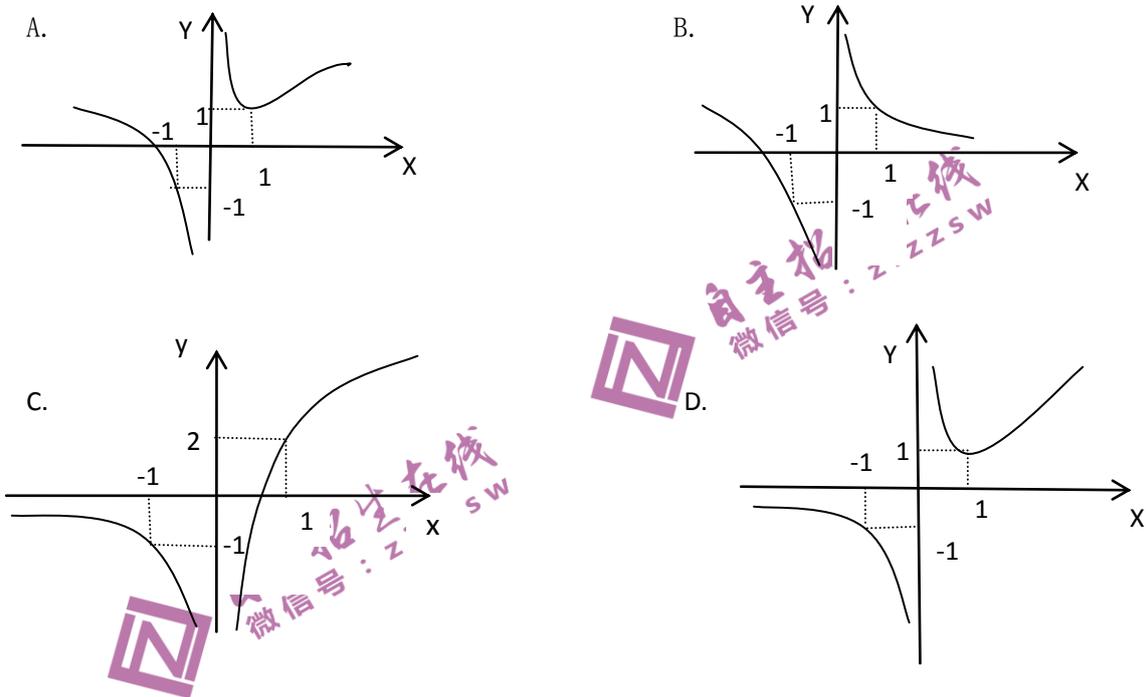


8. 函数 $f(x) = \ln|x| + \frac{1}{x}$ 的图像大致为 ()



9. 设 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数, 若 $f'(x) > 0$, 且 $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R} (x_1 \neq x_2)$, 都有

$f(x_1) + f(x_2) < 2f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$, 则下列选项中不一定正确的一项是 ()

A. $f(2) < f(e) < f(\pi)$

B. $f'(\pi) < f'(e) < f'(2)$

C. $f(2) < f'(2) - f'(3) < f(3)$

D. $f'(3) < f(3) - f(2) < f'(2)$

10. 在复平面内, 复数 $z = a + bi (a \in \mathbf{R}, b \in \mathbf{R})$ 的对应向量 \overrightarrow{OZ} (O 为坐标原点), 设 $|\overrightarrow{OZ}| = r$,

以射线 Ox 为始边, \overrightarrow{OZ} 为终边逆时针旋转的角为 θ , 则 $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$. 法国数学家

棣莫弗发现棣莫弗定理: $z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1), z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$, 则

$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$, 则由棣莫弗定理导出了复数乘方公式:

$z^n = [r(\cos \theta + i \sin \theta)]^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$, 则 $(-1, \sqrt{3}i)^{10} = ()$

A. $1024 - 1024\sqrt{3}i$

B. $-1024 + 1024\sqrt{3}i$

C. $512 - 512\sqrt{3}i$

D. $-512 + 512\sqrt{3}i$

11. 设 $a = \log_{0.5} 3, b = \log_5 3$, 则 ()

A. $ab < 0 < a + b$

B. $ab < a + b < 0$

C. $a + b < ab < 0$

D. $a + b < 0 < ab$

12. 已知函数 $f(x) = 2\sin \omega x \cdot \cos^2\left(\frac{\omega x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) - \sin^2 \omega x + \cos \omega x (\omega > 0)$ 的区间 $[0, \pi]$ 上

的最大值与最小值之和是 0, 则 ω 的最小值是 ()

- A. $\frac{9}{4}$ B. $\frac{5}{4}$ C. 1 D. $\frac{3}{4}$

第 II 卷

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分.

13. 已知 $\sin \alpha = -\frac{2}{3}$, 则 $\tan(2\pi - \alpha)$ 的值为_____

14. 已知二次函数 $f(x) < 0$ 的解集为 $(-2017, 2019)$, 且 $f(t) < f(2)$, 则实数 t 的取值范围是_____

15. 已知某个八位数电话号码, 命题 p : 前四位数组成的数与后四位数组成的数相加得 6422, 命题 q : 前三位组成的数与后五位组成的数相加得 12830, 若 $p \wedge q$ 为真, 则此电话号码对应的八位数是_____

16. 已知函数 $f(x) = a \cdot x \cdot e^x + x^2 \ln x - x^3$, 若函数 $f(x)$ 的极值点只有一个, 则实数 a 的取值范围是_____

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

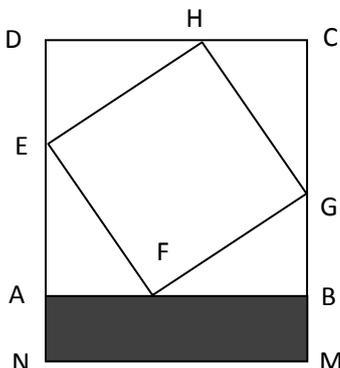
已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 是奇函数, $g(x)$ 是偶函数, 且 $f(x) + g(x) = x^2 + ax + a$

(I) 求函数 $f(x), g(x)$ 的解析式

(II) 已知命题 $p: \forall x \in [2, 3], f(x) \geq 1$ 恒成立, 命题 $q: \exists x \in [-2, 3], g(x) \leq -2$ 有解, 若 $p \vee q$ 为真, 试求实数 a 的取值范围

18. (本小题满分 12 分)

某公园欲将一块空地规划成如图所示的区域, 其中在边长为 40 米的正方形 EFGH 内种植红色郁金香, 在正方形 ABCD 的剩余部分 (即四个直角三角形内) 种植黄色郁金香, 现要在以 AB 为边长的矩形 ABMN 内种植绿色草坪, 要求绿色草坪的面积等于黄色郁金香的面积, 设 $\angle GFB = \theta, AN = y$ 米。



(I) 试求 y 与 θ 之间的函数关系式

(II) 试求 AN 的最大值

19. (本小题满分 12 分)

若函数 $f(x)$ 在定义域内存在实数 x 满足 $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为“局部奇函数”

(I) 若函数 $f(x) = \sin(x + \varphi)$ ($x \in \mathbf{R}, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$), 试判断函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上是否为“局部奇函数”, 并说明理由;

(II) 若函数 $f(x) = 2^x + 3 - m^2$ 为定义域 \mathbf{R} 上的“局部奇函数”, 试求实数 m 的取值范围

20. (本小题满分 12 分)

设 $f(x) = a(x-1)^2, g(x) = e^x$ (e 为自然对数的底数)

(I) 若 $a = 1$, 记 $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$, 试讨论函数 $h(x)$ 单调性

(II) 当 $a = 5$ 时, 试证明: 当 $x > 1$ 时, $g(x) > f(x)$ 恒成立

(参考数据: $e^2 \approx 7.39, e^3 \approx 20.09, e^5 \approx 148.41$)

21. (本小题满分 12 分)

若将函数 $g(x) = \sin x$ 图象上所有点的纵坐标伸长到原来的 2 倍 (横坐标不变), 再将所得

到的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度可得到函数 $f(x)$ 的图象

(I) 求函数 $y = f(2x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的单调递增区间

(II) 已知关于 x 的方程 $[f(x)]^2 - 4g\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = m + 2$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ 内有两个不同的解 $\alpha,$

β , 试求 $6\cos(2\alpha - 2\beta) - m^2$ 的值

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln x, g(x) = ax^2 - x$ ($a \in \mathbf{R}$)

(I) 当 $a = -1$ 时, 试求函数 $h(x) = f(x) + g(x)$ 的极值

(II) 设 $a > 0$, 且曲线 $f(x)$ 与 $g(x)$ 总存在公切线, 试求实数 a 的最小值

自主招生在线创始于 2014 年, 致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注**自主选拔在线**官方微信号: **zizzsw**。



识别二维码, 快速关注

温馨提示:

全国重点中学 2019-2020 学年高三上学期中试题及参考答案 (更新下载中), 点击链接

获得 <http://www.zizzs.com/c/201911/40242.html>