrac{x^2}{3}+y^2=1$ $(0\leqslant y\leqslant1)$. ………………………………………………………………………………… 4 分

(2)设曲线 C_2 上任意一点 P 的坐标为 $(\sqrt{3}\cos\alpha,\sin\alpha)$，$\alpha\in[0,\pi]$，则点 P 到曲线 C_1 的距离

$d=\dfrac{|\sqrt{3}\cos\alpha+\sin\alpha-m|}{\sqrt{2}}=\dfrac{\left|2\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)-m\right|}{\sqrt{2}}$. ………………………………………………………… 6 分

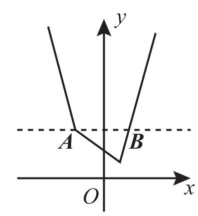
因为 $\alpha\in[0,\pi]$,所以 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\in\left[-\frac{\sqrt{3}}{2},1\right]$,$2\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})-m\in[-\sqrt{3}-m,2-m]$, …………… 8 分

由点 P 到曲线 C_1 的最大距离为 $2\sqrt{2}$ 得 $\left|2\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)-m\right|$ 的最大值是 4.

因为 $m<-\sqrt{3}$,所以 $-m-\sqrt{3}>0$,则 $2-m=4$,即 $m=-2$,故 $m=-2$. ……………………………… 10 分

23.【解析】(1)当 $a=1$ 时,有 $f(x)=|x+1|+|2x-1|=\begin{cases}-3x,\ x<-1\\-x+2,\ -1\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}\\3x,\ x>\frac{1}{2}\end{cases}$. …………………… 3 分

解法一:作出函数 $y=f(x)$ 的图象,它与直线 $y=3$ 的交点为 $A(-1,3)$,$B(1,3)$,所以原不等式的解集为 $\{x|x<-1$ 或 $x>1\}$. …………………………………………………… 5 分



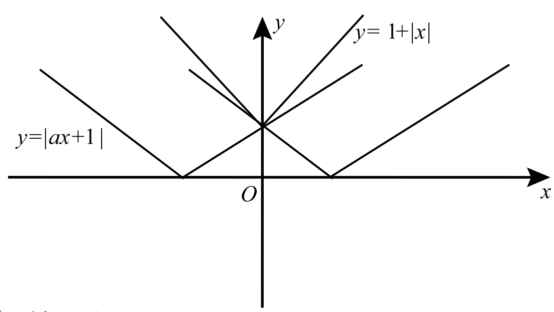
解法二:原不等式 $\Leftrightarrow\begin{cases}x<-1\\-3x>3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-1\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}\\-x+2>3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>\frac{1}{2}\\3x>3\end{cases}$, ………………………… 3 分

解得 $x<-1$ 或无解或 $x>1$,所以原不等式的解集为 $\{x|x<-1$ 或 $x>1\}$. ……… 5 分

(2)不等式 $f(x)\leqslant g(x)$,即 $|ax+1|\leqslant 1+|x|$. (*)

当 $a=0$ 时,(*)式 $\Leftrightarrow 1\leqslant 1+|x|$,恒成立; ……………………………………………………………… 6 分

当 $a\neq 0$ 时,作出 $f(x)=|ax+1|$ 与 $g(x)=1+|x|$ 的图象,如图所示,



则有 $|a|\leqslant 1$,于是 $-1\leqslant a\leqslant 1$ 且 $a\neq 0$. ……………………………………………………………… 9 分

综上所述,a 的取值范围是 $[-1,1]$. …………………………………………………………………… 10 分