

试卷类型:A

绝密★启用前

2023年普通高等学校招生全国统一考试

(第二次模拟考试)

文科数学

注意事项:

- 答卷前,考生务必将自己的姓名、考场、座位号写在答题卡上,将条形码粘贴在规定区域。本试卷满分150分,考试时间120分钟。
 - 做选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。
 - 回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
 - 考试结束后,将答题卡交回。
- 一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 若 $z = -i$, 则 $|z^2 - 2z + 1| =$
 - $2\sqrt{2}$
 - 2
 - $\sqrt{2}$
 - 3
- 设集合 $A = \{x | x^2 - 4 \leq 0\}$, $B = \{-3, -1, 2, 3\}$, 则 $A \cap B =$
 - $\{-3, -1\}$
 - $\{-1, 3\}$
 - $\{-1, 2\}$
 - $\{-3, 3\}$
- 已知 $B(9, b)$ 为抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 上第一象限的一点, 以点 B 为圆心且半径为12的圆经过 C 的焦点 F , 则 $b =$
 - $2\sqrt{3}$
 - $3\sqrt{2}$
 - $6\sqrt{2}$
 - $6\sqrt{3}$
- 正多面体共有5种, 统称为柏拉图体, 它们分别是正四面体、正六面体(即正方体)、正八面体、正十二面体、正二十面体。若连接某正方体的相邻面的中心, 就可以得到一个正八面体, 已知该正八面体的体积为36, 则生成它的正方体的棱长为
 - 8
 - 6
 - 4
 - 3
- 设 $a = 2^{-1}$, $b = \log_5 2$, $c = \log_4 5$, 则
 - $a > c > b$
 - $b > a > c$
 - $c > a > b$
 - $c > b > a$
- 函数 $f(x) = x^4 + 2x^3$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为
 - $y = 10x - 7$
 - $y = 10x + 13$
 - $y = 2x + 13$
 - $y = 2x + 7$

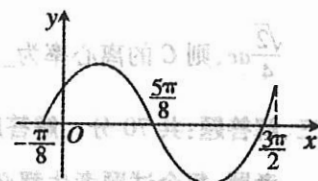
文科数学试卷 第1页(共4页)

7. 已知 $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, 且 $8\sin\alpha - 3\cos 2\alpha + 5 = 0$, 则 $\sin\alpha =$

- $-\frac{1}{5}$
- $-\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{5}$

8. 设函数 $f(x) = \cos(\omega x - \frac{\pi}{3})$ 在 $[-\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{2}]$ 的大致图象如下图, 则 $f(\frac{\pi}{2}) =$

- 1
- $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\frac{1}{2}$



9. 若 $f(x) = \ln|\frac{1}{3} - \frac{2}{x+3}| - n$ 是奇函数, 则 $n =$

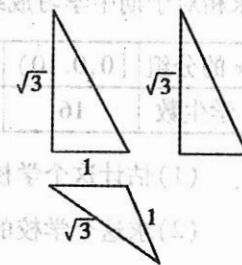
- $\ln \frac{1}{3}$
- $-\frac{\ln 3}{3}$
- $-\frac{\ln 6}{6}$
- $\ln \frac{1}{6}$

10. 小王家订了一份报纸, 送报人可能在早上6:30~7:30之间把报送到小王家, 小王离开家去工作的时间在早上7:00~8:00之间。用 A 表示事件: “小王在离开家前能得到报纸”, 设送报人到达的时间为 x , 小王离开家的时间为 y , (x, y) 看成平面中的点, 则用几何概型的公式得到事件 A 的概率 $P(A)$ 等于

- $\frac{7}{8}$
- $\frac{3}{5}$
- $\frac{2}{5}$
- $\frac{1}{8}$

11. 某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥中最长的棱的长度为

- $\sqrt{3}$
- $2\sqrt{3}$
- $\sqrt{6}$
- $2\sqrt{6}$



12. 已知 A, B, C 为球 O 的球面上的三个点, $\odot O_1$ 为 $\triangle ABC$ 的外接圆, 若 $\odot O_1$ 的面积为 12π , $AB = AC = OO_1$, 则当 $\triangle ABC$ 的面积最大时, 球 O 的表面积为

- 84π
- 96π
- 180π
- 192π

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分。

13. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x + y - 2 \geq 0, \\ x - y - 1 \leq 0, \\ x + y - 3 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = x + y$ 的最小值为

14. 已知 $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$, \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 θ , 且 $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{13}$, 则 $\theta =$

文科数学试卷 第2页(共4页)

15. 已知圆 C 经过点 $A(4,2)$ 和点 $B(1,3)$, 且圆心在直线 $x-2y=0$ 上, 则圆 C 的标准方程为 _____.

16. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两个焦点为 $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$, 以 C 的虚轴为直径的圆记为 D , 过 F_1 作 D 的切线与 C 的渐近线 $y = -\frac{b}{a}x$ 交于点 H , 若 $\triangle F_1HO$ 的面积为 $\frac{\sqrt{2}}{4}ac$, 则 C 的离心率为 _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 等比数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, a_1 = 1, b_1 = 2, a_2 + b_2 = 4$.

- (1) 若 $a_3 + b_3 = 13$, 且等比数列 $\{b_n\}$ 的公比大于 0, 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;
- (2) 若 $S_3 = 14$, 求 T_4 .

18. (12 分)

某学校为了解高一学生的学习成绩变化情况, 随机调查了 100 名学生, 得到这些学生期末相对于期中学习成绩增长率 x 的频数分布表.

x 的分组	$[0, 0.10)$	$[0.10, 0.20)$	$[0.20, 0.30)$	$[0.30, 0.40)$	$[0.40, 0.50)$	$[0.50, 0.60)$
学生数	16	24	30	12	10	8

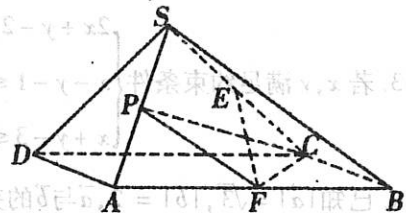
- (1) 估计这个学校的高一学生中, 学习成绩增长率不低于 40% 的学生比例;
- (2) 求这个学校的高一学生学习成绩增长率的平均数与标准差的估计值 (同一组中的数据用该组区间的中点值为代表). (精确到 0.001)

附: $\sqrt{212} \approx 14.56$.

19. (12 分)

如图, 四棱锥 $S-ABCD$ 中, 侧面 $SCD \perp$ 底面 $ABCD, AD \parallel BC, AD = BC = 1, SD = SC = \sqrt{2}AD, DC = 2AD, E, F$ 分别是 SC 和 AB 的中点, $\angle ADC = 60^\circ$.

- (1) 证明: $EF \parallel$ 平面 SAD ;
- (2) 点 P 在棱 SA 上, 当 $PD = AD$ 时, 求四棱锥 $P-AFCD$ 的体积.



文科数学试卷 第 3 页 (共 4 页)

20. (12 分)

设函数 $f(x) = e^x(ae^x + 1 - x) + a (a \in \mathbb{R})$.

- (1) 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 求 $g(x) = f'(x)e^{-x}$ 的单调区间;
- (2) 若 $f(x)$ 有两个极值点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 求 a 的取值范围.

21. (12 分)

已知定点 $M(-2, 0), N(-1, 0), P(2, 0)$, 及动点 $Q(0, t) (t \neq 0)$, 点 R 是直线 MQ 上的动点, 且 $PR \perp NQ$.

- (1) 求点 R 的轨迹 C 的方程;
- (2) 过点 $D(1, 0)$ 的直线与曲线 C 交于点 A, B , 试探究: $\triangle MAB$ 的面积是否存在最大值, 若存在, 请求出最大值; 若不存在, 请说明理由.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 并用 2B 铅笔将所选题号涂黑, 多涂、错涂、漏涂均不给分, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

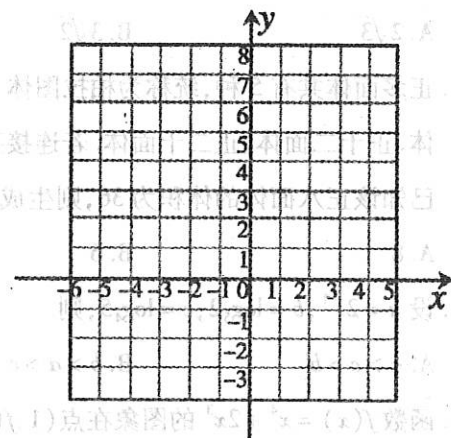
在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 4t^2, \\ y = 4t, \end{cases} (t \text{ 为参数})$. 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

- (1) 写出 C 的普通方程;
- (2) 若 A, B 是 C 上异于坐标原点 O 的两动点, 且 $OA \perp OB, OP \perp AB$ 并与线段 AB 相交于点 P , 求点 P 轨迹的极坐标方程.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |x - 1|, g(x) = 2|x + 2| - |x - 1|$.

- (1) 画出 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 的图象;
- (2) 若 $f(x + a) \geq g(x)$, 求 a 的值.



文科数学试卷 第 4 页 (共 4 页)

2023年普通高等学校招生全国统一考试
(第二次模拟考试)
文科数学答题卡

试卷类型 [A] [B]

贴条形码区

姓名 _____

座位号

考生号

- 注意事项**
1. 答题前, 考生将试卷类型(A或B)、姓名、座位号和考生号涂写在答题卡相应位置, 并在答题卡背面左上角填写姓名和座位号, 认真核对条形码上的姓名、座位号、考生号和文理科类别, 贴在规定位置上。
 2. 答选择题时, 必须使用2B铅笔将对应题目的答案标号涂黑, 修改时用橡皮擦干净, 再选涂其他答案。
 3. 答非选择题时, 必须使用0.5毫米的黑色字迹中性笔书写, 要求字体工整, 笔迹清晰, 严格按题号所指示的答题区域作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在试题卷、草稿纸上答题无效。
 4. 保持答题卡清洁、完整, 严禁折叠, 严禁在答题卡上做任何标记, 严禁使用涂改液、胶带纸、修正带。

此栏考生禁填 缺考标记 缺考考生由监考员贴条形码, 并用2B铅笔填涂左边的缺考标记。

选择题 (须用2B铅笔填涂)

填涂样例		正确填涂	错误填涂
1 [A] [B] [C] [D]	6 [A] [B] [C] [D]	11 [A] [B] [C] [D]	<input checked="" type="checkbox"/>
2 [A] [B] [C] [D]	7 [A] [B] [C] [D]	12 [A] [B] [C] [D]	<input type="checkbox"/>
3 [A] [B] [C] [D]	8 [A] [B] [C] [D]		<input type="checkbox"/>
4 [A] [B] [C] [D]	9 [A] [B] [C] [D]		<input type="checkbox"/>
5 [A] [B] [C] [D]	10 [A] [B] [C] [D]		<input type="checkbox"/>

非选择题【必考部分】 (须用0.5毫米的黑色字迹中性笔书写)

二、13. _____ 14. _____
15. _____ 16. _____

三、17.

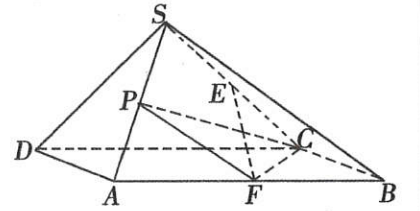
请在各题规定的矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

请在各题规定的矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

18.

请在各题规定的矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

19.



请在各题规定的矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

请在各题规定的矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

考生姓名 座位号 考生务必将姓名、座位号用0.5毫米的黑色字迹中性笔认真填写在书写框内。座位号的每个书写框只能填写一个阿拉伯数字。

请在各题规定的矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

20.

请在各题规定的矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

请在各题规定的矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

21.

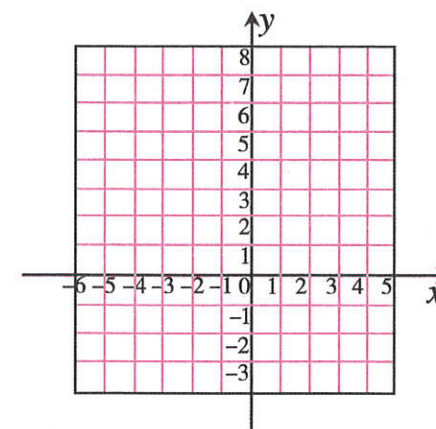
请在各题规定的矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！

非选择题【选考部分】 以下为选考题，每个答题区只允许选答一题，答题前，请考生务必将所选题号用2B铅笔涂黑。

选考题

[22] [23]

请考生从22、23两题中任选一题作答，并用2B铅笔将所选题号涂黑，多涂、错涂、漏涂均不给分，如果多做，则按所做的第一题计分。



请在各题规定的矩形区域内答题，超出该区域的答案无效！