绝密★启用前

南宁市2023届高中毕业班第一次适应性测试

数 学（理科）

注意事项：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分．满分150分，考试时间120分钟．
2. 考生作答时请将答案答在答题卡上，选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效．
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{x|x>4\}$，$B=\{x\in \mathbf{Z}\,|\,3<x<7\}$，则 $A\cap B=$

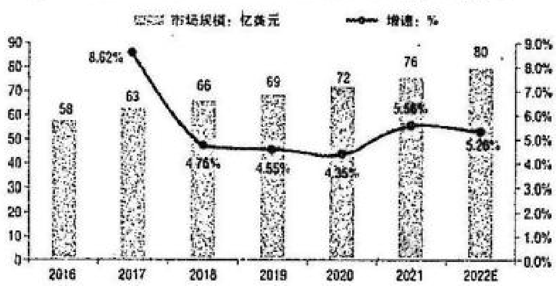
A．$(4,6)$　　B．$\{4,7\}$　　C．$\{4,5,6,7\}$　　D．$\{5,6\}$

2．已知复数 z 满足 $\bar{z}(1+\mathrm{i})=3-\mathrm{i}$（i为虚数单位），则复数 $z=$

A．$1+2\mathrm{i}$　　B．$1-2\mathrm{i}$　　C．$1+\mathrm{i}$　　D．$1-\mathrm{i}$

3．电动工具已成为人们生产和生活中常备的作业工具．数据显示，全球电动工具零部件市场规模由2016年的58亿美元增长至2020年的72亿美元，复合年均增长率达5.55%，2022年全球电动工具零部件市场规模达到80亿美元．根据此图，下列说法中正确的是

2016-2022年全球电动工具零部件市场规模预测趋势图



A．2016-2022年全球电动工具零部件市场规模逐步减少

B．2016-2022年全球电动工具零部件市场规模增长速度逐年增长

C．2021年全球电动工具零部件市场规模大于2020年全球电动工具零部件市场规模

D．2018-2019年全球电动工具零部件市场规模增速的差值最大

4．已知 $\sin^2\alpha=\cos\alpha-1$，则 $\sin\left(\alpha+\dfrac{3\pi}{2}\right)=$

A．1　　B．-1　　C．2　　D．$-\dfrac{1}{2}$

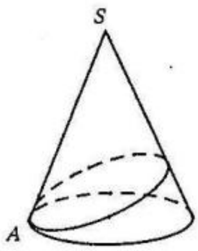
5．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=\dfrac{1}{3},a_{n+1}=\dfrac{a_n}{a_n+1}$，则数列 $\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$ 的前5项和为

A. 25　　B. 26　　C. 32　　D. $\frac{1}{7}$

6. 设随机变量 $X\sim N\left(1,\sigma^2\right)$, $P(1<X<2)=0.28$,则 $P(X>0)=$

A. 0.68　　B. 0.56　　C. 0.78　　D. 0.22

7. 如图，已知圆锥的底面半径为 1，母线长 $SA=3$，一只蚂蚁从 A 点出发绕着圆锥的侧面爬行一圈回到点 A，则蚂蚁爬行的最短距离为



A. 6　　B. 2π　　C. $2\sqrt{3}$　　D. $3\sqrt{3}$

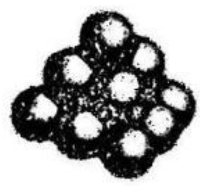
8. 已知 $\sqrt{3}\sin\alpha-\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{4}{5}$，则 $\cos\left(\frac{\pi}{3}-2\alpha\right)=$

A. $-\frac{1}{25}$　　B. $-\frac{7}{25}$　　C. $\frac{24}{25}$　　D. $\frac{9}{25}$

9. 已知函数 $f(x)=x^2$ 的图象在 $x=1$ 处的切线与函数 $g(x)=\frac{e^x}{a}$ 的图象相切，则实数 $a=$

A. $\frac{\sqrt{e}}{2}$　　B. $\sqrt{e}$　　C. $\frac{e\sqrt{e}}{2}$　　D. $e\sqrt{e}$

10. 如图的形状出现在南宋数学家杨辉所著的《详解九章算法·商功》中，后人称为“三角垛”.“三角垛”的最上层有 1 个球,第二层有 3 个球，第三层有 6 个球……在 2015 年世乒赛期间，苏州某景点就用乒乓球堆成“三角垛”型的装饰品．假设一个“三角垛”装饰品共有 n 层，记使用的乒乓球数量为 $f(n)$，则 $f(n)=$



（参考公式：$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$）

A. $\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$　　B. $\frac{n(n+1)}{2}$　　C. $\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$　　D. $\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$

11. 已知直线 l：$y=k\left(x-\frac{p}{2}\right)$ 与抛物线 C：$y^2=2px\left(p>0\right)$ 相交于 A、B 两点（其中 A 位于第一象限），若 $|BF|=3|FA|$，则 $k=$

A. $-\sqrt{3}$　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. -1　　D. $-\frac{1}{3}$

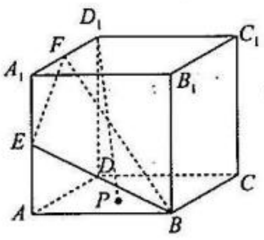
12. 已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$，关于 x 的方程 $f(x)=\frac{1}{2}$ 在区间 $[0,\pi]$ 上有且仅有 2 个实根，对于下列 4 个结论：①在区间 $(0,\pi)$ 上存在 x_1,x_2 ,满足 $f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=2$；② $f(x)$ 在区间 $(0,\pi)$ 有且仅有 1 个最大值点；③ $f(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{\pi}{15}\right)$ 上单调递增；④ ω 的取值范围是 $\left[\frac{11}{6},\frac{5}{2}\right)$,其中所有正确结论的编号是

A. ①③　　B. ①③④　　C. ②③　　D. ①④

二、填空题：本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y+2\leqslant 0,\\ 2x-y+2\geqslant 0,\\ x\leqslant 2,\end{cases}$ 则 $z=3x+y$ 的最大值为___▲___.

14. 如图，已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为2, E、F 分别是棱 AA_1、A_1D_1 的中点，点 P 为底面四边形 $ABCD$ 内（包括边界）的一动点，若直线 D_1P 与平面 BEF 无公共点，则点 P 在四边形 $ABCD$ 内运动所形成轨迹的长度为___▲___.



15. 已知 F_1,F_2 是双曲线 C 的两个焦点，P 为 C 上一点，$\angle F_1PF_2=60°$，且 $\sin\angle PF_2F_1=2\sin\angle PF_1F_2$，则 C 的离心率为___▲___.

16. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{e^{x+e}}-e^2, x\leqslant 0\\ -\sqrt{1+x^2}, x>0\end{cases}$，点 M、N 是函数 $y=f(x)$ 图象上不同的两个点，设 O 为坐标原点，则 $\tan\angle MON$ 的取值范围是___▲___.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生依据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

在△ABC 中，角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，已知 $(b-c)(\sin B+\sin C)=a(\sin A-\sin C)$.

(1) 求 B；

(2) 若△ABC 为锐角三角形，$b=\sqrt{3}$，求 a^2+c^2 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

如图 1,平面图形 $ABCD$ 是一个直角梯形，其中 $AB//CD$，$\angle ABC=90°$，$BC=DC=2$，$AB=6$，E 是 AB 上一点，且 $AE=2EB$. 将△AED 沿着 ED 折起使得平面 $AED\perp$ 平面 $DEBC$，连接 AB、AC，M、N 分别是 AD、AC 的中点，如图 2.

(1) 证明：在图 2 中 E、M、N、B 四点共面，且平面 $ADC\perp$ 平面 AED；

(2) 在图 2 中,若 G 是线段 AE 上一个动点，当直线 CG 与平面 BDG 所成角的正弦值取得最大值时，求 GE 的长.

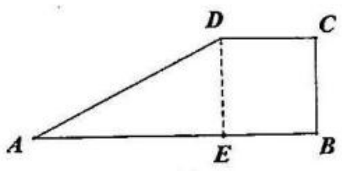


图1

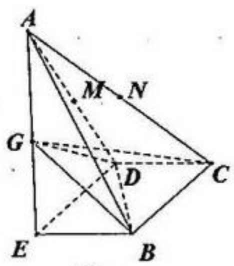


图2

19.（本小题满分 12 分）

在某次现场招聘会上，某公司计划从甲和乙两位应聘人员中录用一位，规定从 6 个问题中随机抽取 3 个问题作答．假设甲能答对的题目有 4 道，乙每道题目能答对的概率为$\frac{2}{3}$，

（1）求甲在第一次答错的情况下，第二次和第三次均答对的概率；

（2）请从期望和方差的角度分析，甲、乙谁被录用的可能性更大？

20.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x-a\ln(1+x)$，

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）当 $a=1$ 时，证明 $f(x)\geqslant 0$；

（3）证明对于任意正整数 n，都有 $\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{4n-1}+\frac{1}{4n}>2\ln 2$．

21.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点为 $F_1(-\sqrt{3},0)$，点 $P(\sqrt{3},\frac{1}{2})$ 在 E 上，

（1）求椭圆 E 的标准方程；

（2）已知椭圆 E 的上顶点为 A，圆 $M:(x-1)^2+y^2=r^2(r>0)$，椭圆 E 上是否存在两点 B,C 使得圆 M 内切于△ABC？若存在，求出直线 BC 的方程；若不存在，请说明理由．

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做则按所做的第一题记分。

22.（本小题满分 10 分）

在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，半圆 C 的极坐标方程为 $\rho+4\sin\theta=0$，$\theta\in\left[\pi,\frac{3\pi}{2}\right]$．

（1）求 C 的参数方程；

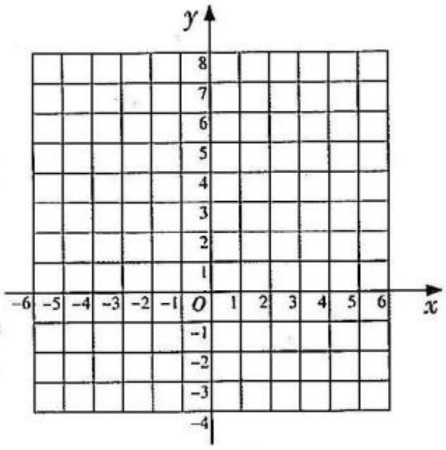
（2）已知点 D 在 C 上，若 C 在 D 处的切线与直线 $l:y=\sqrt{3}x-3$ 平行，求点 D 的极坐标．

23.（本小题满分 10 分）

已知函数 $f(x)=2|x-1|-|x+1|$，$g(x)=|x-1|$

（1）在给出的坐标系中画出函数 $y=f(x)$ 的图象；

（2）若关于 x 的不等式 $f(x)\leqslant ag(x)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围．



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。