

沧州市 2022—2023 学年第二学期期末教学质量监测

高二数学参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	A	B	D	C	C	D	A	CD	BCD	ACD	ED

1. C 解析: $A = \{x | x \leq 3\}$, 故 $A \cap B = \{1, 2, 3\}$, 故选 C.

[命题意图] 该试题考查函数定义域、集合的运算等, 是高考必考内容, 数学素养方面主要考查认知思维和运算能力.

2. A 解析: 当 $(a-b)a^2 > 0$ 时, 显然 $a \neq 0, a^2 > 0, \therefore a > b$, 该过程不可逆, 故选 A.

[命题意图] 该试题考查充分、必要条件以及不等式的性质, 数学素养方面主要考查逆向思维和拓展思维.

3. B 解析: 由正态分布知 $P(X > 1) = 0.5, \therefore P(X \geq 2) = 0.2$, 由对称性知 $P(X \leq 0) = P(X \geq 2) = 0.2$, 故选 B.

[命题意图] 该试题考查正态分布, 数学素养方面主要考查整体思维和数形结合思想.

4. D 解析: 图 A 显示残差与观测时间有非线性关系, 应在模型中加入时间的非线性函数部分; 图 B 说明残差的方差不是一个常数, 随观测时间变大而变大; 图 C 显示残差与观测时间有线性关系, 应将时间变量纳入模型; 图 D 的残差较均匀地分布在以取值为 0 的横轴为对称轴的水平带状区域内, 可见 D 满足一元线性回归模型对随机误差的假定, 故选 D.

[命题意图] 该试题考查一元线性回归模型对随机误差的假定, 数学素养方面主要考查数据分析能力.

5. C 解析: $\because \sum_{i=1}^n P(X=i) = 1 = \frac{k}{2} + \frac{k}{4} + \frac{k}{8} + \frac{k}{16} = \frac{15k}{16}, \therefore k = \frac{16}{15}, \therefore P(X \leq 2) = P(X=1) + P(X=2) = \frac{8}{15} + \frac{4}{15} = \frac{4}{5}$, 故选 C.

[命题意图] 该试题考查分布列及其性质, 数学素养方面考查运算能力与抽象思维.

6. C 解析: $\because f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且 $\forall x_1, x_2 \in (0, +\infty) (x_1 \neq x_2)$, 总有 $(x_1 - x_2) \cdot \left[\frac{f(x_1)}{x_1} - \frac{f(x_2)}{x_2} \right] < 0$, $\therefore$ 函数 $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ 是偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减. $\because f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, $\therefore f(0) = 0$. 当 $x+3=0$ 时, 不等式不成立; 当 $x+3>0$ 时, 原不等式可化为 $\frac{f(x+3)}{x+3} > 2 = \frac{f(1)}{1}$, 即 $g(x+3) > g(1), \therefore 0 < x+3 < 1, x \in (-3, -2)$; 当 $x+3<0$ 时, $\frac{f(x+3)}{x+3} < 2 = \frac{f(-1)}{-1}$, 即 $g(x+3) < g(-1), \therefore x+3 < -1, x \in (-\infty, -4)$. 综上, 原不等式的解集为 $(-\infty, -4) \cup (-3, -2)$, 故选 C.

[命题意图] 该试题考查函数的单调性与奇偶性、不等式的解法, 数学素养方面主要考查分类思想、等价思想、变换思想与构造思想.

7. D 解析: 当甲得一本书时, $C_2^3 C_2^3 A_2^2 = 18$ 种; 当甲得两本书时, $C_2^3 A_2^2 = 6$ 种, 共 24 种, 故选 D.

[命题意图] 该试题考查排列与组合, 符合近几年高考考查排列组合等知识的命题原则, 数学素养方面主要考查分类思维与分析综合能力.

8. A 解析: $\because$ 函数 $f(x) = 5 - x - \log_2 x$ 单调递减, $f(3) > 0, f(4) < 0, \therefore 3 < a < 4; 3 > b = \log_2 2 + \log_2 10 > \log_2 2 + \log_2 9 = \log_2 2 + \log_2 3 > 2$; 由 $8^b + 15^b = 17^b$, 得 $\left(\frac{8}{17}\right)^b + \left(\frac{15}{17}\right)^b = 17^{-b}, \therefore$ 函数 $y = \left(\frac{8}{17}\right)^x + \left(\frac{15}{17}\right)^x$ 单调递减, $\therefore 17^{-b} = \left(\frac{8}{17}\right)^b + \left(\frac{15}{17}\right)^b < \left(\frac{8}{17}\right)^2 + \left(\frac{15}{17}\right)^2 = 1, \therefore c - b < 0, c < b$, 故选 A.

高二数学答案 第 1 页 (共 5 页)



[命题意图] 该试题考查函数的单调性、函数的零点存在定理、基本不等式、方程以及勾股数等知识,也是高考热点问题,考查的内容非常广泛,数学素养方面主要考查学生的跳跃思维与构造思维.

9. CD 解析: $y = x(4-x) = -(x-2)^2 + 4 \leq 4$, 故 A 不正确; $y = \frac{x^2+9}{\sqrt{x^2+5}} = \sqrt{x^2+5} + \frac{4}{\sqrt{x^2+5}}$, 而 $\sqrt{x^2+5} = \frac{4}{\sqrt{x^2+5}}$ 无解, 故 B 不正确; $\because x(1-x) \leq \left(\frac{x+1-x}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$, $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} = \frac{1}{x(1-x)} \geq 4$, 当且仅当 $x = 1-x$, 即 $x = \frac{1}{2}$ 时取等号, C 正确; $y = \left|x + \frac{4}{x}\right| = |x| + \left|\frac{4}{x}\right| \geq 2\sqrt{|x| \cdot \frac{4}{|x|}} = 4$, 当且仅当 $|x| = 2$ 时取等号, D 正确. 故选 CD.

[命题意图] 该试题考查基本不等式的应用以及等号成立的条件, 数学素养方面主要考查转化思维与归纳思维.

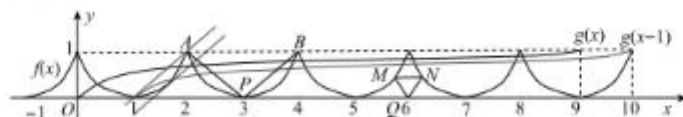
10. BCD 解析: 因为事件 A 和事件 B 可以同时发生, 所以 A 与 B 不互斥, A 不正确; 因为事件 C 和事件 D 不能同时发生, 所以 C 与 D 互斥, B 正确; $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(D) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$, $P(AD) = \frac{1}{16} = P(A)P(D)$, 故 C 正确, 同理 D 也正确. 故选 BCD.

[命题意图] 该试题考查事件的互斥、相互独立和古典概型等知识, 数学素养方面主要考查抽象思维与认知思维.

11. ACD 解析: $E(X) = np = 4$, A 正确; $D(Y) = a^2 D(X)$, B 不正确; $D(X) = np(1-p) = \frac{4}{3}$, $D(X) = E(X^2) - (E(X))^2$, 所以 $E(X^2) = D(X) + (E(X))^2 = \frac{4}{3} + 16 = \frac{52}{3}$, C 正确; $E(Y) = aE(X) - b = 4a - b = (4a - b)\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = 5 - \left(\frac{b}{a} + \frac{4a}{b}\right) \leq 5 - 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{4a}{b}} = 1$, 当且仅当 $\frac{b}{a} = \frac{4a}{b}$, 即 $a = \frac{1}{2}$, $b = 1$ 时取等号, 此时 $D(Y) = a^2 D(X) = \frac{1}{3}$, D 正确. 故选 ACD.

[命题意图] 该试题考查二项分布、方差与期望的关系以及基本不等式, 数学素养方面主要考查知识的迁移能力与化归思维.

12. BD 解析: 由已知得 $f(x)$ 是偶函数, 且图象关于 $x=1$ 对称, 周期 $T=2$, 画出 $x \in [-1, 0]$ 时, $f(x) = 2^{x+1} - 1$ 的图象并作关于 y 轴对称的图象, 用周期将其平移, 得到 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的图象, 如图. 对于 A, 不妨取 $n=2$, $P(3, 0)$, 由图知, $\angle APB = 90^\circ$, 故 $f(x)$ 上不存在两点 M, N , 使得 $\triangle PMN$ 是正三角形, A 不正确; 对于 B, 不妨取 $n=3$, $Q(6, 0)$, 由图知, 只需直线 QM, QN 斜率为 $\pm\sqrt{3}$ 即可, 故 $f(x)$ 上存在两点 M, N , 使得 $\triangle QMN$ 是正三角形, B 正确; 注意到 $f(x)$ 的图象过点 $(2n-1, 0)$ 与 $(2n, 1)$, $n \in \mathbf{Z}$, 不妨取 $(1, 0)$ 和 $(2, 1)$, 两点连线斜率为 1, 还可以作一个与 $f(x)$ 图象相切且斜率为 1 的直线, 在这两条直线之间还有无数条, 故 C 不正确; 取 $a=0$ 时, 求 $h(x)$ 的零点个数可以看作求函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 图象的交点个数, 当 $x > 0$ 时, $f(x)$ 与 $g(x)$ 图象的交点有 9 个, 则 $n=18$, 取 $a=-1$ 时, 将 $g(x)$ 的图象向右平移 1 个单位长度, 则当 $x > 1$ 时, 交点有 9 个, $x < 1$ 时, 交点也是 9 个, $x=1$ 时, 交点是 1 个, 故 $m=19$, 则 $m-n=1$, 故 D 正确. 故选 BD.



[命题意图] 该试题考查函数图象、奇偶性、零点、存在性问题, 数学素养方面主要考查数形结合思想和动态思维.



13.1 解析:由已知得 $f(-1)=-f(1)$,解得 $a=1$,此时 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$ (小题小做).

[命题意图] 该试题考查函数的奇偶性,是高考常考点,该题在解法得当的前提下比较简单,命题思路也符合高考试题考查函数奇偶性试题的命题方向,数学素养方面考查运算思维与特值思维.

14.3 解析:令 $x=1$,得 $2=a_0+a_1+\cdots+a_4$,令 $x=0$,得 $a_0=-1$, $\therefore a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=3$.

[命题意图] 该试题考查二项式定理中的赋值法求各项系数和,其中特殊的系数需先求出来,数学素养方面主要考查赋值思维与运算能力.

15.9 解析:先将每个盒子中放入球,球的个数等于其编号,共放入了 10 个球,再拿出 2 个,共有 $C_5^2+C_4^2=9$ 种.

[命题意图] 该试题考查组合等问题,数学素养方面主要考查逆向思维与分类思维.

16. C_{15}^3 (或 C_{15}^{12}) C_{15}^{-1} (或 C_{15}^{-12}) 解析:当 $N=16, M=8, n=4$ 时, $P(X=k)=\frac{C_4^k C_{12}^{4-k}}{C_{16}^4}$ ($k=0,1,2,3,4$), 因为

$$\frac{C_4^0 C_{12}^4}{C_{16}^4} + \frac{C_4^1 C_{12}^3}{C_{16}^4} + \frac{C_4^2 C_{12}^2}{C_{16}^4} + \frac{C_4^3 C_{12}^1}{C_{16}^4} + \frac{C_4^4 C_{12}^0}{C_{16}^4} = 1, \text{ 故 } C_4^0 C_{12}^4 + C_4^1 C_{12}^3 + C_4^2 C_{12}^2 + C_4^3 C_{12}^1 + C_4^4 C_{12}^0 = C_{16}^4. \text{ 当 } N=2n, M=n \text{ 时,}$$

$$C_4^0 C_{12}^4 + C_4^1 C_{12}^3 + C_4^2 C_{12}^2 + \cdots + C_4^{n-1} C_{12}^{4-(n-1)} + C_4^n C_{12}^{4-n} = C_4^0 C_{12}^{4-0} + C_4^1 C_{12}^{4-1} + C_4^2 C_{12}^{4-2} + \cdots + C_4^{n-1} C_{12}^{4-(n-1)} + C_4^n C_{12}^{4-n} = C_{2n}^4 - C_{2n}^{4-1}.$$

[命题意图] 该试题考查组合数的应用,数学素养方面主要考查拓展思维和探索思维.

17. 解:(1) 零假设为 H_0 :患有疾病 A 与常饮酒无关.

$$\text{根据表中数据,计算得到 } \chi^2 = \frac{200 \times (20 \times 95 - 5 \times 80)^2}{25 \times 175 \times 100 \times 100} = \frac{72}{7} \approx 10.286 > 7.879, \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

$\therefore$ 依据 $\alpha=0.005$ 的独立性检验,我们推断 H_0 不成立,此推断犯错误的概率不超过 0.005,因此认为患有疾病 A 与常饮酒有关. $\dots\dots\dots (6 \text{ 分})$

$$(2) \because X=0,1,2,3. \text{ 注意到 } X+Y=3, \therefore P(X \geq Y) = P(X=2) + P(X=3) = \frac{C_3^2 C_{13}^1 + C_3^3 C_{10}^0}{C_{16}^3} = \frac{21}{230}. \dots\dots\dots$$

$\dots\dots\dots (10 \text{ 分})$

[命题意图] 该试题考查独立性检验与超几何分布,数学素养方面考查运算能力和分类能力.

$$18. \text{ 解:}(1) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2 = x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2 - 2\bar{x}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) + n\bar{x}^2 - \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2, \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

$$\text{代入数据可得 } \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 = 138. \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$$

$$(2) \text{ 由已知得 } \bar{x}=25, \bar{y}=36.8, \therefore \frac{\hat{b}}{r} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}} = \sqrt{2.25} = 1.5, \dots\dots\dots (7 \text{ 分})$$

$$\therefore \hat{b} = 0.96 \times 1.5 = 1.44, \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 36.8 - 1.44 \times 25 = 0.8, \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

$$\therefore y \text{ 关于 } x \text{ 的经验回归方程为 } \hat{y} = 1.44x + 0.8. \dots\dots\dots (12 \text{ 分})$$

[命题意图] 该试题考查经验回归直线、样本相关系数,是高考常考点,数学素养方面主要考查抽象思维与运算能力.

19. 解:(1) 由已知得 $C_n^1 : C_n^2 = 5 : 2$,解得 $n=8$ ($n=-3$ 舍去). $\dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

$$\text{设展开式中含 } \frac{1}{x} \text{ 的项为第 } r+1 \text{ 项,则 } T_{r+1} = C_8^r \left(\frac{\sqrt{x}}{2}\right)^{8-r} \left(\frac{1}{x^2}\right)^r,$$

$$\text{令 } \frac{8-r}{2} - 2r = -1, \text{ 则 } r=2, \text{ 故展开式中含 } \frac{1}{x} \text{ 的项为 } C_8^2 \left(\frac{\sqrt{x}}{2}\right)^6 \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = \frac{7}{16x}. \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$



$$(2) \text{ 设展开式中的第 } r+1 \text{ 项的系数最大, 则有 } \begin{cases} C_5^r \left(\frac{1}{2}\right)^{5-r} \geq C_5^{r-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{5-r+1}, \\ C_5^r \left(\frac{1}{2}\right)^{5-r} \geq C_5^{r+1} \left(\frac{1}{2}\right)^{5-r-1}, \end{cases} \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$

$$\text{解得 } 5 \leq r \leq 6, \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

$$\text{故展开式中系数最大项的系数为 } C_5^5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = C_5^0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 7. \dots\dots\dots (12 \text{ 分})$$

[命题意图] 该试题考查二项展开式的系数、二项式系数、系数最大项的求法, 数学素养方面主要考查方恒思想与运算能力.

20. 解: (1) 设甲、乙、丙三人中每天中午恰有一人在 A 食堂用餐的概率为 P_1 ,

$$\text{则 } P_1 = C_3^1 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} (1-p) + \left(\frac{2}{3}\right)^2 p = \frac{4}{9},$$

$\therefore$ 甲、乙、丙三人中每天中午恰有一人在 A 食堂用餐的概率与 p 无关. $\dots\dots\dots (4 \text{ 分})$

(2) $X=0, 1, 2, 3. \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$

$$P(X=0) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \frac{2}{5} = \frac{2}{45},$$

$$P(X=1) = C_3^1 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \frac{3}{5} = \frac{11}{45},$$

$$P(X=2) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{2}{5} + C_3^2 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{20}{45} = \frac{4}{9},$$

$$P(X=3) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{3}{5} = \frac{12}{45} = \frac{4}{15}, \dots\dots\dots (9 \text{ 分})$$

所以, X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{2}{45}$	$\frac{11}{45}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{15}$

$\dots\dots\dots (10 \text{ 分})$

$$\text{数学期望 } E(X) = 0 \times \frac{2}{45} + 1 \times \frac{11}{45} + 2 \times \frac{4}{9} + 3 \times \frac{4}{15} = \frac{29}{15}. \dots\dots\dots (12 \text{ 分})$$

[命题意图] 该试题考查相互独立事件的概率、分布列、数学期望, 数学素养方面主要考查归纳思维与转化思想.

21. 解: (1) 设 A_1, A_2, A_3, A_4 分别表示 1, 2, 3, 4 号金蛋里有奖品,

设 B_1, B_2, B_3, B_4 分别表示主持人砸开 1, 2, 3, 4 号金蛋,

则 $\Omega = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$, 且 A_1, A_2, A_3, A_4 两两互斥,

由题意可知, 事件 A_1, A_2, A_3, A_4 的概率都是 $\frac{1}{4}$, $\dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

$$P(B_1|A_1) = \frac{1}{2}, P(B_1|A_2) = \frac{1}{3}, P(B_1|A_3) = \frac{1}{2}, P(B_1|A_4) = 0. \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

$$\text{由全概率公式, 得 } P(B_1) = \sum_{i=1}^4 P(A_i)P(B_1|A_i) = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 0\right) = \frac{1}{3}. \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

(2) 在主持人砸开 4 号金蛋的条件下, 1 号金蛋、2 号金蛋、3 号金蛋里有奖品的概率分别为

$$P(A_1|B_4) = \frac{P(A_1 B_4)}{P(B_4)} = \frac{P(A_1)P(B_4|A_1)}{P(B_4)} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{8}, \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$



$$P(A_2|B_4) = \frac{P(A_2B_4)}{P(B_4)} = \frac{P(A_2)P(B_4|A_2)}{P(B_4)} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{4},$$

$$P(A_2|B_4) = \frac{P(A_2B_4)}{P(B_4)} = \frac{P(A_2)P(B_4|A_2)}{P(B_4)} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{8}, \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

通过概率大小比较, 甲应该改选 1 号金蛋或 3 号金蛋. $\dots\dots\dots (12 \text{ 分})$

[命题意图] 该试题考查条件概率、全概率公式及其变形的灵活应用, 尤其是在条件概率的条件与结论互换时的求法, 数学素养方面主要考查抽象思维与逆向思维.

22. 解: (1) 当 $x=1$ 时, $f(1)=-t$, 此时 $f(1) \cdot f(1)=t^2=1$, 得 $t=1$. $\dots\dots\dots (1 \text{ 分})$

而当 $t=1$ 时, $f(x)f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1+\ln x}{\ln x-1} \cdot \frac{\ln x-1}{1+\ln x} = 1$ 成立, $\dots\dots\dots (3 \text{ 分})$

$\therefore f(x) = \frac{1+\ln x}{\ln x-1} = 1 + \frac{2}{\ln x-1}$, 当 $x \geq e^3$ 时, $1 < f(x) \leq 3$,

$\therefore f(x)$ 的值域为 $(1, 3]$. $\dots\dots\dots (5 \text{ 分})$

(2) 由 (1) 知, $1 + \frac{2}{\ln a-1} + 1 + \frac{2}{\ln b-1} = 4$, 即 $\frac{1}{\ln a-1} + \frac{1}{\ln b-1} = 1$,

$f(ab) = 1 + \frac{2}{\ln a + \ln b - 1}$, $\dots\dots\dots (7 \text{ 分})$

而 $\ln a + \ln b - 1 = \ln a - 1 + \ln b - 1 + 1 = 1 + [(\ln a - 1) + (\ln b - 1)] \left(\frac{1}{\ln a - 1} + \frac{1}{\ln b - 1} \right) = 3 + \frac{\ln b - 1}{\ln a - 1} + \frac{\ln a - 1}{\ln b - 1} \geq 5$, $\dots\dots\dots (10 \text{ 分})$

当且仅当 $\frac{\ln b - 1}{\ln a - 1} = \frac{\ln a - 1}{\ln b - 1}$, 即 $a = b = e^3$ 时取等号, $\dots\dots\dots (11 \text{ 分})$

$\therefore f(ab) \leq 1 + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$,

$\therefore f(ab)$ 的最大值为 $\frac{7}{5}$. $\dots\dots\dots (12 \text{ 分})$

[命题意图] 该试题考查函数的解析式、定义域、值域、对数的运算法则、基本不等式等知识, 数学素养方面主要考查转化思想、迁移思想.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注自主选拔在线官方微信号: **zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线

