亳州一中 2023 届高三年级高考冲刺卷

数学参考答案

一、选择题：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
选项	D	B	C	B	D	C	A	C	ABC	BC	ACD	AC

三、填空题：

13. 56　　**14. 12**　　**15.** $\left(\frac{3\sqrt{3}}{4},0\right)$　　**16.** $\frac{8}{27}$　$\left[\frac{100}{9},+\infty\right)$

一、选择题：

5. 答案：D

解析：条件概率：$\frac{1}{2}\times 0.1+\frac{1}{2}\times p=0.525$ 得 $p=0.95$，故选 D.

6. 答案：C

解析：$n(n+1)(n+2)=\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)\left[(n+3)-(n-1)\right]=\frac{1}{4}\left[n(n+1)(n+2)(n+3)-(n-1)n(n+1)(n+2)\right]$

$$\sum_{k=1}^{5}k(k+1)(k+2)=\frac{1}{4}\left[(1\times2\times3\times4-0\times1\times2\times3)+(2\times3\times4\times5-1\times2\times3\times4)+\cdots\cdots+(5\times6\times7\times8-4\times5\times6\times7)\right]$$

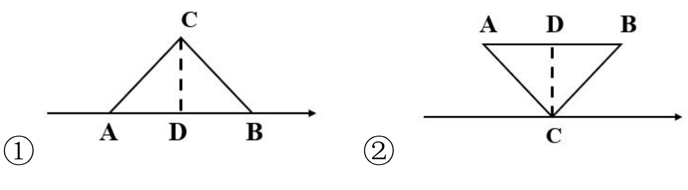
$$=\frac{1}{4}\times5\times6\times7\times8=420$$

7. 答案：A

解析：建系或等和线

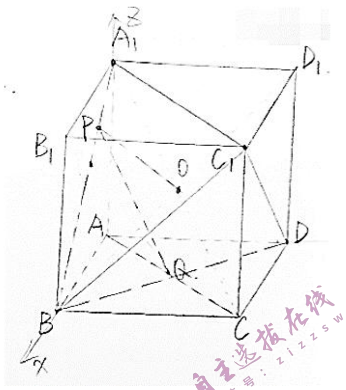
8. 答案：C

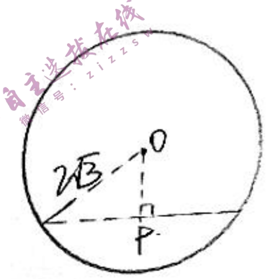
解析：C 选项：设 $AC\perp BC$, $A(x_1,y_1)$， $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$, $D(x_4,y_4)$ ①当AB在x轴上，则 x_1，x_2 为无理数，且 $AD=CD=BD=1$,则 x_3 为无理数，矛盾 ②当AB不在x轴上，则 x_1 和 x_2 为有理数，则 x_3 为无理数，矛盾，均不存在。D 选项：$\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\limits_{x\to0}\frac{x^2D(x)}{x}=\lim\limits_{x\to0}xD(x)=0$，故 $f'(0)=0$.



12.答案：AC

解析：选项A：当P在A，B中点时，最小值为$2\sqrt{6}$，故A对；选项B：展开P,A,C三点共线时，余弦定理可求$\left(PA+PC\right)_{\min}=4\sqrt{2+\sqrt{2}}$，故$B$错；选项$C$：即求异面直线之间的距离，即平面$A_1BC_1$与平面$ACD_1$的距离易知该距离为体对角线的$\frac{1}{3}$，故为$\frac{4\sqrt{3}}{3}$，$C$对；设三棱锥$C_1-A_1BD$的外接球心为$O$，当$OP\perp$过点$P$的平面时，建系求$OP$的长，$P\left(\frac{4}{3},0,\frac{8}{3}\right)$，$O\left(2,2,2\right)$，$|OP|=\frac{2\sqrt{11}}{3}$，故$P$所在圆的直径$r=\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2-\left(\frac{2\sqrt{11}}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{64}{9}}=\frac{8}{3}$ ，$S=\pi r^2=\frac{64\pi}{9}$，$D$错，选$AC$.





三、填空题：

15. 答案：$\left(\frac{3\sqrt{3}}{4},0\right)$

解析：方法 1.由角平分线知$\frac{|PF_1|}{|PF_2|}=\frac{|F_1M|}{|F_2M|}$，由焦半径公式知$\frac{a+ex_p}{a-ex_p}=\frac{x_m+c}{c-x_m}$，解得$x_m=e^2x_p=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，所以点 M 坐标为$\left(\frac{3\sqrt{3}}{4},0\right)$

方法 2.由在点 P 处切线与角平分线 PM 垂直，可求出直线 PM 方程.再求点 M 坐标

16. 答案：　$\frac{8}{27}$　　$\left[\frac{100}{9},+\infty\right)$

（1）$a_1=\frac{2}{3}$，$a_2=a_1\times\frac{2}{3}=\left(\frac{2}{3}\right)^2$，$a_3=a_2\times\frac{2}{3}=\left(\frac{2}{3}\right)^3$

（2）$a_n=a_1\times q^{n-1}=\left(\frac{2}{3}\right)^n$，

$\lambda \ge n^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-3}$ 恒成立，只需 $\lambda \ge \left[n^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-3}\right]_{\max}$，

记 $g(n)=n^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-3}$，$n\in\mathbf{N}^*$，显然 $g(n)>0$，

所以 $\frac{g(n+1)}{g(n)}=\frac{(n+1)^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-2}}{n^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-3}}=\frac{2(n+1)^2}{3n^2}$，令 $\frac{g(n+1)}{g(n)}\le 1$，即 $\frac{2(n+1)^2}{3n^2}\le 1$，

解得 $n\ge 2+\sqrt{6}$，又 $n\in\mathbf{N}^*$，

所以当 $n\ge 5$ 且 $n\in\mathbf{N}^*$ 时，$\frac{g(n+1)}{g(n)}\le 1$，即 $g(n)=n^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-3}$ 单调递减，

又 $g(1)=1\times\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}=\frac{9}{4}$，$g(2)=2^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}=6$，$g(3)=3^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^{0}=9$，

$g(4)=4^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^{4-3}=\frac{32}{3}$，$g(5)=5^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^{5-3}=\frac{100}{9}$，所以 $g(1)<g(2)<g(3)<g(4)<g(5)$，

综上，当 $n=5$ 时，$g(n)$ 取最大值 $\frac{100}{9}$，所以 $\lambda\ge\frac{100}{9}$，即实数 λ 的取值范围是 $\left[\frac{100}{9},+\infty\right)$.

四、解答题：

17.答案：（1）略........................(5 分）

（2） $\frac{\sqrt{6}}{8}$ **........................(12 分）**

18. 答案：（1） $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ **（2）** $\left[-\frac{3\sqrt{2}}{2},-2\right]$

解析：（1） $f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$**........................(5 分）**

（2）$g(x)=\sin 2x$ **........................(7 分）**

令 $t=\sin x+\cos x, t\in\left[1,\sqrt{2}\right]$，原方程化为：$t^2-1+kt+2=0$ **........................(9 分）**

即 $-k=t+\frac{1}{t}$ 有解，$k\in\left[-\frac{3\sqrt{2}}{2},-2\right]$**........................(12 分）**

19. 答案：（1） $a_n=\frac{n^2+n+2}{2}$

解析：因为 $a_{n+1}=a_n+n+1$，所以当 $n\ge 2$ 时，$a_2-a_1=2, a_3-a_2=3,\cdots,a_n-a_{n-1}=n,$ 将以上各式相加，得 $a_n-a_1=2+3+\cdots n=\frac{(n-1)(n+2)}{2}$，则 $a_n=\frac{n^2+n+2}{2}$ **........................(4 分）**

当 n=1 时也符合上式........................**(5 分）**

故 $a_n=\dfrac{n^2+n+2}{2}$ ....**(6 分）**

（2）由题意 $b_n=\dfrac{1}{a_n}=\dfrac{2}{n^2+n+2}<\dfrac{2}{n^2+n}=\dfrac{2}{n(n+1)}=2\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)$ ....**(9 分）**

所以 $T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n<2\left(1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\cdots+\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)=2\left(1-\dfrac{1}{n+1}\right)<2$ ....**(12 分）**

20. 解析：（1）提出假设 H_0："理工迷"与性别无关.

则 $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\dfrac{100(24\times28-12\times36)^2}{60\times40\times36\times64}=\dfrac{25}{24}\approx1.04$

而 $1.04<6.635$，所以认为理工迷与性别无关

（2）估计 $L(B|A)$ 的值为 $\frac{9}{7}$

$$L(B|A)=\frac{P(B|A)}{P(\bar{B}|A)}=\frac{\frac{P(AB)}{P(A)}}{\frac{P(A\bar{B})}{P(A)}}=\frac{P(AB)}{P(A\bar{B})}=\frac{n(AB)}{n(A\bar{B})}=\frac{36}{28}=\frac{9}{7}$$

（3）按照分层抽样，男生抽取 4 人，女生抽取 2 人，随机变量 X 的所有可能取值为 1,2,3

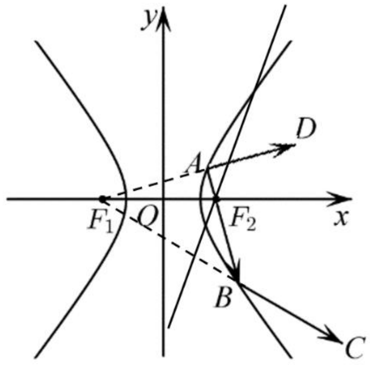
P（X = 1） $=\frac{C_4^1C_2^2}{C_6^3}=\frac{1}{5}$，P（X = 2） $=\frac{C_4^2C_2^1}{C_6^3}=\frac{3}{5}$，P（X = 3） $=\frac{C_4^3C_2^0}{C_6^3}=\frac{1}{5}$

X	1	2	3
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

E(X)=2

21. 答案：（1） $\dfrac{x^2}{1}-\dfrac{y^2}{\frac{3}{2}}=1$ **（2）** $\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$

解析：



（1）延长 DA 与 CB 交于 F_1，因为 $\tan\angle ABC=-\frac{3}{4}$，所以 $|AB|=4$，$|AF_1|=3$，$|BF_1|=5$ **........................(2 分)**；

设 $|AF_2|=x$， 则 $3-x=5-(4-x)$， 即 $x=1$ **........................(4 分）**

$4c^2=3^2+1^2=10$， $c^2=\frac{5}{2}$， $2a=3-1=2$， $a=1$ **........................(5 分）**

故方程为 $\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{\frac{3}{2}}=1$ **........................(6 分）**

（2）设 $|AB|=4k$，$|AF_1|=3k$，$|BF_1|=5k$，$|AF_2|=x$，则 $3k-x=5k-(4k-x)$，$x=k$，$4c^2=9k^2+k^2=10k^2$，

$c^2=\frac{5}{2}k^2$， $2a=3k-k=2k$， $a=k$ **........................(8 分）**

两渐近线所在直线方程为：$y^2=\frac{3}{2}x^2$ **........................(9 分）**

设直线方程为 $y=2(x-c)$，由 $\begin{cases} y^2=\frac{3}{2}x^2 \\ y=2(x-c) \end{cases}$ 可得 $\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{8c}{5}$，则 $M\left(\frac{8c}{5},\frac{6c}{5}\right)$ **........................(10 分）**

法 1：$|MF_2|=\sqrt{\left(\frac{8c}{5}-c\right)^2+\left(\frac{6c}{5}\right)^2}=\frac{3\sqrt{5}}{5}c$ **........................(11 分）**

法 2：由 $\frac{\frac{6}{5}c}{|MF_2|}=\frac{2}{\sqrt{5}}$，可得 $|MF_2|=\frac{3\sqrt{5}}{5}c$ **........................(11 分）**

故 $\frac{|MF_2|}{|F_1F_2|}=\frac{\frac{3\sqrt{5}}{5}c}{2c}=\frac{3\sqrt{5}}{10}$ **........................(12 分）**

22. 答案：（1）当 $m\le 0$ 时，有 1 个极小值点，无极大值点；

当 $0<m<\frac{1}{2}$ 时，有 1 个极小值点和 1 个极大值点；

当 $m\ge\frac{1}{2}$ 时，无极值点.

（2）$\left(0,\frac{1}{2}\right]$

解析：（1） $f'(x)=\ln x+1-2mx$， $f''(x)=\frac{1}{x}-2m=\frac{1-2mx}{x}$ **........................(1 分）**

①当 $m\le 0$ 时，$f''(x)>0$，$f'(x)$ 递增，且 $f'(1)>0$，$f'(e^{2m-1})<0$，所以 $f'(x)$ 有一个变号零点；**........................(2 分）**

②当 $m>0$ 时，$f'(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{2m}\right)$ 上递增，在 $\left(\frac{1}{2m},+\infty\right)$ 上递减，且 $f'\left(\frac{1}{2m}\right)=\ln\frac{1}{2m}$

[1]当 $0<\frac{1}{2m}\le 1$ 时，即 $m\ge\frac{1}{2}$ 时，所以 $f'(x)$ 无变号零点；**........................(3 分）**

[2]当$\frac{1}{2m}>1$，即$0<m<\frac{1}{2}$时，$f'\left(\frac{1}{2m}\right)=\ln\frac{1}{2m}>0$，$f'\left(\frac{1}{e}\right)=-1+1-\frac{2m}{e}<0$，由$\ln x+1-2mx<\sqrt{x}+1-2mx<-2mx+\sqrt{x}+1+2m<0$，取$x_0=\left(\frac{2m+1}{2m}\right)^2$，则$f'(x_0)<0$，所以$f'(x)$有两个变号零点；**........................(4 分）**

综上：当$m\le 0$时，有 1 个极小值点，无极大值点；

当$0<m<\frac{1}{2}$时，有 1 个极小值点和 1 个极大值点；

当$m\ge\frac{1}{2}$时，无极值点**........................(5 分）**

（2）$m=1$时，$f(x)=bx$即$x\ln x-x^2=bx$即$\ln x-x=b$有两个不同的根$x_1,x_2(x_2<x_1)$，$\ln x_1-x_1=\ln x_2-x_2$，

$\ln x_1-\ln x_2=x_1-x_2$，$\ln\frac{x_1}{x_2}=x_1-x_2=t\ (t>0)$，$\begin{cases}\frac{x_1}{x_2}=e^t\\ x_1=x_2+t\end{cases}$，$\begin{cases}x_1=\frac{t\cdot e^t}{e^t-1}\\ x_2=\frac{t}{e^t-1}\end{cases}$**........................(7 分）**

$e^{\frac{1-x_2}{ax_2}}>\ln(\frac{ex_1}{x_2})$ 即 $e^{\frac{1-x_2}{ax_2}}>\ln(ex_1)-\ln x_2=1+\ln x_1-\ln x_2=1+t$，即$\frac{1-x_2}{ax_2}>\ln(1+t)$，$\frac{e^t-1}{t}-1>a\ln(1+t)$，

$e^t-1-t>at\ln(1+t)$**........................(9 分）**

下证$h(x)=e^x-1-x-ax\ln(1+x)>0$对$\forall x>0$恒成立（端点效应）

$h'(x)=e^x-1-a\left[\ln(1+x)+\frac{x}{1+x}\right]$，$h''(x)=e^x-a\left[\frac{1}{1+x}+\frac{1}{(1+x)^2}\right]$，$h'''(x)=e^x+a\left[\frac{1}{(1+x)^2}+\frac{2}{(1+x)^3}\right]$，

①当$0<a\le\frac{1}{2}$时，$h'''(x)=e^x+a\left[\frac{1}{(1+x)^2}+\frac{2}{(1+x)^3}\right]>0$，$\therefore h''(x)>h''(0)=1-2a\ge 0$，$\therefore h'(x)>h'(0)=0$，

$\therefore h(x)>h(0)=0$；**........................(10 分）**

②当$a>\frac{1}{2}$时，$h''(0)=1-2a<0$，$h''(\ln 2a)=2a-a\left[\frac{1}{1+x}+\frac{1}{(1+x)^2}\right]=a\left(2-\frac{1}{1+x}-\frac{1}{(1+x)^2}\right)>0$，$\exists x_0$使得$x\in(0,x_0)$时，$h''(0)<0$，所以在$(0,x_0)$上，$h'(x)<h'(0)=0$，在$(0,x_0)$上，$h(x)<h(0)=0$，不存在；**........................(11 分）**

综上：$0<a\le\frac{1}{2}$**........................(12 分）**