2023年宝鸡市高三教学质量检测（三）

数学（理科）参考答案

一．选择题：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	A	D	D	B	B	D	C	B	B	C	D

二．填空题：

13.3　　14.$2\sqrt{2}$　　15.$e^{\frac{3}{2}}$　　16.③④

三．解答题

17.解：（1）由 $S_6=3a_3+24$ 得$a_4=8$……1分

则$S_7=\frac{7(a_1+a_7)}{2}=7a_4=56$.

由S_7，$\sqrt{7}a_4$, $2a_2$成等比数列可得$a_2=4$……3分

设$\{a_n\}$的公差为d,则 $d=\frac{a_4-a_2}{2}=2$……5分

故$a_n=2n$.……6分

(2) 由(1)知，$a_1=2$, $S_n=(n+1)\cdot n$

则$b_n=\frac{S_n\cdot 2^n}{n}=(n+1)\cdot 2^n$，……8分

所以$T_n=2\cdot 2+3\cdot 2^2+\cdots+n\cdot 2^{n-1}+(n+1)\cdot 2^n$， ①

所以 $2T_n=2\cdot 2^2+3\cdot 2^3+\cdots+n\cdot 2^n+(n+1)\cdot 2^{n+1}$， ②

①－②得，$-T_n=4+(2^2+2^3+\cdots+2^n)-(n+1)\cdot 2^{n+1}$，……10分

所以，$-T_n=4+\frac{4(1-2^{n-1})}{1-2}-(n+1)\cdot 2^{n+1}=-n\cdot 2^{n+1}$，

所以，$T_n=n\cdot 2^{n+1}$。……12分

18.解：(1)由题意可得$\overline{x}=(2+4+6+8+10)\div 5=6$，

$\overline{y}=(80+95+100+105+120)\div 5=100$，……2分

由$\sum_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=180$，$\sum_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})^2=40$，

可得$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_1-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\frac{180}{40}=\frac{9}{2}$，$\hat{a}=100-\frac{9}{2}\times 6=73$，

故y关于x的回归直线方程为$\hat{y}=\frac{9}{2}x+73$. ………………4 分

令$x=12$，得$\hat{y}=127$，据此预测 12 月份该校全体学生中对科技课程的满意人数为

$3000\times\frac{127}{150}=2540$ 人 ……………6 分

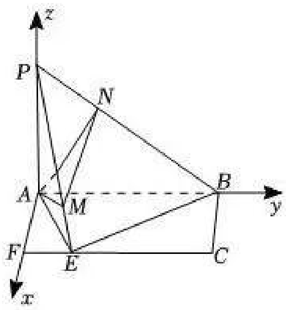
(2)提出假设H_0：该校的学生性别与对科技课程是否满意无关.

则$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{150(65\times20-55\times10)^2}{120\times30\times75\times75}=\frac{25}{6}\approx4.17$. ………………9 分

因为$P(K^2\geq3.841)=0.05$，而 $4.17>3.841$，

故有 95%的把握认为该校的学生性别与对科技课程是否满意有关. ………………12 分

19.解：(1)证明：过A作$AF//BC$，又$AF=BC$，则易得四边形$ABCF$为矩形，



以直线AF，AB，AP分别为x，y，z轴，建立如图所示的空间直角坐标系，……1 分

又$AE=\sqrt{AF^2+FE^2}=2$，且PE与平面$ABCE$所成角 60°，

$\therefore\angle PEA=60°$，$\therefore\tan60°=\frac{PA}{AE}=\sqrt{3}$，$\therefore PA=2\sqrt{3}$， ………………2 分

$\therefore P(0,0,2\sqrt{3}),B(0,4,0),E(\sqrt{3},1,0)$，$\overrightarrow{PE}=(\sqrt{3},1,-2\sqrt{3})$，

设$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AP}+\lambda\overrightarrow{PE}=(0,0,2\sqrt{3})+(\sqrt{3}\lambda,\lambda,-2\sqrt{3}\lambda)=(\sqrt{3}\lambda,\lambda,2\sqrt{3}-2\sqrt{3}\lambda)$，

$\therefore\overrightarrow{AM}=(\sqrt{3}\lambda,\lambda,2\sqrt{3}-2\sqrt{3}\lambda)$，即$M(\sqrt{3}\lambda,\lambda,2\sqrt{3}-2\sqrt{3}\lambda)$，

$\because AM\perp PE$，$\therefore\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{PE}=3\lambda+\lambda+12\lambda-12=0$，解得$\lambda=\frac{3}{4}$，

$\therefore\overrightarrow{AM}=(\frac{3\sqrt{3}}{4},\frac{3}{4},\frac{\sqrt{3}}{2})$，又$\overrightarrow{PB}=(0,4,-2\sqrt{3})$，

$\therefore\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{AM}=0+3-3=0$， …………5 分

$\therefore PB\perp AM$，又$AN\perp PB$，$AM\cap AN=A$，AM，$AN\subset$平面AMN，

$\therefore PB\perp$平面AMN. …………6 分

(2)由(1)可知$PB\perp$平面ANM，

$\therefore \overrightarrow{BP}=(0,-4,2\sqrt{3})$为平面$AMN$的一个法向量， ………………8 分

又$BE=\sqrt{BC^2+CE^2}=2\sqrt{3}$，$\therefore BE^2+AE^2=AB^2$，

$\therefore BE\perp AE$，又$PA\perp$平面$ABCE$，$BE\subset$平面$ABCE$，

$\therefore PA\perp BE$，又$PA\cap AE=A$，PA，$AE\subset$平面APE，

$\therefore BE\perp$平面APE， ………………10 分

$\therefore \overrightarrow{BE}=(\sqrt{3},-3,0)$为平面$APE$的一个法向量，

$\therefore \cos<\overrightarrow{BP},\overrightarrow{BE}>=\frac{\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{BE}}{|\overrightarrow{BP}|\cdot|\overrightarrow{BE}|}=\frac{12}{2\sqrt{7}\times 2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$，

$\therefore$二面角$P-AM-N$的余弦值为$\frac{\sqrt{21}}{7}$. ………………12 分

20. 解：(1)由题意得$\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2},\\ 2b=4,\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}$ ………………2 分

解得$\begin{cases}a=2\sqrt{2},\\ b=2\end{cases}$

所以E的方程为$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$. ………………4 分

(2)由(1)知，椭圆E的方程为$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$.

设存在点$Q(0,m)$满足条件，记$C(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$.

由$\begin{cases}y=kx-1\\ x^2+2y^2=8\end{cases}$消去$y$，得$(1+2k^2)x^2-4kx-6=0$.显然其判别式$\Delta>0$，

所以$x_1+x_2=\frac{4k}{1+2k^2},x_1x_2=\frac{-6}{1+2k^2}$， ………………6 分

于是$k_{QC}k_{QD}=\frac{y_1-m}{x_1}\cdot\frac{y_2-m}{x_2}=\frac{[kx_1-(m+1)]\cdot[kx_2-(m+1)]}{x_1x_2}$

$$=\frac{k^2x_1x_2-(m+1)k(x_1+x_2)+(m+1)^2}{x_1x_2}$$

$=[1+\frac{2}{3}(m+1)-\frac{(m+1)^2}{3}]\cdot k^2-\frac{(m+1)^2}{6}$. ………………8 分

上式为定值，当且仅当 $1+\frac{2}{3}(m+1)-\frac{(m+1)^2}{3}=0$.解得$m=2$ 或$m=-2$. ……………10

分

此时，$k_{QC}k_{QD}=-\frac{(m+1)^2}{6}=-\frac{3}{2}$或$-\frac{1}{6}$.

从而，存在定点$Q(0,2)$或者$Q(0,-2)$满足条件. ………………12 分

21.解：(1)$f'(x)=(x^2-3)e^x-m$，令$q(x)=(x^2-3)e^x-m$，

函数$q(x)$的零点即为$(x^2-3)e^x=m$的方程的根，令$p(x)=(x^2-3)e^x$，……………1 分

$p'(x)=(x^2+2x-3)e^x=(x-1)(x+3)e^x$，

当$x<-3$或$x>1$时，$p'(x)>0$，$p(x)$单调递增，

当$-3<x<1$时，$p'(x)<0$，$p(x)$单调递减，………………3

分

且$p(-3)=6e^{-3}$，$p(1)=-2e$

即 m 的取值范围为$(-2e,0]\cup\{6e^{-3}\}$. ………………5 分

(2)当$x\in(1,+\infty)$时，若$h_2(x)\geq h_1(x)$成立，

即$xe^x+x\geq mx^m\ln x+m\ln x$对$x\in(1,+\infty)$恒成立，

即$xe^x+x\geq m\ln x\cdot x^m+m\ln x$对$x\in(1,+\infty)$恒成立，

亦即$xe^x+x\geq(m\ln x)e^{m\ln x}+m\ln x$对$x\in(1,+\infty)$恒成立，………………8 分

设函数$h(x)=xe^x+x$，$\therefore h(x)\geq h(m\ln x)$对$x\in(1,+\infty)$恒成立，又$h'(x)=(x+1)e^x+1$，

设$\varphi(x)=h'(x)=(x+1)e^x+1$，$\therefore\varphi'(x)=(x+2)e^x$，

$\therefore$当$x\in(-\infty,-2)$时，$\varphi'(x)<0$，此时点$h'(x)$在$(-\infty-2)$上单调递减，当

$x\in(-2,+\infty)$时，$\varphi'(x)>0$，此时$h'(x)$在$(-2,+\infty)$上单调递增，

$\therefore h'(x)\geq h'(-2)=1-\frac{1}{e^2}>0$，

$\therefore h(x)$在R上单调递增，又$h(x)\geq h(m\ln x)$，$\therefore x\geq m\ln x$在$(1,+\infty)$上恒成立，…10 分

令$r(x)=x-m\ln x$，则$r'(x)=1-\frac{m}{x}=\frac{x-m}{x}$，

①当$m\leq1$时，$r(x)>0$在$(1,+\infty)$上恒成立，$\therefore r(x)>r(1)=1>0$，此时满足已知条件，

②当$m>1$时，由$r'(x)=0$，解得$x=m$，

当$x\in(1,m)$时，$r'(x)<0$，此时$r(x)$在$(1,m)$上单调递减，

当$x\in(m,+\infty)$时，$r'(x)>0$，此时$r(x)$在$(m,+\infty)$上单调递增，

$\therefore r(x)$的最小值$r(m)=m-m\ln m\geq0$，解得$1<m\leq e$，

综上，m的取值范围是$(-\infty,e]$. ……………12 分

22.解：(1)由题意，曲线$x^2+y^2=1$的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\theta\\y=\sin\theta\end{cases}$，$\theta$为参数……………1分

则$M(\cos\theta+\sin\theta,\cos\theta\sin\theta)$，再设$M(x',y')$，

则$\begin{cases}x'=\cos\theta+\sin\theta\\y'=\cos\theta\sin\theta\end{cases}$，$\theta$为参数 ……………3分

消去参数，得到$x^2=1+2y(-\sqrt{2}\leqslant x\leqslant\sqrt{2})$

故点M的轨迹C的方程为$x^2=1+2y(-\sqrt{2}\leqslant x\leqslant\sqrt{2})$； ………5分

(2)设l的参数方程为$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\y=t\sin\alpha\end{cases}$($t$为参数)，且$-\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2}$

代入C的方程得$t^2\cos^2\alpha-2t\sin\alpha-1=0$， ………………7

分

设A，B两点对应得参数分别为t_1,t_2，则$t_1\cdot t_2=-\frac{1}{\cos^2\alpha}$

所以$|OA|\cdot|OB|=|t_1t_2|=\frac{1}{\cos^2\alpha}=1+\tan^2\alpha=\frac{17}{16}$，则$\tan\alpha=\pm\frac{1}{4}$

即直线l的斜率为$\pm\frac{1}{4}$. ………………10

分

23.解：(1)$f(x)=|1-x|+2|x+2|=\begin{cases}-3x-3,x<-2\\x+5,-2\le x\le 1\\3x+3,x>1\end{cases}$ …………2分

由$f(x)\le 9$得：

$\begin{cases}x<-2\\-3x-3\le 9\end{cases}$或$\begin{cases}-2\le x\le 1\\x+5\le 9\end{cases}$或$\begin{cases}x>1\\3x+3\le 9\end{cases}$ ……………4分

解得：$-4\le x<-2$或$-2\le x\le 1$或$1<x\le 2$

综上所述：不等式$f(x)\le 9$的解集是$[-4,2]$. ………………5分

(2)证明：由(1)中函数$f(x)$的单调性可得$f(x)_{\min}=m=f(-2)=3$

$\therefore\frac{1}{a}+\frac{4}{b}+\frac{9}{c}=3$ ……………7分

$\therefore a+b+c=\frac{1}{3}(a+b+c)(\frac{1}{a}+\frac{4}{b}+\frac{9}{c})$

$=\frac{1}{3}[1+4+9+\frac{b+c}{a}+\frac{4(a+c)}{b}+\frac{9(a+b)}{c}]$

$\ge\frac{1}{3}(14+2\sqrt{\frac{4a}{b}\cdot\frac{b}{a}}+2\sqrt{\frac{9a}{c}\cdot\frac{c}{a}}+2\sqrt{\frac{9b}{c}\cdot\frac{4c}{b}}=12$ ……………9分

当且仅当$a=2$，$b=4$，$c=6$时等号成立. ………………10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。