

v (m/s), 其中 v_0 (m/s) 是喷流相对速度, m (kg) 是火箭 (除推进剂外) 的质量, M (kg) 是推进剂与火箭质量的总和, $\frac{M}{m}$ 称为“总质比”. 若 A 型火箭的喷流相对速度为 1000 m/s, 当总质比为 500 时, A 型火箭的最大速度约为 ($\lg e \approx 0.434, \lg 2 \approx 0.301$)

- A. 4890 m/s
B. 5790 m/s
C. 6219 m/s
D. 6825 m/s

9. 已知 F_1, F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的左、右焦点, 点 D 在椭圆 C 上, $\angle F_1DF_2 = 120^\circ$, 点 O 为坐标原点, 则 $|OD| =$

- A. 1
B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$
D. $\frac{3}{2}$

10. 已知函数 $f(x) = \log_2(-x^2 - mx + 16)$ 在 $[-2, 2]$ 上单调递减, 则 m 的取值范围是

- A. $[4, +\infty)$
B. $(-6, 6)$
C. $(-6, 4]$
D. $[4, 6)$

11. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 作与其中一条渐近线平行的直线与 C 交于点 A , 若 $\triangle AF_1F_2$ 为直角三角形, 则双曲线 C 的离心率为

- A. $\sqrt{5}$
B. $\sqrt{3}$
C. $\sqrt{2}$
D. 2

12. 设函数 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数, $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) + f'(x) > 0$, 且 $f(1) = 2$, 则不等式 $f(x) > \frac{2}{e^{x-1}}$ 的解集为

- A. $(1, +\infty)$
B. $(2, +\infty)$
C. $(-\infty, 1)$
D. $(-\infty, 2)$

第 II 卷

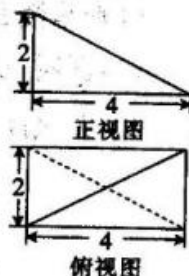
二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 已知向量 $a = (2, m), b = (1, -3)$, 若 $a \parallel b$, 则 $m =$ \blacktriangle .

14. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \geq 1, \\ x + 2y - 2 \geq 0, \\ 3x + y \leq 11, \end{cases}$ 则 $z = 2x + y$ 的最大值是 \blacktriangle .

15. 桂林是世界著名的风景旅游城市和中国历史文化名城, 号称“桂林山水甲天下”, 每年都会迎来无数的游客游览这座城市. 甲同学计划今年暑假去桂林度假游玩, 准备在“印象刘三姐”“漓江游船”“象山景区”“龙脊梯田”这 4 个景点中任选 2 个游玩, 则甲同学去“漓江游船”游玩的概率为 \blacktriangle .

16. 某三棱锥的正视图和俯视图如图所示, 已知该三棱锥的各顶点都在球 O 的球面上, 过该三棱锥最短的棱的中点作球 O 的截面, 截面面积最小为 \blacktriangle .



三、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

某公司为了了解服务质量,随机调查了 100 位男性顾客和 100 位女性顾客,每位顾客对该公司的服务质量进行打分.已知这 200 位顾客所打分数均在 $[25, 100]$ 之间,根据这些数据得到如下的频数分布表:

顾客所打分数	$[25, 40)$	$[40, 55)$	$[55, 70)$	$[70, 85)$	$[85, 100]$
男性顾客人数	4	6	10	30	50
女性顾客人数	6	10	24	40	20

- (1)求这 200 位顾客所打分数的平均值(同一组数据用该组区间的中点值为代表).
 (2)若顾客所打分数不低于 70 分,则该顾客对公司服务质量的态为满意;若顾客所打分数低于 70 分,则该顾客对公司服务质量的态为不满意.根据所给数据,完成下列 2×2 列联表,并根据列联表,判断是否有 99% 的把握认为顾客对公司服务质量的态与性别有关?

	满意	不满意
男性顾客		
女性顾客		

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \quad \begin{array}{c} P(K^2 \geq k) \\ k \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0.050 & 0.010 & 0.001 \\ \hline 3.841 & 6.635 & 10.828 \\ \hline \end{array}$$

18. (12 分)

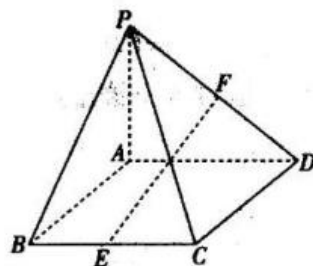
在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,且 $2b \cos A = 2c - a$.

- (1)求角 B ;
 (2)若 $a=4, b=2\sqrt{7}$,求边 BC 上的中线 AD 的长.

19. (12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$,底面 $ABCD$ 是菱形, $\angle ABC = 60^\circ$.点 E, F 分别是棱 BC, PD 的中点.

- (1)证明: $EF \parallel$ 平面 PAB .
 (2)若 $AB = 2\sqrt{2}$,求点 F 到平面 PAB 的距离.



20. (12分)

已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点为 F , 点 P 为抛物线 C 上一点, 点 P 到 F 的距离比点 P 到 x 轴的距离大 1. 过点 P 作抛物线 C 的切线, 设其斜率为 k_0 .

(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 直线 $l: y = kx + b$ 与抛物线 C 相交于不同的两点 A, B (异于点 P), 若直线 AP 与直线 BP 的斜率互为相反数, 证明: $k + k_0 = 0$.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = ax - \ln x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性.

(2) 证明: 当 $a > 1$ 时, $f(x) + \frac{ax+1}{\sqrt{x}} > 3$ 恒成立.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程是 $\begin{cases} x = 2\cos \alpha, \\ y = \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以坐标原点为极点, x

轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos \theta - 2\rho \sin \theta = 3\sqrt{2}$.

(1) 求直线 l 的直角坐标方程和曲线 C 的普通方程;

(2) 若点 P 在曲线 C 上, 求点 P 到直线 l 的距离的最大值.

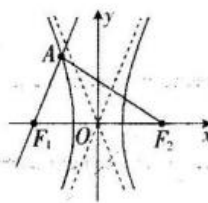
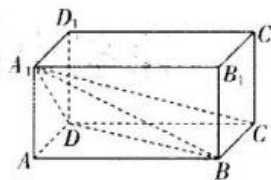
23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

设函数 $f(x) = |x+a| + |x-3|$.

(1) 当 $a=2$ 时, 求不等式 $f(x) \leq 7$ 的解集;

(2) 若 $f(x) \geq 1$, 求 a 的取值范围.

高三数学参考答案(文科)

1. C $A = \{x | (x-4)(x+2) < 0\} = \{-2 < x < 4\}$, 则 $A \cap B = \{0, 2\}$.
2. B 由题意可得 $|z| = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$.
3. B 由等差数列的性质可知 $a_1 + a_{10} = a_3 + a_8 = 12$, 则 $S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}) \times 10}{2} = 12 \times 5 = 60$.
4. D 令 $3x + \frac{\pi}{6} = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$, 解得 $x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{9} (k \in \mathbf{Z})$, 则 $f(x)$ 图象的对称中心为 $(\frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{9}, 0) (k \in \mathbf{Z})$.
5. A 由题意可知小学生应抽取的人数是 $\frac{3600}{3600+2400} \times 120 = 72$ 人, 中学生应抽取的人数是 $120 - 72 = 48$ 人, 则小学生应抽取的人数与中学生的人数的差是 $72 - 48 = 24$ 人.
6. A 设该圆柱的高为 h , 底面圆的半径为 r , 则 $h = 2r, 2\pi r h = 4\pi$, 从而 $r = 1, h = 2$, 故该圆柱的体积是 $\pi r^2 h = 2\pi$.
7. B 由等比数列的性质可得 $a_2 a_6 = a_3 a_4 = a_1^2 + a_8^2 = 16$, 则 $a_3 a_9 = a_1 a_8 \leq \frac{a_1^2 + a_8^2}{2} = 8$.
8. C $v = v_0 \ln \frac{M}{m} = 1000 \times \ln 500 \approx 1000 \times \frac{\lg 500}{\lg e} = 1000 \times \frac{3 - \lg 2}{\lg e} \approx 6219$ m/s.
9. A 设 $|DF_2| = m$, 由椭圆的定义可得 $|DF_1| = 4 - m$. 由余弦定理可得 $|F_1 F_2|^2 = |DF_1|^2 + |DF_2|^2 - 2|DF_1| \cdot |DF_2| \cos \angle F_1 D F_2$, 即 $m^2 + (4 - m)^2 - 2m(4 - m) \times (-\frac{1}{2}) = 12$, 即 $m^2 - 4m + 4 = 0$, 解得 $m = 2$, 所以 $|DF_1| = |DF_2| = 2$, 即点 D 与椭圆 C 的上顶点重合, 所以 $|OD| = 1$.
10. D 由题意可得 $\begin{cases} -4 - 2m + 16 > 0, \\ -\frac{m}{2} \leq -2, \end{cases}$ 解得 $4 \leq m < 6$.
11. A 如图, 设 $|AF_2| = m, |AF_1| = n$, 由题意可得 $\begin{cases} m - n = 2a, \\ \frac{m}{n} = \frac{b}{a}, \\ m^2 + n^2 = 4c^2, \end{cases}$ 解得 $b = 2a$, 则 $e = \sqrt{\frac{c^2}{a^2}}$
- 
- $= \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{5}$.
12. A 构造函数 $g(x) = e^x f(x)$. 则 $g'(x) = e^x [f(x) + f'(x)] > 0$, 所以 $g(x)$ 是 \mathbf{R} 上的增函数. $f(x) > \frac{2}{e^{x-1}}$ 等价于 $e^x f(x) > 2e$, 即 $g(x) > g(1)$, 解得 $x > 1$.
13. -6 由题意可得 $2 \times (-3) - m = 0$, 解得 $m = -6$.
14. 8 画出可行域(图略), 当直线 $z = 2x + y$ 过点 $(3, 2)$ 时, z 取最大值, 且最大值是 8.
15. $\frac{1}{2}$ 分别记“印象刘三姐”“漓江游船”“象山景区”“龙脊梯田”为 a, b, c, d , 从中任选 2 个的事件有 ab, ac, ad, bc, bd, cd , 共 6 种. 符合条件的事件有 ab, bc, bd , 共 3 种, 故所求概率 $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
16. π 由正视图和俯视图在长方体中还原出三棱锥的直观图如图所示, 该三棱锥的各顶点都在球 O 的表面上, 即球 O 为三棱锥 $A_1 - BCD$ 的外接球, 球 O 也是长方体 $ABCD - A_1 B_1 C_1 D_1$ 的外接球. 设球 O 的半径为 R , 则 $(2R)^2 = 2^2 + 2^2 + 4^2$, 解得 $R = \sqrt{6}$. 由三棱锥的直观图可得最短棱为 BC , 设 BC 的中点为 E , $OE = \frac{1}{2} A_1 B = \frac{1}{2} \times$
- 

$\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{5}$,当截面面积最小时, $OE\perp$ 截面,设截面圆半径为 r ,则 $r^2+OE^2=R^2$,解得 $r=1$,此时,截面面积为 $\pi r^2=\pi$.

17. 解:(1)由题可知,这 200 位顾客所打分数的平均值为 $\frac{10\times\frac{65}{2}+16\times\frac{95}{2}+34\times\frac{125}{2}+70\times\frac{155}{2}+70\times\frac{185}{2}}{200} =$

75.55. 3 分

故这 200 位顾客所打分数的平均值为 75.55. 5 分

(2)根据所给数据,可得 2×2 列联表:

	满意	不满意
男性顾客	80	20
女性顾客	60	40

..... 7 分

根据列联表得 $K^2 = \frac{200\times(80\times 40-20\times 60)^2}{100\times 100\times 140\times 60} \approx 9.524$ 10 分

因为 $9.524 > 6.635$,所以有 99%的把握认为顾客对公司服务质量的的态度与性别有关. 12 分

18. 解:(1)因为 $2b\cos A=2c-a$,所以 $2b\times\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=2c-a$,即 $a^2+c^2-b^2=ac$ 2 分

由余弦定理可得 $\cos B = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac} = \frac{1}{2}$ 4 分

因为 $0 < B < \pi$,所以 $B = \frac{\pi}{3}$ 6 分

(2)由(1)可知 $B = \frac{\pi}{3}$ 7 分

由余弦定理可得 $b^2 = a^2 + c^2 - 2accos B$,则 $28 = 16 + c^2 - 4c$,解得 $c = 6$ 9 分

在 $\triangle ABD$ 中, $AB = 6, BD = \frac{1}{2}BC = 2, \angle ABD = 60^\circ$,

则 $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD\cos\angle ABD = 36 + 4 - 2\times 6\times 2\times \frac{1}{2} = 28$, 11 分

故 $AD = 2\sqrt{7}$ 12 分

19. (1)证明:取 PA 的中点 H ,连接 HF, BH .

因为点 F 是棱 PD 的中点,所以 $HF \parallel AD, HF = \frac{1}{2}AD$ 1 分

因为点 E 分别是棱 BC 的中点,所以 $BE = \frac{1}{2}BC$ 2 分

因为四边形 $ABCD$ 是菱形,所以 $BC \parallel AD$,且 $BC = AD$, 3 分

所以 $HF \parallel BE, HF = BE$ 4 分

所以四边形 $BEFH$ 是平行四边形,则 $EF \parallel BH$ 5 分

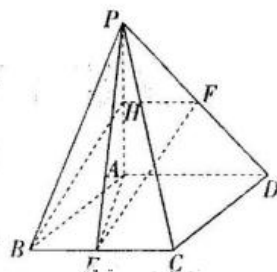
因为 $BH \subset$ 平面 $PAB, EF \not\subset$ 平面 PAB ,所以 $EF \parallel$ 平面 PAB 6 分

(2)解:连接 AE, PE .

因为点 E 是棱 BC 的中点,所以 $BE = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AB = \sqrt{2}$ 7 分

因为 $\angle ABC = 60^\circ$,所以 $\triangle ABE$ 的面积为 $\frac{1}{2}AB \cdot BE\sin\angle ABC = \frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times \sqrt{2}\times$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ 8 分



则三棱锥 $P-ABE$ 的体积为 $\frac{1}{3} \times \sqrt{3} \times PA = \frac{\sqrt{3}}{3} PA$ 9分

因为 $AB=2\sqrt{2}$, 且 $PA \perp AB$, 所以 $\triangle PAB$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times PA \times 2\sqrt{2} = \sqrt{2} PA$ 10分

设点 E 到平面 PAB 的距离为 h .

则三棱锥 $E-PAB$ 的体积为 $\frac{1}{3} \times \sqrt{2} PA \cdot h = \frac{\sqrt{3}}{3} PA$, 解得 $h = \frac{\sqrt{6}}{2}$ 11分

因为 $EF \parallel$ 平面 PAB , 所以点 F 到平面 PAB 的距离为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 12分

20. 解: (1) 设点 $P(x_0, y_0)$, 由点 P 到 F 的距离比点 P 到 x 轴的距离大 1,

可得 $|PF| = y_0 + 1$, 1分

即 $y_0 + \frac{p}{2} = y_0 + 1$, 2分

所以 $p=2$, 即抛物线 C 的方程为 $x^2 = 4y$ 3分

(2) 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$. 直线 AP 的斜率为 k_{AP} , 直线 BP 的斜率为 k_{BP} ,

则 $k_{AP} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} (x_1 \neq x_0), k_{BP} = \frac{y_2 - y_0}{x_2 - x_0} (x_2 \neq x_0)$ 5分

因为直线 AP 与直线 BP 的斜率互为相反数,

所以 $k_{AP} = -k_{BP}$, 即 $\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = -\frac{y_2 - y_0}{x_2 - x_0}$ 6分

又点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 均在抛物线上,

可得 $\frac{x_1^2 - x_0^2}{x_1 - x_0} = -\frac{x_2^2 - x_0^2}{x_2 - x_0}$, 化简可得 $x_1 + x_2 = -2x_0$ 7分

因为 $x_1^2 = 4y_1, x_2^2 = 4y_2$, 所以 $x_1^2 - x_2^2 = 4(y_1 - y_2)$, 即 $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{x_1 + x_2}{4}$, 8分

故 $k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = -\frac{x_0}{2}$ 9分

因为 $x^2 = 4y$, 所以 $y = \frac{1}{4}x^2$, 所以 $(y') = \frac{1}{2}x$ 10分

则 $k_0 = \frac{1}{2}x_0$ 11分

故 $k + k_0 = 0$ 12分

21. (1) 解: 因为 $f(x) = ax - \ln x (x > 0)$, 所以 $f'(x) = a - \frac{1}{x} = \frac{ax - 1}{x}$ 1分

当 $a \leq 0$ 时, $f'(x) < 0$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上恒成立. 2分

当 $a > 0$ 时, $x \in (0, \frac{1}{a})$ 时, $f'(x) < 0$; $x \in (\frac{1}{a}, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0$ 4分

综上所述, 当 $a \leq 0$ 时, $f(x)$ 的单调递减区间为 $(0, +\infty)$; 当 $a > 0$ 时, $f(x)$ 的单调递减区间为 $(0, \frac{1}{a})$, 单调递增区间为 $(\frac{1}{a}, +\infty)$ 5分

(2) 证明: 因为 $a > 1$, 所以 $\frac{ax+1}{\sqrt{x}} = a\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{a}$, 7分

当且仅当 $a\sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{x}}$, 即 $x = \frac{1}{a}$ 时取等号. 8分

由(1)可知 $f(x)_{\min} = f\left(\frac{1}{a}\right) = 1 + \ln a$, 所以 $f(x) + \frac{ax+1}{\sqrt{x}} \geq \ln a + 2\sqrt{a} + 1$ 9分

令函数 $g(x) = \ln x + 2\sqrt{x} + 1 (x > 1)$, 易知 $g(x)$ 是定义域内的增函数, 10分

则 $g(x) > g(1) = 3$ 11分

故 $f(x) + \frac{ax+1}{\sqrt{x}} > 3$ 12分

22. 解: (1) 由 $\begin{cases} x = 2\cos \alpha, \\ y = \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 得 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, 即曲线 C 的普通方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 2分

由 $\rho \cos \theta - 2\rho \sin \theta = 3\sqrt{2}$, 得 $x - 2y = 3\sqrt{2}$.

即直线 l 的直角坐标方程为 $x - 2y - 3\sqrt{2} = 0$ (或 $y = \frac{1}{2}x - \frac{3\sqrt{2}}{2}$). 4分

(2) 由题意可设 $P(2\cos \alpha, \sin \alpha)$, 5分

则点 P 到直线 l 的距离 $d = \frac{|2\cos \alpha - 2\sin \alpha - 3\sqrt{2}|}{\sqrt{5}} = \frac{|2\sqrt{2}\cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) - 3\sqrt{2}|}{\sqrt{5}}$ 7分

因为 $-1 \leq \cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) \leq 1$, 所以 $-5\sqrt{2} \leq 2\sqrt{2}\cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) - 3\sqrt{2} \leq -\sqrt{2}$,

所以 $\frac{\sqrt{10}}{5} \leq \frac{|2\sqrt{2}\cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) - 3\sqrt{2}|}{\sqrt{5}} \leq \sqrt{10}$, 即 $\frac{\sqrt{10}}{5} \leq d \leq \sqrt{10}$ 9分

故点 P 到直线 l 的距离的最大值为 $\sqrt{10}$ 10分

23. 解: (1) 当 $a=2$ 时, $f(x) = |x+2| + |x-3| = \begin{cases} -2x+1, & x < -2, \\ 5, & -2 \leq x \leq 3, \\ 2x-1, & x > 3. \end{cases}$ 1分

因为 $f(x) \leq 7$, 所以 $\begin{cases} x < -2, \\ -2x+1 \leq 7 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} -2 \leq x \leq 3, \\ 5 \leq 7 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x > 3, \\ 2x-1 \leq 7, \end{cases}$ 2分

解得 $-3 \leq x < -2$ 或 $-2 \leq x \leq 3$ 或 $3 < x \leq 4$ 4分

故不等式 $f(x) \leq 7$ 的解集为 $[-3, 4]$ 5分

(2) 由题意可知 $f(x) = |x+a| + |x-3| \geq |x+a-x+3| = |a+3|$ 7分

因为 $f(x) \geq 1$, 所以 $|a+3| \geq 1$ 8分

解得 $a \geq -2$ 或 $a \leq -4$ 9分

故 a 的取值范围为 $(-\infty, -4] \cup [-2, +\infty)$ 10分



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》