

绝密★启用前

高一数学考试

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:人教 A 版必修第一册第五章至必修第二册。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 为庆祝“七一”建党节,某文化馆举办“喜迎建党节·奋进新征程”文化艺术展。文化馆计划从 18 名女志愿者、12 名男志愿者中选调 10 人加强文化艺术展讲解工作,若按照性别进行分层随机抽样,则应抽取的女志愿者人数为
A. 7 B. 3 C. 6 D. 4
2. 若复数 $i(5-i)+m(m \in \mathbf{R})$ 为纯虚数,则 $m=$
A. 1 B. -1 C. 5 D. -5
3. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\sin A = 3\sin B, b = 1, C = \frac{\pi}{6}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为
A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
4. 设 O 为平行四边形 $ABCD$ 的对角线的交点, 则 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} =$
A. $\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{BD}$ C. $\overrightarrow{AD}$ D. $\overrightarrow{AB}$
5. 中国是瓷器的故乡,“瓷器”一词最早见之于许慎的《说文解字》中。某瓷器如图 1 所示,该瓷器可以近似看作由上半部分圆柱和下半部分两个等高(高为 6 cm)的圆台组合而成,其直观图如图 2 所示,已知圆柱的高为 20 cm,底面直径 $AB = 10$ cm,底面直径 $CD = 20$ cm, $EF = 16$ cm,若忽略该瓷器的厚度,则该瓷器的容积为



图 1

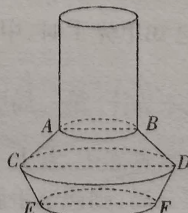


图 2

- A. $669\pi \text{ cm}^3$ B. $1338\pi \text{ cm}^3$ C. $650\pi \text{ cm}^3$ D. $1300\pi \text{ cm}^3$

【高一数学 第 1 页(共 4 页)】

006A

• HEB-A2 •

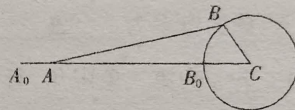
6. 2013~2022 年全国城镇私营单位就业人员年平均工资及名义增速如图所示, 则



- A. 2022 年全国城镇私营单位就业人员年平均工资未突破 60000 元
 B. 2013~2022 年全国城镇私营单位就业人员年平均工资名义增速逐年递减
 C. 2013~2022 年全国城镇私营单位就业人员年平均工资名义增速的 40% 分位数为 8.1%
 D. 2013~2022 年全国城镇私营单位就业人员年平均工资名义增速的 65% 分位数为 8.8%
7. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB+2PC=9$, E 为线段 AP 上更靠近 P 的三等分点, 过 E 作平行于 AB, PC 的平面, 则该平面截三棱锥 $P-ABC$ 所得截面的周长为

A. 5 B. 6 C. 8 D. 9

8. 如图, 在曲柄 CB 绕 C 点旋转时, 活塞 A 做直线往复运动, 连杆 $AB=4$ cm, 曲柄 $CB=1$ cm, 当曲柄 CB 从初始位置 CB_0 按顺时针方向旋转 60° 时, 活塞 A 从 A_0 到达 A 的位置, 则 $A_0A=$



- A. $\frac{11-\sqrt{61}}{2}$ cm B. $\frac{11-\sqrt{51}}{2}$ cm
 C. $\frac{9-\sqrt{61}}{2}$ cm D. $\frac{9-\sqrt{51}}{2}$ cm

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 O 为坐标原点, 点 $A(-1, 1)$, $B(1, 3)$, AB 的中点为 C , 则

- A. $\overrightarrow{AB}=(-2, -2)$ B. C 的坐标为 $(0, 2)$
 C. $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{AB}$ D. $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$

10. 将一枚质地均匀的骰子抛掷一次, 记下骰子面朝上的点数, 设事件 $A=$ “点数为 4”, 事件 $B=$ “点数为奇数”, 事件 $C=$ “点数小于 4”, 事件 $D=$ “点数大于 3”, 则

- A. A 与 B 互斥 B. A 与 C 互斥 C. B 与 D 对立 D. C 与 D 对立

11. 将函数 $y=\cos x$ 图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{4}$, 纵坐标不变, 再把得到的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 得到函数 $f(x)$ 的图象, 则

- A. $f(x)=\cos(4x+\frac{\pi}{12})$ B. $f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$
 C. $f(x)$ 的图象关于直线 $x=-\frac{\pi}{12}$ 对称 D. $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{\pi}{12}, 0)$ 对称

12. 甲工程师计划将一块边长为 6 m 的正方形 $ABCD$ 铁片加工成一个无盖正四棱台, 其工程平面设计图如图 1 所示, 正方形 $EFGH$ 和正方形 $ABCD$ 的中心重合, I, J, K, L, M, N, O, P 分别是边 AB, BC, CD, DA 上的三等分点, 且 $EF \parallel AB, IJ < EF < AB$, 将图中的四块阴影部分裁下来, 用余下的四个全等的等腰梯形和正方形 $EFGH$ 加工成一个无盖正四棱台, 如图 2 所示, 则

- A. 甲工程师可以加工出一个底面周长为 8 m 的正四棱台
B. 甲工程师可以加工出一个底面面积为 8 m^2 的正四棱台
C. 甲工程师可以加工出一个高为 1.5 m 的正四棱台
D. 甲工程师可以加工出一个侧棱长为 1.5 m 的正四棱台

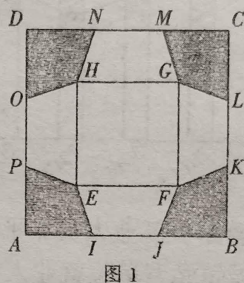


图 1

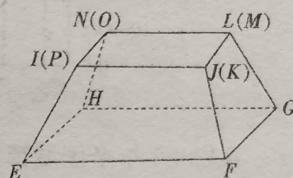


图 2

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 复数 $\frac{1-\sqrt{3}i}{\sqrt{3}-i}$ 的虚部为 $\blacktriangle$, 共轭复数为 $\blacktriangle$. (本题第一空 3 分, 第二空 2 分)
14. 一个袋子中有 2 个红球, 2 个白球, 若从中随机一次性取出 2 个球, 则取出的 2 个球都是白球的概率为 $\blacktriangle$.
15. 若 α 为第三象限角, 且 $\tan(\frac{\pi}{4}-\alpha) = \frac{2}{3} \tan(\alpha+\pi)$, 则 $\tan \alpha$ 的值为 $\blacktriangle$.
16. 若长方体的 3 条面对角线的长度分别为 $2, \sqrt{3}, \sqrt{5}$, 则该长方体外接球的表面积为 $\blacktriangle$.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知向量 $a = (1, m), b = (3, -2)$.

(1) 若 $a \parallel b$, 求 m ;

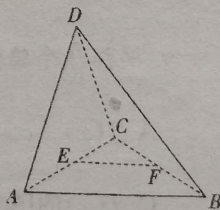
(2) 若 a 在 b 上的投影向量为 $\frac{1}{13}b$, 求 m .

18. (12 分)

如图, 在三棱锥 $D-ABC$ 中, E, F 分别为 AC, BC 的中点.

(1) 证明: $EF \parallel$ 平面 ABD .

(2) 若 $\triangle ABC, \triangle ACD$ 均为正三角形, $AB = 2\sqrt{3}, BD = 3\sqrt{2}$, 求直线 BD 与平面 ABC 所成角的大小.



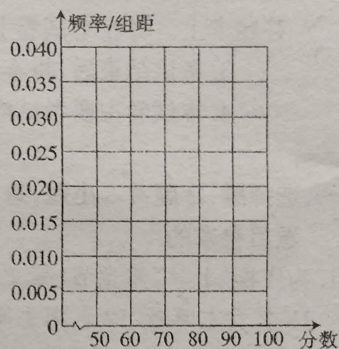
19. (12 分)

北京时间 2023 年 5 月 11 日 5 时 16 分,天舟六号货运飞船与空间站组合体完成交会对接.天舟六号货运飞船,是中国空间站运送补给物资的飞船,物资装载能力可达 7.4 吨.某校开展了航空航天数字科技体验活动课,并邀请 n 名参加了该体验活动课的学生进行打分,得到的数据如下表所示:

分数	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100]$
频数	5	10	20	b	35
频率	0.05	a	0.20	0.30	0.35

(1)分别求 n, a, b 的值,并在图中画出频率分布直方图;

(2)若学生打分分数不低于 80 的人数至少占 60%,并且学生打分分数的平均数超过 80,则该课堂可以评为“优秀课堂”,估计该航空航天数字科技体验活动课能否评为“优秀课堂”,并说明理由.(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)



20. (12 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $b \sin^2 \frac{C}{2} + c \sin^2 \frac{B}{2} = \frac{1}{2}a$.

(1)证明: $b+c=2a$.

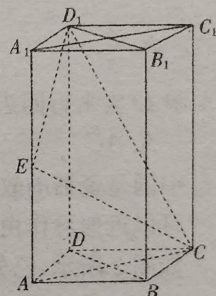
(2)求 A 的最大值.

21. (12 分)

如图,在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 是 AA_1 的中点.

(1)证明:平面 $ACC_1A_1 \perp$ 平面 BDD_1B_1 .

(2)若 $AA_1=2AB=4$,求点 B 到平面 CED_1 的距离.



22. (12 分)

甲、乙两位同学切磋棋艺,已知甲先手时,甲获胜的概率为 $\frac{2}{3}$,平局的概率为 $\frac{1}{6}$,乙先手时,乙获胜的概率为 $\frac{1}{2}$,平局的概率为 $\frac{1}{4}$.第一局甲先手,后面比赛的先手顺序约定如下:若上一局有胜败,则本局由上一局的败者先手,若上一局平局,则本局由乙先手,且每局比赛之间的结果相互独立.若某选手先胜三局,则该选手胜利,比赛结束.

(1)求三局内结束比赛,且甲连胜三局的概率;

(2)求五局内结束比赛,且乙胜利的概率.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线