

数 学

A 卷(共 100 分)

第 I 卷(选择题,共 30 分)

一、选择题(本大题共 10 个小题,每小题 3 分,共 30 分,每小题均有四个选项,其中只有一项符合题目要求,答案涂在答题卡上)

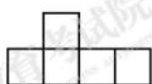
1. -7 的倒数是

- (A) $-\frac{1}{7}$ (B) $\frac{1}{7}$ (C) -7 (D) 7

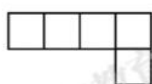
2. 如右图所示的几何体是由 6 个大小相同的小立方块搭成,它的俯视图是



(A)



(B)



(C)



(D)



3. 2021 年 5 月 15 日 7 时 18 分,天问一号探测器成功着陆距离地球逾 3 亿千米的神秘火星,在火星上首次留下中国人的印迹,这是我国航天事业发展的又一具有里程碑意义的进展.将数据 3 亿用科学记数法表示为

- (A) 3×10^5 (B) 3×10^6 (C) 3×10^7 (D) 3×10^8

4. 在平面直角坐标系 xOy 中,点 $M(-4,2)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是

- (A) $(-4,2)$ (B) $(4,2)$ (C) $(-4,-2)$ (D) $(4,-2)$

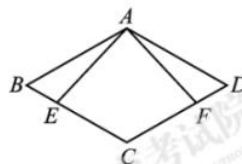
5. 下列计算正确的是

- (A) $3mn-2mn=1$ (B) $(m^2n^3)^2=m^4n^6$
(C) $(-m)^3 \cdot m=m^4$ (D) $(m+n)^2=m^2+n^2$

6. 如图,四边形 $ABCD$ 是菱形,点 E, F 分别在 BC, DC 边上,添加

以下条件不能判定 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ 的是

- (A) $BE=DF$ (B) $\angle BAE = \angle DAF$
(C) $AE=AD$ (D) $\angle AEB = \angle AFD$



7. 菲尔兹奖是数学领域的一项国际大奖,常被视为数学界的诺贝尔奖,每四年颁发一次,最近一届获奖者获奖时的年龄(单位:岁)分别为:30,40,34,36,则这组数据的中位数是

- (A) 34 (B) 35 (C) 36 (D) 40

8. 分式方程 $\frac{2-x}{x-3} + \frac{1}{3-x} = 1$ 的解为

- (A) $x=2$ (B) $x=-2$ (C) $x=1$ (D) $x=-1$

9. 《九章算术》卷八方程第十题原文为：“今有甲、乙二人持钱不知其数. 甲得乙半而钱五十, 乙得甲太半而亦钱五十. 问: 甲、乙持钱各几何?” 题目大意是: 甲、乙两人各带了若干钱. 如果甲得到乙所有钱的一半, 那么甲共有钱 50; 如果乙得到甲所有钱的 $\frac{2}{3}$, 那么乙也共有钱 50. 问: 甲、乙两人各带了多少钱? 设甲、乙两人持钱的数量分别为 x, y , 则可列方程组为

(A)
$$\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 50, \\ y + \frac{2}{3}x = 50. \end{cases}$$

(B)
$$\begin{cases} x - \frac{1}{2}y = 50, \\ y - \frac{2}{3}x = 50. \end{cases}$$

(C)
$$\begin{cases} 2x + y = 50, \\ x + \frac{2}{3}y = 50. \end{cases}$$

(D)
$$\begin{cases} 2x - y = 50, \\ x - \frac{2}{3}y = 50. \end{cases}$$

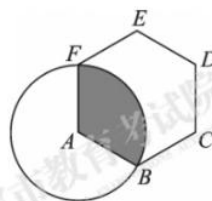
10. 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 6, 以顶点 A 为圆心, AB 的长为半径画圆, 则图中阴影部分的面积为

(A) 4π

(B) 6π

(C) 8π

(D) 12π



第 II 卷 (非选择题, 共 70 分)

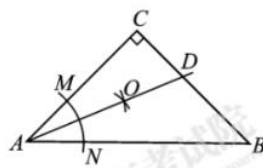
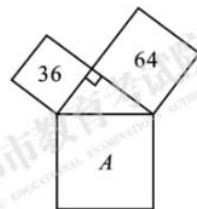
二、填空题 (本大题共 4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分, 答案写在答题卡上)

11. 因式分解: $x^2 - 4 =$ _____.

12. 如图, 数字代表所在正方形的面积, 则 A 所代表的正方形的面积为 _____.

13. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若抛物线 $y = x^2 + 2x + k$ 与 x 轴只有一个交点, 则 $k =$ _____.

14. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC$, 按以下步骤作图: ①以点 A 为圆心, 以任意长为半径作弧, 分别交 AC, AB 于点 M, N ; ②分别以 M, N 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧, 两弧在 $\angle BAC$ 内交于点 O ; ③作射线 AO , 交 BC 于点 D . 若点 D 到 AB 的距离为 1, 则 BC 的长为 _____.



三、解答题 (本大题共 6 个小题, 共 54 分, 解答过程写在答题卡上)

15. (本小题满分 12 分, 每题 6 分)

(1) 计算: $\sqrt{4} + (1+\pi)^0 - 2\cos 45^\circ + |1-\sqrt{2}|$. (2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 5x-2 > 3(x+1), & \text{①} \\ \frac{1}{2}x-1 \leq 7-\frac{3}{2}x. & \text{②} \end{cases}$$

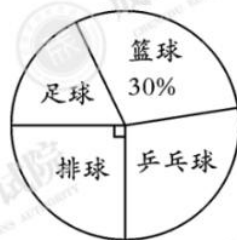
16. (本小题满分 6 分)

先化简, 再求值: $\left(1 + \frac{2}{a+1}\right) \div \frac{a^2+6a+9}{a+1}$, 其中 $a = \sqrt{3}-3$.

17. (本小题满分8分)

为有效推进儿童青少年近视防控工作,教育部办公厅等十五部门联合制定《儿童青少年近视防控光明行动工作方案(2021—2025年)》,共提出八项主要任务,其中第三项任务为强化户外活动和体育锻炼.我市各校积极落实方案精神,某学校决定开设以下四种球类的户外体育选修课程:篮球、足球、排球、乒乓球.为了解学生需求,该校随机对本校部分学生进行了“你选择哪种球类课程”的调查(要求必须选择且只能选择其中一门课程),并根据调查结果绘制成如下不完整的统计图表.

课程	人数
篮球	m
足球	21
排球	30
乒乓球	n

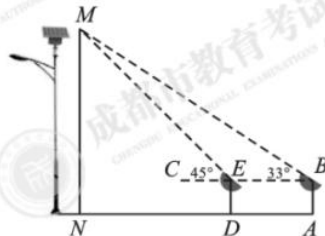


根据图表信息,解答下列问题:

- (1)分别求出表中 m, n 的值;
- (2)求扇形统计图中“足球”对应的扇形圆心角的度数;
- (3)该校共有 2000 名学生,请你估计其中选择“乒乓球”课程的学生人数.

18. (本小题满分8分)

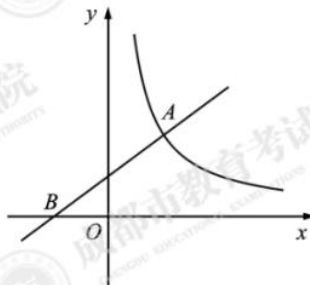
越来越多太阳能路灯的使用,既点亮了城市的风景,也是我市积极落实节能环保的举措.某校学生开展综合实践活动,测量太阳能路灯电池板离地面的高度.如图,已知测倾器的高度为 1.6 米,在测点 A 处安置测倾器,测得点 M 的仰角 $\angle MBC = 33^\circ$,在与点 A 相距 3.5 米的测点 D 处安置测倾器,测得点 M 的仰角 $\angle MEC = 45^\circ$ (点 A, D 与 N 在一条直线上),求电池板离地面的高度 MN 的长.(结果精确到 1 米;参考数据: $\sin 33^\circ \approx 0.54$, $\cos 33^\circ \approx 0.84$, $\tan 33^\circ \approx 0.65$)



19. (本小题满分 10 分)

如图,在平面直角坐标系 xOy 中,一次函数 $y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象相交于点 $A(a, 3)$, 与 x 轴相交于点 B .

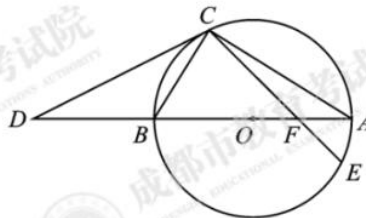
- (1) 求反比例函数的表达式;
- (2) 过点 A 的直线交反比例函数的图象于另一点 C , 交 x 轴正半轴于点 D , 当 $\triangle ABD$ 是以 BD 为底的等腰三角形时, 求直线 AD 的函数表达式及点 C 的坐标.



20. (本小题满分 10 分)

如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一点, 连接 AC, BC , D 为 AB 延长线上一点, 连接 CD , 且 $\angle BCD = \angle A$.

- (1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{5}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{5}$, 求 CD 的长;
- (3) 在(2)的条件下, E 为 $\odot O$ 上一点, 连接 CE 交线段 OA 于点 F , 若 $\frac{EF}{CF} = \frac{1}{2}$, 求 BF 的长.

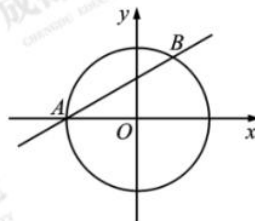


B 卷 (共 50 分)

一、填空题(本大题共 5 个小题, 每小题 4 分, 共 20 分, 答案写在答题卡上)

21. 在正比例函数 $y = kx$ 中, y 的值随着 x 值的增大而增大, 则点 $P(3, k)$ 在第 _____ 象限.
22. 若 m, n 是一元二次方程 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 的两个实数根, 则 $m^2 + 4m + 2n$ 的值是 _____.

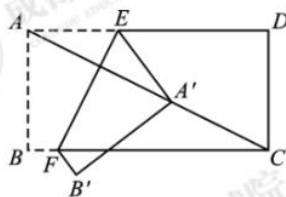
23. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 与 $\odot O$ 相交于 A, B 两点, 且点 A 在 x 轴上, 则弦 AB 的长为 _____.



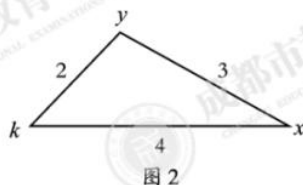
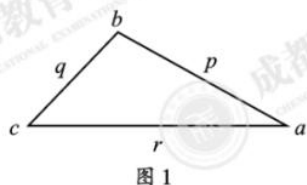
24. 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $AD=8$,点 E,F 分别在边 AD , BC 上,且 $AE=3$,按以下步骤操作:

第一步,沿直线 EF 翻折,点 A 的对应点 A' 恰好落在对角线 AC 上,点 B 的对应点为 B' ,则线段 BF 的长为_____;

第二步,分别在 $EF,A'B'$ 上取点 M,N ,沿直线 MN 继续翻折,使点 F 与点 E 重合,则线段 MN 的长为_____.



25. 我们对一个三角形的顶点和边都赋给一个特征值,并定义:从任意顶点出发,沿顺时针或逆时针方向依次将顶点和边的特征值相乘,再把三个乘积相加,所得之和称为此三角形的顺序旋转和或逆序旋转和.如图1, $ar+cq+bp$ 是该三角形的顺序旋转和, $ap+bq+cr$ 是该三角形的逆序旋转和.已知某三角形的特征值如图2,若从1,2,3中任取一个数作为 x ,从1,2,3,4中任取一个数作为 y ,则对任意正整数 k ,此三角形的顺序旋转和与逆序旋转和的差都小于4的概率是_____.



二、解答题(本大题共3个小题,共30分,解答过程写在答题卡上)

26. (本小题满分8分)

为改善城市人居环境,《成都市生活垃圾管理条例》(以下简称《条例》)于2021年3月1日起正式施行.某区域原来每天需要处理生活垃圾920吨,刚好被12个A型和10个B型预处置点位进行初筛、压缩等处理.已知一个A型点位比一个B型点位每天多处理7吨生活垃圾.

(1)求每个B型点位每天处理生活垃圾的吨数;

(2)由于《条例》的施行,垃圾分类要求提高,现在每个点位每天将少处理8吨生活垃圾,同时由于市民环保意识增强,该区域每天需要处理的生活垃圾比原来少10吨.若该区域计划增设A型、B型点位共5个,试问至少需要增设几个A型点位才能当日处理完所有生活垃圾?

27. (本小题满分10分)

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AB=5$, $BC=3$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转得到 $\triangle A'BC'$, 其中点 A, C 的对应点分别为点 A', C' .

(1) 如图1, 当点 A' 落在 AC 的延长线上时, 求 AA' 的长;

(2) 如图2, 当点 C' 落在 AB 的延长线上时, 连接 CC' , 交 $A'B$ 于点 M , 求 BM 的长;

(3) 如图3, 连接 AA', CC' , 直线 CC' 交 AA' 于点 D , 点 E 为 AC 的中点, 连接 DE . 在旋转过程中, DE 是否存在最小值? 若存在, 求出 DE 的最小值; 若不存在, 请说明理由.

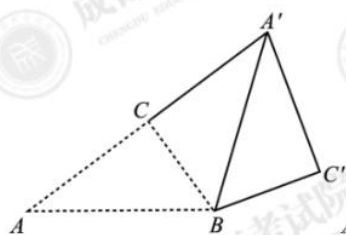


图1

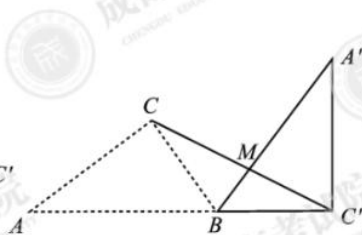


图2

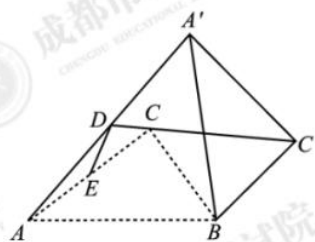


图3

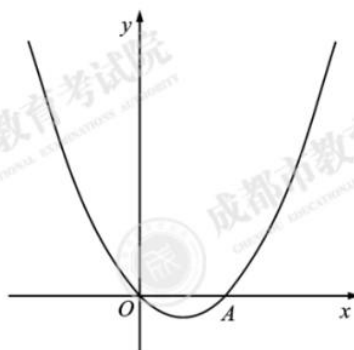
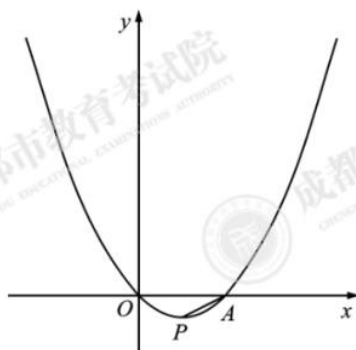
28. (本小题满分12分)

如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=a(x-h)^2+k$ 与 x 轴相交于 O, A 两点, 顶点 P 的坐标为 $(2, -1)$. 点 B 为抛物线上一动点, 连接 AP, AB , 过点 B 的直线与抛物线交于另一点 C .

(1) 求抛物线的函数表达式;

(2) 若点 B 的横坐标与纵坐标相等, $\angle ABC = \angle OAP$, 且点 C 位于 x 轴上方, 求点 C 的坐标;

(3) 若点 B 的横坐标为 t , $\angle ABC = 90^\circ$, 请用含 t 的代数式表示点 C 的横坐标, 并求出当 $t < 0$ 时, 点 C 的横坐标的取值范围.



备用图

数学参考答案

A 卷(共 100 分)

第 I 卷(选择题,共 30 分)

一、选择题(本大题共 10 个小题,每小题 3 分,共 30 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	D	C	B	C	B	A	A	D

第 II 卷(非选择题,共 70 分)

二、填空题(本大题共 4 个小题,每小题 4 分,共 16 分)

11. $(x+2)(x-2)$

12. 100

13. 1

14. $1+\sqrt{2}$

三、解答题(本大题共 6 个小题,共 54 分)

15. (1) 2 (2) $\frac{5}{2} < x \leq 4$

16. 原式 $= \frac{1}{a+3}$. 当 $a = \sqrt{3}-3$ 时, 原式 $= \frac{\sqrt{3}}{3}$.

17. (1) m 的值为 36, n 的值为 33;

(2) 扇形统计图中“足球”对应的扇形圆心角的度数为 63° ;

(3) 估计该校选择“乒乓球”课程的学生人数为 550.

18. 电池板离地面的高度 MN 的长约为 8 米.

19. (1) 反比例函数的表达式为 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$;

(2) 直线 AD 的函数表达式为 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$, 点 C 的坐标为 $(4, \frac{3}{2})$.

20. 略解:

(1) 连接 OC . 可证得 $CD \perp OC$, 从而得 CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 过点 C 作 $CM \perp AB$ 于点 M , 可得 $CM=2$, 进而得到 $CD = 2\sqrt{5}$;

(3) 过点 E 作 $EN \perp AB$ 于点 N , 连接 OE , 可得 $EN=1$, 进而得到 $BF = 1 + \sqrt{5}$.

B 卷(共 50 分)

一、填空题(本大题共 5 个小题,每小题 4 分,共 20 分)

21. 一

22. -3

23. $2\sqrt{3}$

24. $1; \sqrt{5}$

25. $\frac{3}{4}$

二、解答题(本大题共3个小题,共30分)

26. (1) 每个B型点位每天处理38吨生活垃圾;

(2) 至少需要增设3个A型点位才能当日处理完所有生活垃圾.

27. 略解:

(1) $AA' = 8$;

(2) $BM = \frac{15}{11}$;

(3) 过点A作 $AP \parallel A'C'$ 交 $C'D$ 的延长线于点P, 可证 $\triangle ADP \cong \triangle A'DC'$, 得到 $AD = A'D$.

连接 $A'C$, 在 $\triangle AA'C$ 中, 由中位线定理, 得 $DE = \frac{1}{2}A'C$, 进而得到 DE 的最小值为1.

28. 略解:

(1) 抛物线的函数表达式为 $y = \frac{1}{4}x^2 - x$ 或 $y = \frac{1}{4}(x-2)^2 - 1$;

(2) 当点B的坐标为(0, 0)时, 直线BC的函数表达式为 $y = \frac{1}{2}x$, 进而得到点C的坐标为

(6, 3); 当点B的坐标为(8, 8)时, 直线BC的函数表达式为 $y = \frac{3}{4}x + 2$, 进而得到

点C的坐标为 $(-1, \frac{5}{4})$, 所以点C的坐标为(6, 3)或 $(-1, \frac{5}{4})$;

(3) 直线BC的函数表达式为 $y = -\frac{4}{t}x + \frac{1}{4}t^2 - t + 4$, 进而得到点C的横坐标为 $-t - \frac{16}{t} + 4$.

$x_c = (\sqrt{-t} - \frac{4}{\sqrt{-t}})^2 + 12 \geq 12$, 当 $\sqrt{-t} = \frac{4}{\sqrt{-t}}$ 时, 即 $t = -4$ 时, x_c 取得最小值12. 所

以, 当 $t < 0$ 时, 点C的横坐标的取值范围为 $x_c \geq 12$.

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95% 以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承 “专业、专注、有态度” 的创办公理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。



微信搜一搜



自主选拔在线