

高三数学考试参考答案(理科)

1. A 【解析】本题考查集合的并集,考查数学运算的核心素养.

因为 $A = (\frac{1}{2}, +\infty), B = (-1, 3)$, 所以 $A \cup B = (-1, +\infty)$.

2. A 【解析】本题考查向量的坐标运算与平行,考查数学运算的核心素养.

$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = (-3, 3)$, 因为 $\vec{AC} \parallel \vec{CD}$, 所以 $-3(2m+1) = 3m$, 解得 $m = -\frac{1}{3}$.

3. C 【解析】本题考查三角函数的零点,考查运算求解能力.

由 $x \in [0, \pi]$, 得 $3x - \frac{\pi}{3} \in [-\frac{\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}]$, 由 $f(x) = 0$, 得 $3x - \frac{\pi}{3} = 0$ 或 π 或 2π , 所以 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 内零点的个数为 3.

4. B 【解析】本题考查复数的新概念与复数的运算,考查数学运算的核心素养.

因为 $z = (1-i)^2(1-i) = -2i(1-i) = -2-2i$, 所以 $3-2i$ 与 z 的虚部相等, 所以 $3-2i$ 是 z 的同部复数.

5. D 【解析】本题考查三角恒等变换,考查逻辑推理的核心素养.

因为 $\tan(\theta - \pi) = \tan \theta$, 所以乙和丁的判断只有一个正确. $\tan 2\theta = \frac{2\tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$, 若丁的判断正确, 则 $\tan \theta \geq 2, \tan 2\theta < 0$, 丙的判断错误; 若乙的判断正确, 则 $\tan 2\theta = \frac{4}{3} > 1$, 丙的判断也正确, 此时, θ 是第一或第三象限角, 所以当 θ 是第三象限角, 且 $\tan \theta = \frac{1}{\pi}$ 时, 只有丁的判断错误. 故此人是丁.

6. A 【解析】本题考查三视图与简单几何体的体积,考查空间想象能力与运算求解能力.

由三视图可知, 该几何体是四分之一圆柱(高为 $\frac{2}{3}$, 底面半径为 1), 其体积 $V = \frac{1}{4}\pi \times 1^2 \times \frac{2}{3} = \frac{\pi}{6}$. 设球 O 的半径为 r , 则 $\frac{4}{3}\pi \times r^3 = \frac{\pi}{6}$, 解得 $r = \frac{1}{2}$.

7. C 【解析】本题考查相互独立事件的概率,考查应用意识与逻辑推理的核心素养.

因为前两局甲都输了, 所以甲需要连胜四局或第三局到第六局输 1 局且第七局胜, 甲才能最后获胜, 所以甲最后获胜的概率为 $(\frac{1}{2})^4 + C_4^1 \times (1 - \frac{1}{2}) \times (\frac{1}{2})^4 = \frac{3}{16}$.

8. B 【解析】本题考查椭圆的实际应用,考查直观想象的核心素养.

由题意可知, $|PQ| + |PF_1| + |QF_1| = 4a = 3 \times 2c$, 所以 $c = \frac{2}{3}a, b = \sqrt{a^2 - c^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}a$. 由该椭球横截面的最大直径为 2 米, 可知 $2b = 2$ 米, 所以 $b = 1$ 米, $a = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ 米, 该椭球的高为 $2a = \frac{6\sqrt{5}}{5}$ 米.

9. A 【解析】本题考查函数的奇偶性与单调性,考查逻辑推理的核心素养.

因为当 $0 \leq x \leq 2$ 时, $f(x) = 2x - x^2$, 当 $x > 2$ 时, $f(x) = |x - 3| - 1$,

且 $f(2) = |2 - 3| - 1 = 0$, 所以 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上单调递增, 在 $(1, 3)$ 上单调递减, 在 $[3, +\infty)$ 上单调递增. 因为 $-f(-\sqrt{26}) = f(\sqrt{26}) > f(5) = 1 = f(1)$, $1 < 2^{0.3} < 3^{0.3} < 3$,

所以 $-f(-\sqrt{26}) > f(2^{0.3}) > f(3^{0.3})$. 来源: 高三答案公众号

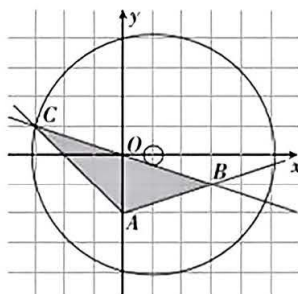
10. D 【解析】本题考查线性规划与圆,考查直观想象的核心素养与数形结合的数学思想.

作出不等式组表示的可行域, 如图所示. 当直线 $BC: x + 3y = 0$ 与圆

$(x - 1)^2 + y^2 = m$ 相切时, $\sqrt{m} = \frac{1}{\sqrt{10}}$, 则 $m = \frac{1}{10}$, 则 m 的最小值为

$\frac{1}{10}$; 当圆 $(x - 1)^2 + y^2 = m$ 经过点 $C(-3, 1)$ 时, $m = (-3 - 1)^2 + 1^2$

$= 17$, 则 m 的最大值为 17. 故 m 的取值范围是 $[\frac{1}{10}, 17]$.



11. C 【解析】本题考查空间向量与立体几何,考查数学运算的核心素养.

依题意可得 $\vec{DA} = (a^2 + 1, 2a, 3)$, $\vec{BC} = (1, 1, 1)$, $\vec{BD} = (-1, 0, 2)$.

设 $\mathbf{n} = (x, y, z)$ 是平面 BCD 的法向量,

$$\text{则} \begin{cases} \mathbf{n} \cdot \vec{BC} = 0, \\ \mathbf{n} \cdot \vec{BD} = 0, \end{cases} \text{即} \begin{cases} x + y + z = 0, \\ -x + 2z = 0, \end{cases} \text{令 } x = 2, \text{得 } \mathbf{n} = (2, -3, 1).$$

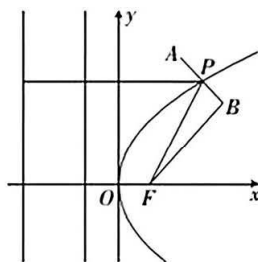
$$\text{所以点 } A \text{ 到平面 } BCD \text{ 的距离 } d = \frac{|\vec{DA} \cdot \mathbf{n}|}{|\mathbf{n}|} = \frac{|2a^2 - 6a + 1|}{\sqrt{14}} = \frac{2(a - \frac{3}{2})^2 + \frac{1}{2}}{\sqrt{14}}$$

当 $a = \frac{3}{2}$ 时, d 取得最小值, 此时, $\vec{AE} = (0, -3, -1)$,

$$\text{所以直线 } AE \text{ 与平面 } BCD \text{ 所成角的正弦值为 } \frac{|\vec{AE} \cdot \mathbf{n}|}{|\vec{AE}| |\mathbf{n}|} = \frac{8}{\sqrt{10} \times \sqrt{14}} = \frac{4\sqrt{35}}{35}.$$

12. A 【解析】本题考查抛物线定义的应用,考查直观想象的核心素养以及化归与转化的数学思想.

如图, $d_2 = d_1 + 2$, 因为 $A(2, 4)$ 关于 P 的对称点为 B , 所以 $|PA| = |PB|$, 所以 $d_1 + d_2 + |AB| = 2d_1 + 2 + 2|PA| = 2(d_1 + |PA|) + 2 = 2(|PF| + |PA|) + 2 \geq 2|AF| + 2 = 2\sqrt{17} + 2$, 所以当 P 在线段 AF 上时, $d_1 + d_2 + |AB|$ 取得最小值, 且最小值为 $2\sqrt{17} + 2$.



13. 003 【解析】本题考查系统抽样,考查数据处理能力.

因为 $\frac{600}{50} = 12$, 所以被抽检的零件的最小编号为 003.

14. 1 【解析】本题考查对数的运算,考查数学运算的核心素养.

因为 $\lg x = 2\lg y$, $\lg(x + y) = \lg y - \lg x$, 所以 $x = y^2$, $x + y = \frac{y}{x} (x > 0, y > 0)$,

则 $y^2 + y = \frac{1}{y}$, 所以 $y^2 + y^3 = 1$.

15. 3280 【解析】本题考查解三角形的实际应用, 考查直观想象的核心素养.

由题可知 $BC = DE = 48 \times \frac{300}{180} = 80$ 步, $BF = 100$ 步, $DG = 120$ 步, $BD = 800$ 步.

在 $\text{Rt}\triangle AHF$ 中, $\frac{AH}{HF} = \frac{BC}{BF} = \frac{4}{5}$, 在 $\text{Rt}\triangle AHG$ 中, $\frac{AH}{HG} = \frac{DE}{DG} = \frac{2}{3}$,

所以 $HF = \frac{5}{4}AH$, $HG = \frac{3}{2}AH$, 则 $HG - HF = 800 - 100 + 120 = 820 = \frac{1}{4}AH$,

所以 $AH = 3280$ 步.

16. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ 【解析】本题考查导数与不等式的交汇, 考查化归与转化的数学思想.

当 $x \in (0, +\infty)$, 且 $b \in (0, 2)$ 时, 由 $3x^{\frac{2}{3}} \leq ax + b$, 得 $a \geq 3x^{-\frac{1}{3}} - \frac{b}{x}$.

设 $g(x) = 3x^{-\frac{1}{3}} - \frac{b}{x}$, 则 $g'(x) = -x^{-\frac{4}{3}} + \frac{b}{x^2} = \frac{-x^{\frac{2}{3}} + b}{x^2}$,

得 $g(x)$ 在 $(0, b^{\frac{3}{2}})$ 上单调递增, 在 $(b^{\frac{3}{2}}, +\infty)$ 上单调递减,

$g(x)_{\max} = g(b^{\frac{3}{2}}) = \frac{2}{\sqrt{b}}$, 得 $a \geq \frac{2}{\sqrt{b}}$.

$ax + b \leq 2x^2 + 2$ 等价于 $a \leq 2x + \frac{2-b}{x}$, 而 $2x + \frac{2-b}{x} \geq 2\sqrt{2x \cdot \frac{2-b}{x}} = 2\sqrt{2(2-b)}$,

所以 $a \leq 2\sqrt{2(2-b)}$, 则 $\frac{2}{\sqrt{b}} \leq 2\sqrt{2(2-b)}$,

解得 $\frac{2-\sqrt{2}}{2} \leq b \leq \frac{2+\sqrt{2}}{2}$, 所以 b 的最大值是 $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$.

17. 解: (1) 设 $\{a_n\}$ 的公差为 d , $\{b_n\}$ 的公比为 q ,

则 $d = \frac{a_3 - a_1}{3 - 1} = 1$, 1 分

$q = \frac{b_2}{b_1} = 2$, 2 分

所以 $a_n = a_1 + (n-1)d = n$, 4 分

$b_n = b_1 q^{n-1} = 2^n$ 6 分

(2) 由(1)知 $a_{2n} + 3b_{2n-1} = 2n + 3 \times 2^{2n-1}$, 8 分

则 $S_n = 2 \times (1 + 2 + \dots + n) + 3 \times (2 + 2^3 + \dots + 2^{2n-1})$ 9 分

$= (1+n)n + 3 \times \frac{2(1-4^n)}{1-4} = 2 \times 4^n + n^2 + n - 2$ 12 分

评分细则:

【1】第(1)问还可以这样解答:

设 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 则 $a_3 = a_1 + 2d = 1 + 2d = 3$, 解得 $d = 1$, 1 分

所以 $a_n = a_1 + (n-1)d = n$ 3 分

设 $\{b_n\}$ 的公比为 q , 则 $b_2 = b_1 q = 2q = 4$, 解得 $q = 2$, 4 分
 所以 $b_n = b_1 q^{n-1} = 2^n$ 6 分

【2】第(2)问中, 最后的结果写为 $2^{2n+1} + n^2 + n - 2$, 不扣分.

18. (1) 证明: 连接 $C_1 D$ 1 分

在正四棱柱 $ABCD - A_1 B_1 C_1 D_1$ 中, $AD \parallel B_1 C_1$, 则 A, B_1, C_1, D 四点共面, 2 分

所以 $E \in$ 平面 $AB_1 C_1 D$ 3 分

因为侧面 $CC_1 D_1 D$ 为矩形, 且 O 为 CD_1 的中点, 来源: 高三答案公众号

所以 $C_1 D \cap CD_1 = O$, 所以 O 为平面 $AB_1 C_1 D$ 与平面 ACD_1 的一个公共点, 4 分

所以平面 $AB_1 C_1 D \cap$ 平面 $ACD_1 = AO$, 即平面 $AB_1 C_1 \cap$ 平面 $ACD_1 = AO$, 5 分

故 $E \in AO$ 6 分

(2) 解: 以 A 为坐标原点, $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}$ 的方向分别为 x, y, z 轴的正方向, 建立空间直角坐标系, 如图所示. 设 $AB = AD = t$, 其中 $t > 0$, 则

$B_1(t, 0, 4), C(t, t, 0), C_1(t, t, 4), E(\frac{t}{4}, \frac{t}{2}, 1)$, 8 分

$\overrightarrow{B_1 C} = (0, t, -4), \overrightarrow{C_1 E} = (-\frac{3t}{4}, -\frac{t}{2}, -3)$, 所以 $\overrightarrow{B_1 C} \cdot \overrightarrow{C_1 E} = -\frac{1}{2}t^2 +$

$12 = 6$, 解得 $t = 2\sqrt{3}$, 10 分

所以正四棱柱 $ABCD - A_1 B_1 C_1 D_1$ 的侧面积为 $4AB \cdot AA_1 = 4 \times 2\sqrt{3} \times$

$4 = 32\sqrt{3}$ 12 分

评分细则:

【1】第(1)问中, 必须展示作辅助线的过程, 仅在图中体现辅助线但过程中无体现的扣 1 分; A, B_1, C_1, D 四点共面是证明第一问的关键, 不写清楚四点共面的过程要扣 1 分.

【2】第(2)问中, 建立空间直角坐标系的形式不唯一, 只要建系合理, 点的坐标计算正确均可.

第(2)问的另一种解法如下:

$\overrightarrow{B_1 C} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB_1} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) - (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1}) = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA_1}$, 7 分

$\overrightarrow{C_1 E} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AC_1} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{AC_1} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD_1}) - (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}) = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD}$

$+ \overrightarrow{AA_1}) - (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}) = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AA_1}$, 9 分

$\overrightarrow{B_1 C} \cdot \overrightarrow{C_1 E} = (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA_1}) \cdot (-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AA_1}) = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}^2 + \frac{3}{4}\overrightarrow{AA_1}^2 = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}^2 +$

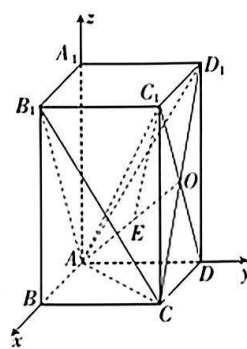
12 10 分

由 $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}^2 + 12 = 6$, 解得 $|\overrightarrow{AD}| = 2\sqrt{3}$, 即 $AD = 2\sqrt{3}$, 11 分

所以正四棱柱 $ABCD - A_1 B_1 C_1 D_1$ 的侧面积为 $4AD \cdot AA_1 = 4 \times 2\sqrt{3} \times 4 = 32\sqrt{3}$ 12 分

19. 解: (1) 由图可知 $f(x)$ 的图象与 x 轴切于原点. 1 分

因为 $f'(x) = ae^x + b$, 所以 $f'(0) = a + b = 0$ 2 分



- 又 $f(0)=a-2=0$, 所以 $a=2$, 3 分
 所以 $b=-2$, $f(x)$ 的解析式为 $f(x)=2e^x-2x-2$ 4 分
 (2) 由 $f(x)+f(2x)>6x+m$ 对 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 得 $m < f(x)+f(2x)-6x$ 对 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立.
 5 分
 设函数 $g(x)=f(x)+f(2x)-6x=2e^{2x}+2e^x-12x-4$,
 则 $g'(x)=4e^{2x}+2e^x-12=2(2e^x-3)(e^x+2)$ 6 分
 令 $g'(x)=0$, 得 $x=\ln \frac{3}{2}$ 7 分
 令 $g'(x)<0$, 得 $x < \ln \frac{3}{2}$; 令 $g'(x)>0$, 得 $x > \ln \frac{3}{2}$ 8 分
 所以 $g(x)$ 在 $(-\infty, \ln \frac{3}{2})$ 上单调递减, 在 $(\ln \frac{3}{2}, +\infty)$ 上单调递增. 9 分
 所以 $g(x)_{\min}=g(\ln \frac{3}{2})=\frac{7}{2}-12\ln \frac{3}{2}$, 11 分
 所以 $m < \frac{7}{2}-12\ln \frac{3}{2}$, 即 m 的取值范围是 $(-\infty, \frac{7}{2}-12\ln \frac{3}{2})$ 12 分

评分细则:

【1】第(1)问中, 未写“由图可知 $f(x)$ 的图象与 x 轴切于原点”, 但是写了“ $f'(0)=f(0)=0$ ”, 不扣分.

【2】第(2)问中, 最后得到 $m < \frac{7}{2}-12\ln \frac{3}{2}$, 但是没有写成区间形式, 不扣分.

20. (1) 解: 因为 c^2, a^2, b^2 成等差数列, 所以 $2a^2=c^2+b^2$ 1 分
 又 $c^2=a^2+b^2$, 所以 $a^2=2b^2$ 2 分

将点 $(3, \frac{\sqrt{6}}{2})$ 的坐标代入 C 的方程得 $\frac{9}{2b^2}-\frac{4}{b^2}=1$, 解得 $b^2=3$, 3 分

所以 $a^2=6$, 所以 C 的方程为 $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1$ 4 分

(2) 证明: 依题意可设 $PQ: x=my+3$, 5 分

由 $\begin{cases} x=my+3, \\ \frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1, \end{cases}$ 得 $(m^2-2)y^2+6my+3=0$ 6 分

设 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2), y_1 > y_2$, 则 $\begin{cases} y_1+y_2=\frac{-6m}{m^2-2}, \\ y_1y_2=\frac{3}{m^2-2}. \end{cases}$ 7 分

$M(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}), N(2, \frac{y_1+y_2}{2})$,

则 $k_1-k_2=k_{PN}-k_{QN}=\frac{\frac{y_1-y_2}{2}}{x_1-2}-\frac{\frac{y_2-y_1}{2}}{x_2-2}=\frac{\frac{y_1-y_2}{2}}{my_1+1}-\frac{\frac{y_2-y_1}{2}}{my_2+1}=\frac{(y_1-y_2)[m(y_1+y_2)+2]}{2[m^2y_1y_2+m(y_1+y_2)+1]}$,

..... 9分
而 $S = \frac{1}{2} |OF| \cdot (y_1 - y_2) = \frac{3}{2} (y_1 - y_2)$, 10分

$$\text{所以 } \frac{k_1 - k_2}{S} = \frac{m(y_1 + y_2) + 2}{3[m^2 y_1 y_2 + m(y_1 + y_2) + 1]} = \frac{\frac{-6m^2}{m^2 - 2} + 2}{3(\frac{3m^2}{m^2 - 2} + \frac{-6m^2}{m^2 - 2} + 1)} = \frac{-4m^2 - 4}{-6m^2 - 6} = \frac{2}{3},$$

所以 $\frac{k_1 - k_2}{S}$ 是定值. 12分

评分细则:来源:高三答案公众号

【1】第(2)问中,用 PQ 作为底边, O 到直线 PQ 的距离 d 为高, $S = \frac{1}{2} d \times |PQ|$, 得到 $S = \frac{3}{2} (y_1 - y_2)$, 不扣分.

【2】第(2)问还可以这样解答:

当直线 PQ 的斜率不存在时, $PQ: x = 3, P(3, \frac{\sqrt{6}}{2}), Q(3, -\frac{\sqrt{6}}{2}), N(2, 0)$,

$$\frac{k_1 - k_2}{S} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{2} - (-\frac{\sqrt{6}}{2})}{\frac{1}{2} \wedge 3 \wedge \sqrt{6}} = \frac{2}{3}. \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

当直线 PQ 的斜率存在时, 设 $PQ: y = k(x - 3)$, 设 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2), y_1 > y_2$.

$$\text{由 } \begin{cases} y = k(x - 3), \\ \frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1, \end{cases} \text{ 得 } (1 - 2k^2)x^2 + 12k^2x - 18k^2 - 6 = 0, \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

$$\text{则 } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-12k^2}{1 - 2k^2}, \\ x_1 x_2 = \frac{-18k^2 - 6}{1 - 2k^2}. \end{cases} \dots\dots\dots 7 \text{分}$$

$$M(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}), N(2, \frac{y_1 + y_2}{2}).$$

$$k_1 - k_2 = \frac{\frac{y_1 - y_2}{2}}{\frac{x_1 - 2}{2}} - \frac{\frac{y_2 - y_1}{2}}{\frac{x_2 - 2}{2}} = \frac{\frac{y_1 - y_2}{2}}{\frac{x_1 - 2}{2}} - \frac{\frac{y_2 - y_1}{2}}{\frac{x_2 - 2}{2}} = \frac{(y_1 - y_2)(x_1 + x_2 - 4)}{2[x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4]}, \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

而 $S = \frac{1}{2} \cdot |OF| \cdot (y_1 - y_2) = \frac{3}{2} (y_1 - y_2)$, 10分

$$\text{所以 } \frac{k_1 - k_2}{S} = \frac{x_1 + x_2 - 4}{3[x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4]} = \frac{\frac{-12k^2}{1 - 2k^2} - 4}{3(\frac{-18k^2 - 6}{1 - 2k^2} + \frac{24k^2}{1 - 2k^2} + 4)} = \frac{-4(k^2 + 1)}{-6(k^2 + 1)} = \frac{2}{3},$$

所以 $\frac{k_1 - k_2}{S}$ 是定值. 12分

21. 解:(1) X 的可能取值为 2, 3, 4, 则 $P(X=2) = \frac{C_5^2}{C_5^3 C_5^2} = 0.1, \dots\dots\dots 1$ 分

$$P(X=3) = \frac{C_5^2 C_3^1 C_2^1}{C_5^3 C_5^2} = 0.6, P(X=4) = \frac{C_5^2 C_3^2}{C_5^3 C_5^2} = 0.3, \dots\dots\dots 2$$
 分

则 X 的分布列为

X	2	3	4
P	0.1	0.6	0.3

$\dots\dots\dots 3$ 分

$$E(X) = 2 \times 0.1 + 3 \times 0.6 + 4 \times 0.3 = 3.2, \dots\dots\dots 4$$
 分

(2) 设食品药品监督管理部门邀请的代表记为集合 A , 人数为 $m = \text{Card}(A)$, 卫生监督管理部门邀请的代表为集合 B , 人数为 $n = \text{Card}(B)$, 则收到两个部门邀请的代表的集合为 $A \cup B$, 人数为 $\text{Card}(A \cup B)$.

设参加会议的群众代表的人数为 Y , 则 $Y = \text{Card}(A \cup B)$. $\dots\dots\dots 5$ 分

若 $\text{Card}(A \cup B) = k$, 则 $\text{Card}(A \cap B) = m + n - k$,

$$\text{则 } P(Y=k) = \frac{C_{100}^m C_{100-m}^{k-m} C_m^{m+n-k}}{C_{100}^m C_{100}^n} = \frac{C_{100-m}^{k-m} C_m^{k-n}}{C_{100}^n}, \dots\dots\dots 7$$
 分

$$P(Y=k+1) = \frac{C_{100-m}^{k+1-m} C_m^{k+1-n}}{C_{100}^n},$$

$$\frac{P(Y=k+1)}{P(Y=k)} = \frac{C_{100-m}^{k+1-m} C_m^{k+1-n}}{C_{100-m}^{k-m} C_m^{k-n}} = \frac{(m+n-k)(100-k)}{(k+1-m)(k+1-n)}. \dots\dots\dots 8$$
 分

$$\text{令 } P(Y=k+1) \leq P(Y=k), \text{ 得 } \frac{P(Y=k+1)}{P(Y=k)} \leq 1, \text{ 解得 } k \geq \frac{101(m+n)-mn-1}{102}. \dots\dots\dots 9$$
 分

$$\text{以 } k-1 \text{ 代替 } k, \text{ 得 } \frac{P(Y=k)}{P(Y=k-1)} = \frac{(m+n+1-k)(101-k)}{(k-m)(k-n)},$$

$$\text{令 } P(Y=k-1) \leq P(Y=k), \text{ 得 } \frac{P(Y=k)}{P(Y=k-1)} \geq 1,$$

$$\text{令 } P(Y=k-1) \leq P(Y=k), \text{ 得 } \frac{P(Y=k+1)}{P(Y=k)} \leq 1, \text{ 解得 } k \leq \frac{101(m+n)-mn-1}{102} + 1, \dots\dots\dots$$

$\dots\dots\dots 10$ 分

$$\text{所以 } \frac{101(m+n)-mn-1}{102} \leq k \leq \frac{101(m+n)-mn-1}{102} + 1.$$

若 $\frac{101(m+n)-mn-1}{102}$ 为整数, 则当 $k = \frac{101(m+n)-mn-1}{102}$ 或 $k = \frac{101(m+n)-mn-1}{102} + 1$

时, $P(Y=k)$ 取得最大值, 所以估计参加会议的群众代表的人数为 $\frac{101(m+n)-mn-1}{102}$ 或

$$\frac{101(m+n)-mn-1}{102} + 1; \dots\dots\dots 11$$
 分

若 $\frac{101(m+n)-mn-1}{102}$ 不是整数, 则当 $k = \lceil \frac{101(m+n)-mn-1}{102} \rceil + 1$ 时, $P(Y=k)$ 取得最大

值,所以估计参加会议的群众代表的人数为 $\lceil \frac{101(m+n)-mn-1}{102} \rceil + 1$, 其中,

$\lceil \frac{101(m+n)-mn-1}{102} \rceil$ 表示不超过 $\frac{101(m+n)-mn-1}{102}$ 的最大整数. 12分

评分细则:来源:高三答案公众号

【1】第(1)问中, $P(X=4)=1-0.1-0.6=0.3$, 不扣分.

【2】第(2)问中,未写“ $Y = \text{Card}(A \cup B)$ ”,但是,得到 $P(Y=k) = \frac{C_{100}^m C_{100-m}^{k-m} C_m^{m+n-k}}{C_{100}^m C_{100}^n} =$

$\frac{C_{100-m}^{k-m} C_m^{k-n}}{C_{100}^n}$, 不扣分. 最后一行中的“最大整数”写为“整数部分”,不扣分.

22. 解:(1)圆 C 的普通方程为 $(x-\frac{\sqrt{3}}{2})^2 + (y+\frac{1}{2})^2 = 1$, 1分

即 $x^2 + y^2 - \sqrt{3}x + y = 0$, 2分

则 $\rho^2 - \sqrt{3}\rho\cos\theta + \rho\sin\theta = 0$, 3分

所以圆 C 的极坐标方程为 $\rho = \sqrt{3}\cos\theta - \sin\theta = 2\cos(\theta + \frac{\pi}{6})$ 4分

(2)不妨设 $A(\rho_1, \theta), B(\rho_2, \theta + \frac{\pi}{6}), 0 \leq \theta < 2\pi$, 则 $\rho_1 = 2\cos(\theta + \frac{\pi}{6}), \rho_2 = 2\cos(\theta + \frac{\pi}{3})$,

..... 6分

则 $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}\rho_1\rho_2\sin\frac{\pi}{6} = \cos(\theta + \frac{\pi}{6})\cos(\theta + \frac{\pi}{3}) = \frac{\cos(2\theta + \frac{\pi}{2}) + \cos\frac{\pi}{6}}{2} = \frac{\sqrt{3} - 2\sin 2\theta}{4}$

..... 9分

当 $\sin 2\theta = -1$ 时, $\triangle AOB$ 的面积取得最大值,且最大值为 $\frac{\sqrt{3}+2}{4}$ 10分

评分细则:

【1】第(1)问中,得到的极坐标方程写为 $\rho = \sqrt{3}\cos\theta - \sin\theta$, 不扣分.

【2】第(2)问还可以这样解答:

依题意可得圆 C 是 $\triangle AOB$ 的外接圆,由正弦定理得 $\frac{AB}{\sin\angle AOB} = 2 \times 1$,

所以 $AB = 1$ 6分

由余弦定理得 $AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB\cos\angle AOB$, 7分

即 $1 = OA^2 + OB^2 - \sqrt{3}OA \cdot OB \geq 2OA \cdot OB - \sqrt{3}OA \cdot OB = (2 - \sqrt{3})OA \cdot OB$, 8分

所以 $OA \cdot OB \leq 2 + \sqrt{3}$, 当且仅当 $OA = OB$ 时, 等号成立, 9分

所以 $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB\sin\frac{\pi}{6} \leq \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$, 故 $\triangle AOB$ 面积的最大值为 $\frac{\sqrt{3} + 2}{4}$ 10分

23. 解:(1) $f(x) = |x^2 - 2x - 3| + |x^2 - 2x - 8| \geq |x^2 - 2x - 3 - (x^2 - 2x - 8)| = 5$, 2分

当且仅当 $(x^2 - 2x - 3)(x^2 - 2x - 8) \leq 0$, 即 $3 \leq x^2 - 2x \leq 8$ 时, 等号成立, 3分

所以 $f(x)$ 的最小值为 5, 4 分

此时 x 的取值集合为 $[-2, -1] \cup [3, 4]$ 5 分

(2) 令 $t = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \geq 0$, 则 $f(x) = |t-4| + |t-9| > 19$, 6 分

得 $\begin{cases} t < 4, \\ 4-t+9-t > 19 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 4 \leq t \leq 9, \\ t-4+9-t > 19 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} t > 9, \\ t-4+t-9 > 19, \end{cases}$ 8 分

解得 $t < -3$ 或 $t > 16$ 9 分

因为 $t \geq 0$, 所以 $(x-1)^2 > 16$, 所以 $x \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$,

所以不等式 $f(x) > 19$ 的解集为 $(-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$ 10 分

评分细则:

【1】第(1)问中, 最后未写“ x 的取值集合为 $[-2, -1] \cup [3, 4]$ ”, 而写为“ $-2 \leq x \leq -1$ 或 $3 \leq x \leq 4$ ”, 扣 1 分, 写为“ $x \in [-2, -1] \cup [3, 4]$ ”, 不扣分.

【2】第(1)问还可以这样解答:

设 $t = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \geq 0$, 则 $f(x) = |t-4| + |t-9| \geq 5$, 2 分

当且仅当 $t \in [4, 9]$ 时, 等号成立, 3 分

所以 $f(x)$ 的最小值为 5, 4 分

此时 $(x-1)^2 \in [4, 9]$, 即 $x \in [-2, -1] \cup [3, 4]$ 5 分

【3】第(2)问还可以分 5 段讨论解不等式, 阅卷时请按步骤给分.

关于我们



自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注自主选拔在线官方微信号: [zizzsw](https://www.zizzsw.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线