

天一大联考
2022—2023 学年高三年级上学期期中考试

理科数学·答案

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.

1. 答案 C

命题意图 本题考查集合的表示与运算.

解析 联立 $\begin{cases} x-y=0, \\ x-y^2=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=0, \\ y=0, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=1, \\ y=1, \end{cases}$ $\therefore A \cap B = \{(0,0), (1,1)\}$.

2. 答案 B

命题意图 本题考查不等式的性质.

解析 不妨取 $a=2, b=1, c=-1$, 则 $(a-b)c = -1 < 0$, 故 A 错; $a-b=1, a-c=3$, 故 C 错误; $b+c=0$ 时不符合要求, 故 D 错误.

3. 答案 B

命题意图 本题考查等差数列及其前 n 项和.

解析 $\frac{S_6 - S_3}{a_2 + a_8} = \frac{a_4 + a_5 + a_6}{2a_6} = \frac{3a_5}{2a_6} = \frac{3}{2}$.

4. 答案 A

命题意图 本题考查半角公式.

解析 $\cos^2 \alpha = \frac{\cos 2\alpha + 1}{2} = \frac{2}{3}$, $\therefore \alpha$ 为第三象限角, $\therefore \cos \alpha = -\sqrt{\frac{2}{3}} = -\frac{\sqrt{6}}{3}$.

5. 答案 C

命题意图 本题考查等比数列的性质, 以及充分、必要条件的判断.

解析 若 $\{a_n\}$ 为递增的等比数列, 显然后面的项都比 a_1 大, 即 $\forall k \geq 2$ 且 $k \in \mathbf{N}^*$, $a_k > a_1$, 充分性成立; 反过来, 若 $\forall k \geq 2$ 且 $k \in \mathbf{N}^*$, $a_k > a_1$, 即 $a_1 q^{k-1} > a_1$ (q 为公比), 因为 $a_1 > 0$, 所以 $q^{k-1} > 1$, 所以 $q > 1$, 从而可得 $\{a_n\}$ 为递增数列, 必要性成立.

6. 答案 D

命题意图 本题考查平面向量的运算性质.

解析 设 a, b 的夹角为 θ , 由 $\tan \theta = 2\sqrt{6}$ 得 $\cos \theta = \frac{1}{5}$. 因为 $(a+3b) \perp (2a-b)$, 所以 $(a+3b) \cdot (2a-b) = 2a^2 + 5a \cdot b - 3b^2 = 2|a|^2 + |a||b| - 3|b|^2 = 0$, 得 $2\frac{|a|^2}{|b|^2} + \frac{|a|}{|b|} - 3 = 0$, 解得 $\frac{|a|}{|b|} = 1$, 或 $\frac{|a|}{|b|} = -\frac{3}{2}$ (舍去).

7. 答案 B

命题意图 本题考查余弦定理和三角形面积公式.

解析 由余弦定理可得 $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{4 + 9 - 16}{2 \times 2 \times 3} = -\frac{1}{4}$, 所以 $\sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \frac{\sqrt{15}}{4}$, $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times$

$ab \sin C = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} b^2 \times \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{\sqrt{15}}{12} b^2$.

8. 答案 A

命题意图 本题考查不等式的解法.

解析 依题知 $x^2 + bx + c = 0$ 的根为 $\frac{3-3\sqrt{5}}{2}, \frac{3+3\sqrt{5}}{2}$, $\therefore \begin{cases} -b=3, \\ c=-9, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} b=-3, \\ c=-9, \end{cases} \therefore f(x) \leq -27$ 可化为 $x^3 - 3x^2 - 9x + 27 \leq 0$, 即 $(x-3)^2(x+3) \leq 0$, 解得 $x=3$, 或 $x \leq -3$, \therefore 不等式的解集为 $\{x|x \leq -3 \text{ 或 } x=3\}$.

9. 答案 A

命题意图 本题考查指数和对数的运算性质.

解析 $\because 2^a = 3^b = 6^c, \therefore a \lg 2 = b \lg 3 = c \lg 6$, 又 $abc \neq 0, \therefore \frac{a}{b} = \frac{\lg 3}{\lg 2}, \frac{a}{c} = \frac{\lg 6}{\lg 2} = \frac{\lg 2 + \lg 3}{\lg 2} = 1 + \frac{\lg 3}{\lg 2}, \therefore \frac{a}{c} = 1 + \frac{a}{b}$, 即 $\frac{a}{c} - \frac{a}{b} = 1$.

10. 答案 D

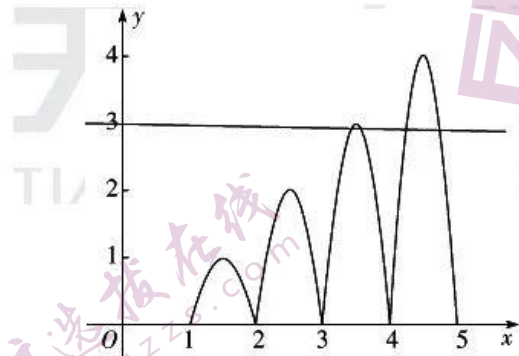
命题意图 本题考查三角函数的图象与性质.

解析 因为 $f(x)$ 的最小正周期为 π , 所以 $\omega = 2$. $x = \frac{5\pi}{12}$ 是 $f(x)$ 的一个最大值点, 取关于直线 $x = \frac{5\pi}{12}$ 对称的一个周期 $(-\frac{\pi}{12}, \frac{11\pi}{12})$, $-2 + \pi, 0, 2$ 都在这个周期内, 距离 $x = \frac{5\pi}{12}$ 越远的自变量对应的函数值越小. $|-2 + \pi - \frac{5\pi}{12}| = \frac{24 - 7\pi}{12}, |0 - \frac{5\pi}{12}| = \frac{5\pi}{12}, |2 - \frac{5\pi}{12}| = \frac{24 - 5\pi}{12}$, 因为 $\frac{5\pi}{12} > \frac{24 - 5\pi}{12} > \frac{24 - 7\pi}{12}$, 所以 $f(0) < f(2) < f(-2 + \pi) = f(-2)$.

11. 答案 C

命题意图 本题考查利用函数图象处理方程的根.

解析 设函数 $g(x) = 3 - \frac{x}{50}$, 作出 $y = |f(x)|$ 和 $y = g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的部分图象如下, 令 $g(x) \geq 0$, 则 $x \leq 150$. 由图可知, $y = |f(x)|$ 与 $y = g(x)$ 在每个区间 $[k, k+1] (3 \leq k \leq 149 \text{ 且 } k \in \mathbf{Z})$ 内均有 2 个交点, 交点总数为 $(150 - 3) \times 2 = 294$, 即原方程在 $(0, +\infty)$ 上的实根个数为 294.



12. 答案 C

命题意图 本题考查导数的几何意义.

解析 根据图象可知, 题中三条曲线互不相交, 且曲线 $y = e^x, y = \sqrt{e}(x-1), y = -\frac{1}{x} (x > 0)$ 的位置依次从上到下, 则点 A, B, P 的位置也是依次从上到下, 所以 $||PA| - |PB|| = |AB|$. 原问题可转化为 $|AB|$ 的最小值, 又转化为求曲线 $y = e^x$ 的斜率为 \sqrt{e} 的切线与直线 $y = \sqrt{e}(x-1)$ 的距离. 设 $f(x) = e^x$, 则 $f'(x) = e^x$, 令 $e^x = \sqrt{e}$ 得

$x = \frac{1}{2}$, 即切点为 $(\frac{1}{2}, \sqrt{e})$, 该切点到直线 $y = \sqrt{e}(x-1)$ 的距离为 $\frac{|\frac{\sqrt{e}}{2} + \sqrt{e}|}{\sqrt{e+1}} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{e}{e+1}}$.

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 答案 32

命题意图 本题考查等比数列的基本性质.

解析 设 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 则 $q^2 = \frac{a_5}{a_3} = 2, a_{11} = a_3 q^{11-3} = a_3 \cdot (q^2)^4 = 2 \times 16 = 32$.

14. 答案 4

命题意图 本题考查平面向量的线性运算.

解析 $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD} = \frac{1}{\mu}\vec{AF} + \frac{1}{\lambda}\vec{AE}, \therefore E, C, F$ 三点共线, $\therefore \frac{1}{\mu} + \frac{1}{\lambda} = 1, \lambda + \mu = (\lambda + \mu) \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\lambda} \right) = 2 + \left(\frac{\lambda}{\mu} + \frac{\mu}{\lambda} \right) \geq 2 + 2 = 4$.

15. 答案 $[3, +\infty)$

命题意图 本题考查利用导数研究函数的性质.

解析 设 $g(x) = f(x)\sin x$, 则 $g'(x) = f'(x)\sin x + f(x)\cos x, \therefore g'(x) > 0$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上恒成立, $\therefore g(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上单调递增. $\therefore f(\frac{\pi}{2} + x) = f(\frac{\pi}{2} - x), \therefore f(\frac{\pi}{2} + x)\sin(\frac{\pi}{2} + x) = f(\frac{\pi}{2} - x)\sin(\frac{\pi}{2} - x), \therefore g(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称. $\therefore f(x)$ 是奇函数, $\therefore g(x)$ 是偶函数, $\therefore g(x)$ 是周期函数, 且周期 $T = \pi. g(x)_{\max} = g(\frac{\pi}{2}) = 3$, 由 $f(4\pi + x)\sin(3\pi - x) \leq a$ 得 $a \geq f(x)\sin x, \therefore a \geq [f(x)\sin x]_{\max} = 3, \therefore a \geq 3$, 即 a 的取值范围为 $[3, +\infty)$.

16. 答案 $\frac{8}{7}$

命题意图 本题考查等差数列和等比数列的性质.

解析 设 $a_2 = m$, 易知 $m > 0$, 由 $-1 \leq m \leq d-1 \leq 3m \leq 2d-1 \leq 9m \leq 3d-1$, 可得 $\begin{cases} m+1 \leq d \leq 3m+1, \\ \frac{3m+1}{2} \leq d \leq \frac{9m+1}{2}, \text{ 只需 } m+ \\ \frac{9m+1}{3} \leq d, \end{cases}$
 $1 \leq \frac{9m+1}{2}$ 即可, 所以 $m \geq \frac{1}{7}$. 当 m 取最小值 $\frac{1}{7}$ 时, 由不等式组得 $d = \frac{8}{7}$, 故 d 的最小值为 $\frac{8}{7}$.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. 命题意图 本题考查任意角的三角函数的概念以及三角恒等变换的应用.

解析 (I) 依题意知 $\tan \alpha = -2, \tan \beta = \frac{4}{3}, \dots \dots \dots (2 \text{ 分})$
 $\therefore \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{-2 - \frac{4}{3}}{1 - 2 \times \frac{4}{3}} = 2. \dots \dots \dots (4 \text{ 分})$

(II) 由条件得 $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}, \sin \beta = \frac{4}{5}, \cos \beta = \frac{3}{5}, \dots$ (5分)

\therefore 角 γ 的终边是 $\angle AOB$ (锐角) 的平分线, $\therefore \gamma = \frac{\alpha + \beta}{2}$. (6分)

$\therefore \cos 2\gamma = \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = -\frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{3}{5} - \frac{2\sqrt{5}}{5} \times \frac{4}{5} = -\frac{11\sqrt{5}}{25}, \dots$ (8分)

$\therefore \sin^2 \gamma = \frac{1 - \cos 2\gamma}{2} = \frac{1 + \frac{11\sqrt{5}}{25}}{2} = \frac{25 + 11\sqrt{5}}{50}$. (10分)

18. 命题意图 本题考查数列的递推公式和通项公式.

解析 (I) 当 $n=1$ 时, 得 $T_1 = a_2$, 即 $a_1 = a_2$. (1分)

$T_n = 2^{n-1} \cdot a_{n+1}$, 所以当 $n \geq 2$ 时, $T_{n-1} = 2^{n-2} \cdot a_n$,

两式作商得 $a_n = \frac{2a_{n+1}}{a_n}$, 即 $a_{n+1} = \frac{a_n^2}{2}$. (3分)

若 $|a_n|$ 为常数列, 则 $\frac{a_n^2}{2} = a_n$, 得 $a_n = 2$ 或 $a_n = 0$ (舍去). (4分)

从而 $a_1 = a_2 = 2$.

综上, 这个常数为 2. (5分)

(II) 当 $n=1$ 时, $b_1 = \log_2 a_1 = 2$. (6分)

当 $n \geq 2$ 时, 由 (I) 知 $a_2 = a_1 = 4, a_{n+1} = \frac{a_n^2}{2}$,

所以 $\log_2 a_{n+1} = 2\log_2 a_n - 1$, 即 $b_{n+1} = 2b_n - 1$, 整理可得 $b_{n+1} - 1 = 2(b_n - 1)$, (8分)

又 $b_2 - 1 = \log_2 a_2 - 1 = 1$,

所以数列 $\{b_n - 1\}$ 从第 2 项开始, 是以 2 为公比的等比数列, (10分)

所以当 $n \geq 2$ 时, $b_n - 1 = 2^{n-2}$, 即 $b_n = 2^{n-2} + 1$. (11分)

综上, 可得 $b_n = \begin{cases} 2, & n=1, \\ 2^{n-2} + 1, & n \geq 2. \end{cases}$ (12分)

19. 命题意图 本题考查利用正弦定理、余弦定理解三角形.

解析 (I) 由正弦定理得 $\frac{\sin \angle BDC}{\sin \angle CBD} = \frac{BC}{CD} = \frac{2\sqrt{2}}{5}$, (2分)

$\therefore \sin \angle BDC = \frac{2\sqrt{2}}{5} \sin \angle CBD = \frac{2\sqrt{2}}{5} \sin \left(\frac{3\pi}{4} - \angle BDC \right)$

$= \frac{2\sqrt{2}}{5} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \angle BDC + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \angle BDC \right)$

$= \frac{2}{5} (\cos \angle BDC + \sin \angle BDC)$, (5分)

$\therefore \tan \angle BDC = \frac{\sin \angle BDC}{\cos \angle BDC} = \frac{2}{3}$. (6分)

(II) $\therefore \tan \angle BDC = \frac{2}{3}, 0 < \angle BDC < \frac{\pi}{2}, \therefore \sin \angle BDC = \frac{2\sqrt{13}}{13}$. (7分)

$$\because \angle ADB + \angle BDC = \frac{\pi}{2}, \therefore \cos \angle ADB = \sin \angle BDC = \frac{2\sqrt{13}}{13}. \dots\dots\dots (8 \text{分})$$

$$\text{由余弦定理可得 } AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2AD \times BD \times \frac{2\sqrt{13}}{13}, \dots\dots\dots (10 \text{分})$$

$$\text{设 } BD = x, \text{代入数值整理得 } x^2 - \frac{12\sqrt{13}}{13}x - 1 = 0,$$

$$\text{即 } (x - \sqrt{13}) \left(x + \frac{\sqrt{13}}{13} \right) = 0, \text{解得 } x = \sqrt{13} \text{ 或 } x = -\frac{\sqrt{13}}{13} \text{ (舍去),}$$

$$\therefore BD = \sqrt{13}. \dots\dots\dots (12 \text{分})$$

20. 命题意图 本题考查递推公式, 等比、等差数列的性质以及错位相减法.

$$\text{解析 (I) 当 } n=1 \text{ 时, } S_2 = 4a_1 = 4, \dots\dots\dots (1 \text{分})$$

$$\text{当 } n \geq 2 \text{ 时, 由 } S_{n+1} = 4a_n \text{ 得 } S_{n+1} = 4S_n - 4S_{n-1}, \dots\dots\dots (2 \text{分})$$

$$\therefore S_{n+1} - 2S_n = 2(S_n - 2S_{n-1}), \text{又 } \because S_2 - 2a_1 = 2,$$

$$\therefore \{S_{n+1} - 2S_n\} \text{ 是以 } 2 \text{ 为首项, } 2 \text{ 为公比的等比数列, } \dots\dots\dots (4 \text{分})$$

$$\therefore S_{n+1} - 2S_n = 2 \times 2^{n-1} = 2^n, \dots\dots\dots (5 \text{分})$$

$$\therefore \frac{S_{n+1}}{2^n} - \frac{S_n}{2^{n-1}} = 1,$$

$$\therefore \left\{ \frac{S_n}{2^{n-1}} \right\} \text{ 是以 } 1 \text{ 为首项, } 1 \text{ 为公差的等差数列. } \dots\dots\dots (6 \text{分})$$

$$\text{(II) 由 (I) 知 } \frac{S_n}{2^{n-1}} = 1 + (n-1) = n, \therefore S_n = n \cdot 2^{n-1}. \dots\dots\dots (7 \text{分})$$

$$\therefore T_n = 1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 2^2 + 4 \times 2^3 + \dots + n \cdot 2^{n-1},$$

$$\therefore 2T_n = 1 \times 2 + 2 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + 4 \times 2^4 + \dots + n \cdot 2^n, \dots\dots\dots (9 \text{分})$$

$$\therefore -T_n = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{n-1} - n \cdot 2^n$$

$$= \frac{1-2^n}{1-2} - n \cdot 2^n = (1-n) \cdot 2^n - 1, \dots\dots\dots (11 \text{分})$$

$$\therefore T_n = (n-1) \cdot 2^n + 1. \dots\dots\dots (12 \text{分})$$

21. 命题意图 本题考查利用导数研究函数的性质.

$$\text{解析 (I) 若 } a \leq 0, \text{易知 } f(x) \text{ 单调递增, 没有最小值, 不符合条件. } \dots\dots\dots (1 \text{分})$$

$$\text{若 } a > 0, f'(x) = 2 - \frac{a}{e^x} = \frac{2e^x - a}{e^x}, \dots\dots\dots (2 \text{分})$$

$$\text{令 } f'(x) = 0, \text{得 } x = \ln \frac{a}{2},$$

$$\text{在 } \left(-\infty, \ln \frac{a}{2} \right) \text{ 上, } f'(x) < 0, \text{在 } \left(\ln \frac{a}{2}, +\infty \right) \text{ 上, } f'(x) > 0, \dots\dots\dots (3 \text{分})$$

所以 $f(x)$ 在 $\left(-\infty, \ln \frac{a}{2} \right)$ 上单调递减, 在 $\left(\ln \frac{a}{2}, +\infty \right)$ 上单调递增,

$$\text{所以 } f(x)_{\min} = f\left(\ln \frac{a}{2} \right) = 2 \ln \frac{a}{2} - 1 + \frac{a}{2} = 2 \ln a - 2 \ln 2 + 1 = 1, \dots\dots\dots (4 \text{分})$$

$$\text{解得 } a = 2. \dots\dots\dots$$

(II) 直线 $l: y = kx - 1$ 与曲线 $y = f(x)$ 没有公共点,

等价于关于 x 的方程 $kx - 1 = 2x - 1 + \frac{2}{e^x}$ 在 \mathbf{R} 上没有实数解,

即关于 x 的方程 $(k-2)x = \frac{2}{e^x}$ 在 \mathbf{R} 上没有实数解. (6分)

① 当 $k=2$ 时, 该方程可化为 $\frac{2}{e^x} = 0$, 在 \mathbf{R} 上没有实数解. (7分)

② 当 $k \neq 2$ 时, 该方程化为 $\frac{2}{k-2} = xe^x$.

令 $g(x) = xe^x$, 则 $g'(x) = (1+x)e^x$ (8分)

由 $g'(x) = 0$, 得 $x = -1$,

在 $(-\infty, -1)$ 上, $g'(x) < 0$, 在 $(-1, +\infty)$ 上, $g'(x) > 0$, (9分)

所以当 $x = -1$ 时, $g(x)_{\min} = -\frac{1}{e}$, 当 $x \rightarrow +\infty$ 时, $g(x) \rightarrow +\infty$,

即 $g(x)$ 的值域为 $[-\frac{1}{e}, +\infty)$ (10分)

所以当 $\frac{2}{k-2} < -\frac{1}{e}$ 时, 方程无实数解, 解得 k 的取值范围是 $(2-2e, 2)$ (11分)

综合①②, 可知 k 的取值范围是 $(2-2e, 2]$ (12分)

22. 命题意图 本题考查利用导数研究函数的性质.

解析 (I) 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$,

$$f'(x) = \frac{1}{x} + 2x - 3 = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x} = \frac{(2x-1)(x-1)}{x}, \dots\dots\dots (1分)$$

令 $f'(x) = 0$, 得 $x = \frac{1}{2}$ 或 $x = 1$, (2分)

在 $(0, \frac{1}{2})$ 上, $f'(x) > 0$, 在 $(\frac{1}{2}, 1)$ 上, $f'(x) < 0$, 在 $(1, +\infty)$ 上, $f'(x) > 0$, (3分)

$\therefore f(x)$ 在 $(0, \frac{1}{2}]$ 上单调递增, 在 $(\frac{1}{2}, 1)$ 上单调递减, 在 $[1, +\infty)$ 上单调递增. (4分)

(II) 由 (I) 可知 $0 < x_1 < \frac{1}{2} < x_2 < 1 < x_3$ (5分)

设 $F(x) = f(x) - f(1-x)$, $x \in [\frac{1}{2}, 1)$,

$$\text{则 } F'(x) = f'(x) + f'(1-x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} - 4 = \frac{(2x-1)^2}{x(1-x)},$$

$\therefore x \in [\frac{1}{2}, 1)$, $\therefore F'(x) \geq 0$, $\therefore F(x)$ 在 $[\frac{1}{2}, 1)$ 上单调递增. (6分)

$$\text{又 } F\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) - f\left(\frac{1}{2}\right) = 0,$$

\therefore 当 $x \in (\frac{1}{2}, 1)$ 时, $F(x) > 0$, 即 $f(x) > f(1-x)$.

$\therefore \frac{1}{2} < x_2 < 1$, $\therefore f(x_2) > f(1-x_2)$, $\therefore f(x_1) > f(1-x_2)$, (7分)

$\because f(x)$ 在 $(0, \frac{1}{2})$ 上单调递增, 且 $0 < x_1 < \frac{1}{2}, 0 < 1 - x_2 < \frac{1}{2}$,

$\therefore x_1 > 1 - x_2, \therefore x_1 + x_2 > 1$. ① (8分)

设 $G(x) = f(x) - f(2-x), x \in (\frac{1}{2}, 1]$,

则 $G'(x) = f'(x) + f'(2-x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{2-x} - 2 = \frac{2(x-1)^2}{x(2-x)}$.

$\because x \in (\frac{1}{2}, 1], \therefore G'(x) \geq 0, \therefore G(x)$ 在 $(\frac{1}{2}, 1]$ 上单调递增, (9分)

又 $G(1) = f(1) - f(1) = 0$,

\therefore 当 $x \in (\frac{1}{2}, 1)$ 时, $G(x) < 0$, 即 $f(x) < f(2-x)$.

$\because \frac{1}{2} < x_2 < 1, \therefore f(x_2) < f(2-x_2), \therefore f(x_3) < f(2-x_2)$ (10分)

$\because f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增, 且 $x_3 > 1, 1 < 2 - x_2 < \frac{3}{2}$,

$\therefore x_3 < 2 - x_2, \therefore x_3 + x_2 < 2$. ② (11分)

由①得 $2(x_1 + x_2) > 2$, 由②得 $-x_2 - x_3 > -2$,

所以 $2x_1 + x_2 > x_3$ (12分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线