

- C. 对于每一确定的 E , 在线段 AB 上存在唯一的一点 H , 使得 $D_1H \perp$ 平面 AEC_1
 D. 过点 M 做长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的外接球的截面, 则截面面积的最小值为 $\frac{2\pi}{9}$

12. 泰勒公式通俗的讲就是用一个多项式函数去逼近一个给定的函数, 也叫泰勒展开式, 下面给出两个泰勒展开式()

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \cdots$$

由此可以判断下列各式正确的是

A. $e^i = \cos x + i \sin x$ (i 是虚数单位)

B. $e^{i\pi} = -i$ (i 是虚数单位)

C. $2^x \geq 1 + x \ln 2 + \frac{(x \ln 2)^2}{2} (x \geq 0)$

D. $\cos x \leq 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} (x \in (0, 1))$

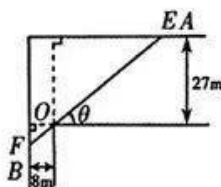
三、填空题(本大题共4小题, 每小题5分, 共20分)

13. 若 $(x+1)\left(\frac{x}{2} - \frac{a}{x}\right)^4$ 的展开式中的常数项为24, 则实数 a 的值为_____

14. 已知函数 $f(x) = (a-1)x^2 - a \sin x$ 是奇函数, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为_____

15. 点 $P(x_0, y_0)$ 是抛物线 $x^2 = y$ 上的点, 则 $\sqrt{2}y_0 + |x_0 - y_0 - 2|$ 的最小值为_____

16. 自“一带一路”倡议提出以来, 中俄两国合作共赢的脚步越来越快. 中俄输气管道工程建设中, 某段管道铺设要经过一处峡谷, 峡谷内恰好有一处直角拐角, 如图, 管道沿 A, E, F, B 拐过直角(线段 EF 过 O 点, 点 E, O, F 在同一水平面内), 峡谷的宽分别为 $27\text{m}, 8\text{m}$, 如图所示, 设 EF 与较宽侧峡谷崖壁所成的角为 θ , 则 EF 得长_____ m , (用 θ 表示), 要使输气管道顺利通过拐角, EF 长度不能低于_____ m (第一个空2分, 第二空3分)

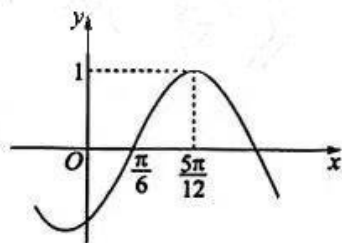


四、解答题(本大题共6小题, 共70分, 解答需写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (10分) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象如图所示. 将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位长度后得函数 $g(x)$ 的图象.

(1) 求 $g(x)$ 的解析式; 来源: 高三答案公众号

(2) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $g(A) = \frac{7}{9}, C = 2A, a = 3$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



18. (12分) 已知数列 $\{a_n - 1\}$ 是各项为正的等比数列, 满足 $a_1 = 5, a_1 + a_2 + a_3 = 87$. 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n 且满足 $b_1 = 1, S_n = \frac{1}{2}nb_{n+1}$, 对任意 $n \in N$, 恒成立

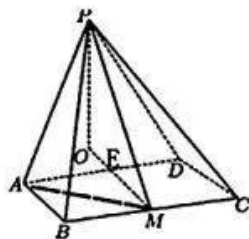
(1) 求 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n = \frac{b_n}{a_n}$, 求证: $c_1 + c_2 + \cdots + c_n < \frac{4}{9}$

19. (12分) 如图, PO 是四棱锥 $P-ABCD$ 的高, 且 $PO = 2$, 底面 $ABCD$ 是边长为 $\sqrt{2}$ 的正方形, $PA = PD = \sqrt{5}$, 点 M 是 BC 的中点.

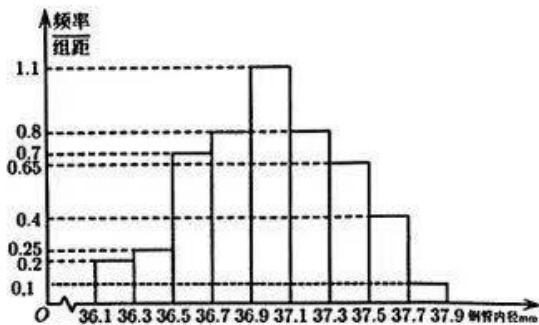
(1) 设 AD 与 OM 交于 E , 求线段 OE 的长度;

(2) 求二面角 $A-PM-O$ 的余弦值.



20.(12分)根据以往大量的测量知某加工厂生产的钢管内径尺寸 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 并把钢管内径在 $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ 内的产品称为一等品, 钢管内径在 $(\mu + \sigma, \mu + 2\sigma)$ 内的产品称为二等品, 一等品与二等品统称为正品, 其余范围内的产品作为废品回收. 现从该企业生产的产品中随机抽取 1000 件, 测得钢管内径的样本数据的频率分布直方图如图:

(1) 通过检测得样本数据的标准差 $s = 0.3$, 用样本平均数 \bar{x} 作为 μ 的近似值, 用样本标准差 s 作为 σ 的估计值, 根据所给数据求该企业生产的产品为正品的概率 p_1 ; (同一组中的数据用该组区间的中点值代表)



(2) 假如企业包装时要求把 2 个一等品和 $n(n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$ 个二等品装在同一个箱子中, 质检员从某箱子中摸出两件产品进行检验, 若抽取到的两件产品等级相同, 则该箱产品记为 A , 否则该箱产品记为 B .

① 试用含 n 的代数式表示某箱产品抽检被记为 B 的概率 p ;

② 设抽检 5 箱产品恰有 3 箱被记为 B 的概率为 $f(p)$, 求当 n 为何值时, $f(p)$ 取得最大值, 并求出最大值.

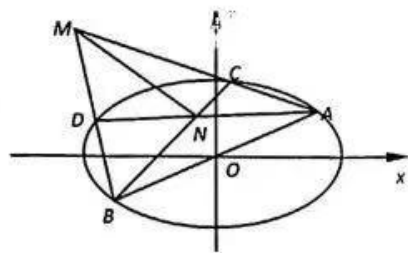
参考数据:

$$36.2 \times 0.2 + 36.4 \times 0.25 + 36.6 \times 0.7 + 36.8 \times 0.8 + 37 \times 1.1 + 37.2 \times 0.8 + 37.4 \times 0.65 + 37.6 \times 0.4 + 37.8 \times 0.1 = 185;$$

21.(12分) 已知椭圆 $T: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 直线 $l: x - 2y = 0$, 左焦点 F 到直线 l 的距离为 $\frac{5\sqrt{6}}{5}$.

(1) 求椭圆 T 的标准方程;

(2) 直线 $l: x - 2y = 0$ 与椭圆 T 相交于 A, B 两点. C, D 是椭圆 T 上异于 A, B 的任意两点, 且直线 AC, BC, AD, BD 的斜率都存在. 直线 AC, BD 相交于点 M , 直线 AD, BC 相交于点 N . 设直线 AC, BC 的斜率为 k_1, k_2



① 求 $k_1 \cdot k_2$ 的值;

② 求直线 MN 的斜率.

22.(12分) 已知函数 $f(x) = 4x - \frac{1}{2}x^2 - a \ln x$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 设函数 $f(x)$ 有两个极值点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 证明: $f(x_1) + f(x_2) < 7 + \ln x_1 - \ln x_2$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线