2023 年新高考数学 I 卷试题参考答案

一、单选题

1、C　2、A　3、D　4、D

5、A　6、B　7、C　8、B

二、多选题

9、BD　10、ACD　11、ABC　12、ABD

三、填空题

13、64　14、$\frac{7\sqrt{6}}{6}$　15、$2 \le \omega < 3$　16、$\frac{3\sqrt{5}}{5}$

四、解答题

17.（10 分）

已知在 $\triangle ABC$ 中，$A+B=3C$，$2\sin(A-C)=\sin B$.

（1）求 $\sin A$；

（2）设 $AB=5$，求 AB 边上的高.

解析

(1). 由题意得

$$A+B=3C \Rightarrow A+B+C=4C=\pi \Rightarrow C=\frac{\pi}{4}$$

所以

$$2\sin\left(A-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(\frac{3}{4}\pi-A\right) \Rightarrow \sin A=\frac{3\sqrt{10}}{10}$$

(2). 因为 $\sin B=\sin(A+C)=\frac{2}{\sqrt{5}}$，所以由正弦定理可知

$$\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C} \Rightarrow b=2\sqrt{10}$$

所以由面积法可知

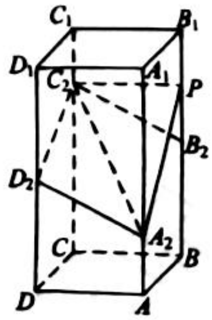
$$S=\frac{1}{2}\cdot b\cdot c\cdot\sin A=\frac{1}{2}\cdot c\cdot h \Rightarrow h=b\sin A=6$$

18.（12分）

如图，在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2$，$AA_1=4$．点 A_2，B_2，C_2，D_2 分别在棱 AA_1，BB_1，CC_1，DD_1 上，$AA_2=1$，$BB_2=DD_2=2$，$CC_2=3$．

（1）证明：$B_2C_2 // A_2D_2$；

（2）点 P 在棱 BB_1 上，当二面角 $P-A_2C_2-D_2$ 为150°时，求 B_2P．



解析

以 C 为原点，CD 为 x 轴，CB 为 y 轴，CC_1 为 z 轴建立空间直角坐标系，所以

$B_2:(0,2,2)$，$C_2:(0,0,3)$，$A_2:(2,2,1)$，$D_2:(2,0,2)$

(1). 因为 $\overrightarrow{B_2C_2}=(0,-2,1)$，$\overrightarrow{A_2D_2}=(0,-2,1)$

所以 $\overrightarrow{B_2C_2}=\overrightarrow{A_2D_2}$，所以 $B_2C_2 // A_2D_2$.

(2). 设 $P:(0,2,t)$，其中 $2\leqslant t\leqslant 4$

所以 $\overrightarrow{PA_2}=(2,0,1-t)$，$\overrightarrow{PC_2}=(0,-2,3-t)$，$\overrightarrow{D_2C_2}=(-2,0,1)$，$\overrightarrow{D_2A_2}=(0,2,-1)$．

所以面 PA_2C_2 法向量 $\overrightarrow{n_1}=(t-1,3-t,2)$，面 $D_2A_2C_2$ 法向量 $\overrightarrow{n_2}=(1,1,2)$

因为二面角 $P-A_2C_2-D_2$ 为 150°，所以

$$\left|\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2t^2-8t+14}}\right|=|\cos 150^\circ|=\frac{\sqrt{3}}{2}\ \Rightarrow\ t=1(\text{舍})\ ||\ t=3$$

所以 $B_2P=1$

19.（12分）

已知函数 $f(x)=a(e^x+a)-x$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）证明：当 $a>0$ 时，$f(x)>2\ln a+\frac{3}{2}$.

解析

(1). 对 $f(x)$ 求导得 $f'(x)=a\cdot e^x-1$, 故

① $a\leqslant 0$ 时, $f'(x)\leqslant -1<0$, 函数 $f(x)$ 单调递减

② $a>0$ 时, 令 $f'(x)=0$ 得 $x_0=-\ln a$, 故

	$(-\infty,-\ln a)$	$-\ln a$	$(-\ln a,\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	极小值	↗

(2). $f_{\min}=f(-\ln a)=a^2+1+\ln a$

令 $g(a)=a^2-\ln a-\frac{1}{2}$, 求导得 $g'(a)=2a-\frac{1}{a}$

令导数为 0 解得 $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$, 所以

	$\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\infty\right)$
$g'(a)$	$-$	0	$+$
$g(a)$	↘	极小值	↗

所以 $g_{\min}=g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{\ln 2}{2}>0$

故 $g(a)>0$, 所以 $f(x)>2\ln a+\frac{3}{2}$

20. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，且 $d>1$，令 $b_n=\frac{n^2+n}{a_n}$，记 S_n，T_n 分别为数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的前 n 项和.

（1）若 $3a_2=3a_1+a_3$，$S_3+T_3=21$，求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）若 $\{b_n\}$ 为等差数列，且 $S_{99}-T_{99}=99$，求 d.

(1). 由题意得 $3a_2=3a_1+a_3$，$2a_2=a_1+a_3$，解得

$$a_2=2a_1$$

又因为 $\{a_n\}$ 为等差数列，所以 $a_n=a_1\cdot n$，所以 $b_n=\frac{n+1}{a_1}$

因为 $S_3+T_3=21$，所以

$$6a_1+\frac{9}{a_1}=21\ \Rightarrow\ a_1=3\ ||\ a_1=\frac{1}{2}(\text{舍})$$

所以 $a_n=3n$

(2). 设 $a_n=d_a\cdot n+p_a$，$b_n=d_b\cdot n+p_b$，其中 $d_a>1$

记 $c_n=a_n-b_n=(d_a-d_b)n+p_a-p_b$，故 $\{c_n\}$ 也为等差数列，所以

$$S_{99}-T_{99}=c_1+c_2+\cdots+c_{99}=\frac{(c_1+c_{99})\cdot 99}{2}=99\cdot c_{50}=99$$

所以 $c_{50}=1$

因为 $b_n=\frac{n^2+n}{a_n}$，所以代入可得

$$d_bn+p_b=\frac{n^2+n}{d_an+p_a}\Longrightarrow n^2+n=d_a\cdot d_b\cdot n^2+(d_a\cdot p_b+d_b\cdot p_a)n+p_a\cdot p_b$$

所以可得方程组

$$\begin{cases} d_a\cdot d_b=1\\ d_a\cdot p_b+d_b\cdot p_a=1\\ p_a\cdot p_b=0\\ 50\left(d_a-d_b\right)+p_a-p_b=1\end{cases}$$

解得 $d=d_a=\frac{51}{50}$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。