炎德·英才大联考长郡中学2023届高三月考试卷（八）

数学

得分：

本试卷共8页。时量120分钟。满分150分。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{y|y=|x-1|-1,x\in R\}$，$B=\{x|\log_3x\geq1\}$，则 $A\cap\complement_RB=$

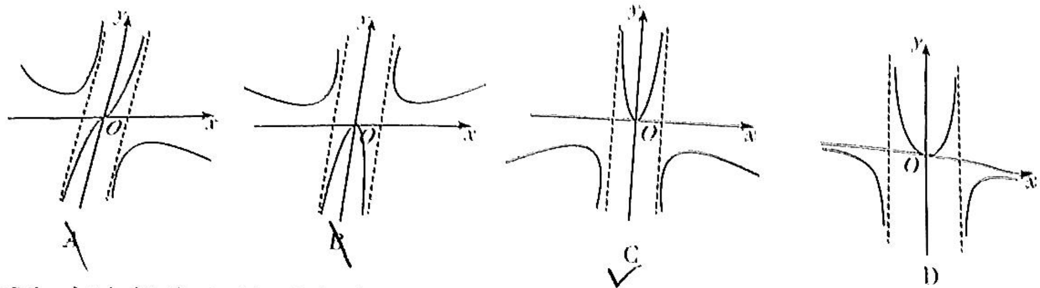
A. $\{x|x\geq-1\}$　　B. $\{x|x<3\}$

C. $\{x|-1\leqslant x\leqslant3\}$　　D. $\{x|-1\leqslant x<3\}$

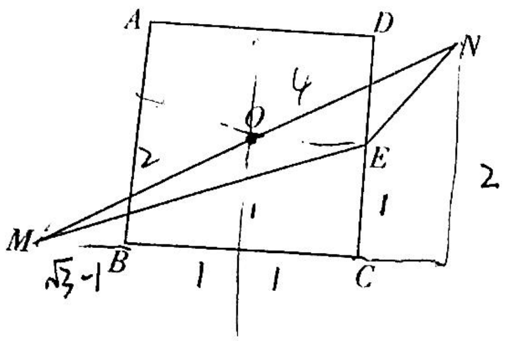
2. 若复数 z 满足 $|z-\bar{z}|=2$，$z\cdot\bar{z}=3$，则 z^2 的实部为

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

★3. 函数 $f(x)=\dfrac{x(e^{-x}-e^{x})}{4x^2-1}$ 的部分图象大致是



★4. 如图，在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中，其对称中心 O 平分线段 MN，且 $MN=2BC$，点 E 为 DC 的中点，则 $\overrightarrow{EM}\cdot\overrightarrow{EN}=$



A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. $-\dfrac{3}{2}$　　C. -2　　D. -3

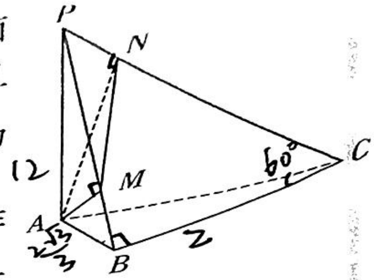
5. 随着北京冬奥会的举办，中国冰雪运动的参与人数有了突飞猛进的提升. 某校为提升学生的综合素养、大力推广冰雪运动，号召青少年成为“三亿人参与冰雪运动的主力军”，开设了“陆地冰壶”“陆地冰球”“滑

冰""模拟滑雪"四类冰雪运动体验课程. 甲、乙两名同学各自从中任意挑选两门课程学习,设事件A:"甲乙两人所选课程恰有一门相同",事件B:"甲乙两人所选课程完全不同",事件C:"甲乙两人均未选择陆地冰壶课程",则

A. A与B为对立事件　　B. A与C互斥

C. B与C相互独立　　D. A与C相互独立

★6. 已知三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA\perp$ 平面 ABC, 底面 $\triangle ABC$ 是以 B 为直角顶点的直角三角形,且 $BC=2$, $\angle BCA=\frac{\pi}{3}$, 三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. 过点 A 作 $AM\perp PB$ 于 M, 过 M 作 $MN\perp PC$ 于 N, 则三棱锥 $P-AMN$ 外接球的体积为



A. $\frac{32}{3}\pi$ 2　　B. $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$　　C. $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$ $\sqrt{2}$　　D. $\frac{4}{3}\pi$ 1

7. 若 $\sin\alpha=2\sin\beta$, $\sin(\alpha+\beta)\cdot\tan(\alpha-\beta)=1$, 则 $\tan\alpha\tan\beta=$

A. 2　　B. $\frac{3}{2}$　　C. 1　　D. $\frac{1}{2}$

8. 已知函数 $f(x)$, $g(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $g'(x)$ 为 $g(x)$ 的导函数,且 $f(x)+g'(x)-10=0$, $f(x)-g'(4-x)-10=0$, 若 $g(x)$ 为偶函数,则以下四个命题: ① $f(1)+f(3)=20$; ② $f(4)=10$; ③ $f(-1)=f(-3)$; ④ $f(2022)=10$ 中一定成立的个数为

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 已知定义域为 I 的偶函数 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增,且 $\exists x\in I$, 使 $f(x)<0$, 则下列函数中符合上述条件的是

A. $f(x)=x^2-3$　　B. $f(x)=2^x+2^{-x}$

C. $f(x)=\log_2|x|$　　D. $f(x)=x-\frac{1}{x}$

10. 记函数 $f(x)=\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$ 的最小正周期为 T, 且 $\frac{2n\pi}{3}\leqslant T\leqslant n\pi$ $(n\in\mathbf{N}^*)$. 若 $x=\frac{\pi}{6}$ 为 $f(x)$ 的零点,则

A. $\frac{2}{n}\leqslant\omega\leqslant\frac{3}{n}$　　B. $\omega<\frac{3}{2n-1}$

C. $x=\frac{\pi}{2}$ 为 $f(x)$ 的零点　　D. $x=\frac{7\pi}{6}$ 为 $f(x)$ 的极值点

★11. 抛物线 y[illegible]的焦点为 F，过 F 的直线交抛物线于 A，B 两点，点 P 在抛物线 C 上，则下列结论中正确的是

A. 当 $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB}$ 时，$|AB|=\frac{16}{3}$

B. 若 $M(2,2)$，则 $|PM|+|PF|$ 的最小值为 4

C. 若 $Q(-1,0)$，则 $\frac{|PQ|}{|PF|}$ 的取值范围为 $[1,\sqrt{2}]$

D. 在直线 $x=-\frac{3}{2}$ 上存在点 N，使得 $\angle ANB=90^\circ$

12. 在平面四边形 $ABCD$ 中，$\triangle ABD$ 的面积是 $\triangle BCD$ 面积的 2 倍，又数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2$，恒有 $\overrightarrow{BD}=(a_n-2^{n-1})\overrightarrow{BA}+(a_{n+1}+2^n)\overrightarrow{BC}$，设 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则

A. $\{a_n\}$ 为等比数列

B. $\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$ 为等差数列

C. $\{a_n\}$ 为递增数列

D. $S_n=(3-n)2^{n+1}-6$

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

★13. 已知甲、乙两组按从小到大顺序排列的数据：

甲组：27，28，37，m，40，50；

乙组：24，n，34，43，48，52.

若这两组数据的第 30 百分位数、第 50 百分位数分别对应相等，则 $\frac{n}{m}=$________.

14. 若 $a>b>1$，且 $a+3b=5$，则 $\frac{1}{a-b}+\frac{4}{b-1}$ 的最小值为________，$ab-b^2-a+b$ 的最大值为________.（本题第一空 2 分，第二空 3 分）

15. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，平面 $PAB\perp$ 平面 PCD，则 $P-ABCD$ 体积的最大值为________.

16. 设 A,B,C 是 $\triangle ABC$ 的三个内角，$\triangle ABC$ 的外心为 O，内心为 I. $\overrightarrow{OI}\neq\mathbf{0}$. 且 $\overrightarrow{OI}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 共线. 若 $k\tan A=\frac{1}{\tan\frac{B}{2}}+\frac{1}{\tan\frac{C}{2}}$，则 $k=$________.

{P

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）

已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=\begin{cases}2a_n+n-1, & n\text{ 为奇数}，\\ a_n-n+2, & n\text{ 为偶数}\end{cases}$（$n\in\mathbf{N}^*$）.

（1）证明：$\{a_{2n-1}\}$是等比数列；

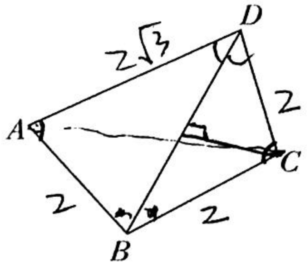
（2）求数列$\{a_n\}$的前 $2n$ 项和 S_{2n}.

★18.（本小题满分 12 分）

如图，在平面四边形 $ABCD$ 中，$AB=BC=CD=2$，$AD=2\sqrt{3}$.

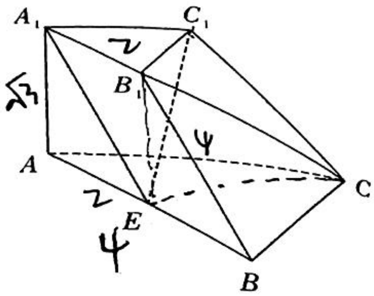
（1）若 DB 平分$\angle ADC$，证明：$A+C=\pi$；

（2）记$\triangle ABD$ 与$\triangle BCD$ 的面积分别为 S_1 和 S_2，求 $S_1^2+S_2^2$ 的最大值.



19.(本小题满分 12 分)

三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面是正三角形,$AA_1\perp$ 平面 ABC,$AB=4$,$A_1B_1=2$,$AA_1=\sqrt{3}$,E 是 AB 的中点,平面 A_1C_1E 交平面 ABC 于直线 l.



(1)求证:$AC/\!/l$;

(2)求直线 B_1C 与平面 A_1C_1E 所成角的正弦值.

20.(本小题满分 12 分)2020年以来,新冠疫情对商品线下零售影响很大.某商家决定借助线上平台开展销售活动.现有甲、乙两个平台供选择,且当每件商品的售价为 $a(300\le a\le 500)$ 元时,从该商品在两个平台所有销售数据中各随机抽取100天的日销售量统计如下.

商品日销售量(单位:件)	6	7	8	9	10
甲平台的天数	14	26	26	24	10
乙平台的天数	10	25	35	20	10

假设该商品在两个平台日销售量的概率与表格中相应日销售量的频率相等,且每天的销售量互不影响.

(1)求"甲平台日销售量不低于 8 件"的概率,并计算"从甲平台所有销售数据中随机抽取 3 天的日销售量,其中至少有 2 天日销售量不低于 8 件"的概率;

23

(2)已知甲平台的收费方案为:每天佣金 60 元,且每销售一件商品,平台收费 30 元;乙平台的收费方案为:每天不收取佣金,但采用分段收费,即每天销售商品不超过 8 件的部分,每件收费 40 元,超过 8 件的部分,每件收费 35 元.某商家决定在两个平台中选择一个长期合作,从日销售收入(单价×日销售量－平台费用)的期望值较大的角度,你认为该商家应如何决策?说明理由.

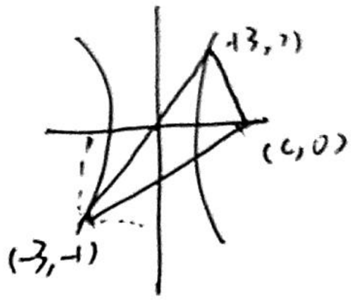
21.(本小…
已知…
$P(3$…
(1)…
(2)…

21.（本小题满分 12 分）

已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点为 F，双曲线 C 上一点 $P(3,1)$ 关于原点的对称点为 Q，满足 $\overrightarrow{FP}\cdot\overrightarrow{FQ}=6$.

(1)求 C 的方程；

(2)直线 l 与坐标轴不垂直，且不过点 P 及点 Q，设 l 与 C 交于 A，B 两点，点 B 关于原点的对称点为 D，若 $PA\perp PD$，证明：直线 l 的斜率为定值.



22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=ax^2+\ln x$，$g(x)=2x+\frac{a}{2}\ln x$，其中 $a\in\mathbf{R}$.

(1)若 $f(x)\geq g(x)$，求实数 a 的取值范围；

(2)记 $f(x)$ 的零点为 x_1，x_2 $(x_1<x_2)$，$g(x)$ 的极值点为 x_0，证明：$\frac{x_1}{x_2}>4ex_0$.

炎德·英才大联考长郡中学2023届高三月考试卷(六)

数学参考答案

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	C	D	D	A	A	C

1. D 【解析】因为 $A=\{y|y=|x-1|-1,x\in\mathbf{R}\}=\{y|y\geq -1\}$,$B=\{x|\log_3 x\geq 1\}=\{x|x\geq 3\}$,
所以 $\complement_{\mathbf{R}}B=\{x|x<3\}$,所以 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=\{x|x\geq -1\}\cap\{x|x<3\}=\{x|-1\leq x<3\}$.故选 D.

2. C 【解析】设复数 $z=x+yi$,$(x,y\in\mathbf{R})$,则 $\bar{z}=x-yi$,则由 $|z-\bar{z}|=2$,$z\cdot\bar{z}=3$ 可得 $|2yi|=2$ 且 $x^2+y^2=3$,解得 $x^2=2$,$y^2=1$,故 $z^2=(x+yi)^2=x^2-y^2+2xyi$,其实部为 $x^2-y^2=2-1=1$.故选 C.

3. C 【解析】∵函数 $f(x)$ 的定义域为 $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$,

$f(-x)=\frac{-x(e^{x}-e^{-x})}{4x^2-1}=\frac{x(e^{-x}-e^{x})}{4x^2-1}=f(x)$,

∴$f(x)$ 为偶函数,

∴$f(x)$ 的图象关于 y 轴对称,故排除 A;

在区间 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 上,$e^{-x}-e^{x}<0$,$x>0$,$4x^2-1<0$,

故 $f(x)>0$,故排除 B;

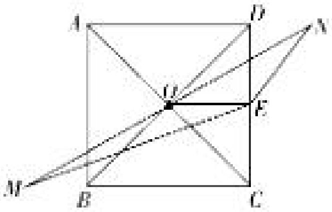
当 x 趋向于正无穷大时,$e^{-x}-e^{x}$ 趋向于负无穷大,

故 $f(x)$ 趋向于负无穷大,故排除 D;

综上所述,只有 C 符合.

故选 C.

4. D 【解析】$MN=2BC=4$,$OM=2$,$OE=1$,$\overrightarrow{EM}\cdot\overrightarrow{EN}=(\overrightarrow{EO}+\overrightarrow{OM})\cdot(\overrightarrow{EO}+\overrightarrow{ON})=(\overrightarrow{EO}+\overrightarrow{OM})\cdot(\overrightarrow{EO}-\overrightarrow{OM})=\overrightarrow{EO}^2-\overrightarrow{OM}^2=1-4=-3$.故选 D.

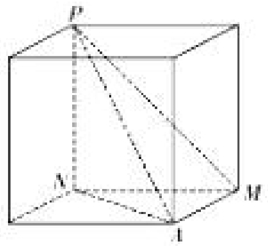


5. D 【解析】依题意甲、乙两人所选课程有如下情形①有一门相同,②两门都相同,③两门都不相同,故 A 与 B 互斥不对立,A 与 C 不互斥,所以 $P(A)=\frac{C_4^1\cdot C_3^1\cdot C_2^1}{C_4^2\cdot C_4^2}=\frac{2}{3}$,$P(B)=\frac{C_4^2}{C_4^2\cdot C_4^2}=\frac{1}{6}$,$P(C)=\frac{C_3^1\cdot C_3^1}{C_4^2\cdot C_4^2}=\frac{1}{4}$,且 $P(AC)=\frac{C_3^1\cdot C_2^1}{C_4^2\cdot C_4^2}=\frac{1}{6}$,$P(BC)=0$,所以 $P(AC)=P(A)\cdot P(C)$,$P(BC)\neq P(B)\cdot P(C)$,

即 A 与 C 相互独立,B 与 C 不相互独立.

故选 D.

6. A 【解析】由题可知$\triangle ABC$ 中,$\angle ABC=\frac{\pi}{2}$,$\angle BCA=\frac{\pi}{3}$,$BC=2$,所以 $AB=2\sqrt{3}$,$AC=4$,又 $PA\perp$底面 ABC,三棱锥 $P-ABC$ 的体积为$\frac{8\sqrt{3}}{3}$,所以 $V_{P-ABC}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot PA=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{3}\times PA=\frac{8\sqrt{3}}{3}$,则 $PA=4$,因为 $PA\perp$底面 ABC,所以 $PA\perp BC$,又 $BC\perp AB$,且 $PA\cap AB=A$,PA,$AB\subset$平面 PAB,所以 $BC\perp$平面 PAB,又 $AM\subset$平面 PAB,则 $BC\perp AM$,已知 $AM\perp PB$,$PB\cap BC=B$,PB,$BC\subset$平面 PBC,所以 $AM\perp$平面 PBC,又 PC,$MN\subset$平面 PBC,则 $AM\perp PC$,$AM\perp MN$,又 $MN\perp PC$,$AM\cap MN=M$,AM,$MN\subset$平面 AMN,所以 $PC\perp$平面 AMN,则三棱锥 $P-AMN$ 的四个顶点可以与一个长方体的四个顶点重合,如图所示:



则该长方体的外接球即三棱锥 $P-AMN$ 的外接球，设外接球半径为 R，故 $PA=2R=4$，所以 $R=2$，三棱锥 $P-AMN$ 外接球的体积为 $\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{32}{3}\pi$. 故选 A.

7. A 【解析】因为 $\begin{cases}\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta,\\ \cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta,\end{cases}$ 所以 $\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)]$,

所以 $\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)=\frac{1}{2}(\cos 2\beta-\cos 2\alpha)$，又 $\sin(\alpha+\beta)\cdot\tan(\alpha-\beta)=1$,

所以 $\sin(\alpha+\beta)\cdot\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha-\beta)}=1$，即 $\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)=\cos(\alpha-\beta)$,

所以 $\frac{1}{2}(\cos 2\beta-\cos 2\alpha)=\cos(\alpha-\beta)$,

所以 $\frac{1}{2}(1-2\sin^2\beta-1+2\sin^2\alpha)=\cos(\alpha-\beta)$，即 $\sin^2\alpha-\sin^2\beta=\cos(\alpha-\beta)$.

又 $\sin\alpha=2\sin\beta$，所以 $4\sin^2\beta-\sin^2\beta=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$,

所以 $4\sin^2\beta-\sin^2\beta=\cos\alpha\cos\beta+2\sin^2\beta$，所以 $\sin^2\beta=\cos\alpha\cos\beta$,

所以 $\frac{1}{2}\sin\alpha\sin\beta=\cos\alpha\cos\beta$，即 $\sin\alpha\sin\beta=2\cos\alpha\cos\beta$,

又易知 $\cos\alpha\cos\beta\neq 0$，所以 $\frac{\sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}=2$，即 $\tan\alpha\tan\beta=2$，故选 A.

8. C 【解析】$\because f(x)+g'(x)-10=0$，$f(x)-g'(4-x)-10=0$，$\therefore g'(4-x)=-g'(x)$.

又 $g(x)$ 是偶函数，$g(-x)=g(x)$，两边求导得 $-g'(-x)=g'(x)$，$\therefore g'(x)$ 是奇函数，$g'(x)=-g'(-x)$,

$g'(0)=0$，$\therefore g'(4-x)=-g'(x)=g'(-x)$，即 $g'(4+x)=g'(x)$,

$g'(x)$ 是周期函数，4 是它的一个周期，$g'(4)=g'(0)=0$.

$f(x)=10-g'(x)$，$\therefore f(x)$ 是周期函数，4 是它的一个周期.

$f(0)=10-g'(0)=10$，$f(4)=f(0)=10$.

$f(1)+f(3)=10-g'(1)+10-g'(3)=20+g'(-1)-g'(3)=20$.

$g'(x)$ 是周期为 4 的周期函数，又是奇函数，$g'(-2)=-g'(2)=g'(2)$，$g'(2)=g'(-2)=0$,

$f(2)=10-g'(2)=10$，$f(2022)=f(505\times 4+2)=f(2)=10$,

$g'(-1)=-g'(1)$，$g'(-3)=g'(1)$，所以 $g'(-3)=-g'(-1)$,

$f(-3)=10-g'(-3)$，$f(-1)=10-g'(-1)$. 因此 $f(-3)+f(-1)=20$，不能得出 $f(-3)=f(-1)$,

一定正确的有①②④，共 3 个.

故选 C.

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

题　号	9	10	11	12
答　案	AC	AD	AC	BD

9. AC 【解析】对于 A，$f(x)=x^2-3$ 的定义域为 R，$f(-x)=(-x)^2-3=x^2-3=f(x)$,

所以 $f(x)$ 为偶函数. 又 $f(1)=-2<0$，$f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增，故 A 符合；

对于 B，$f(x)=2^x+2^{-x}>0$ 恒成立，故 B 不符合；

对于 C，$f(x)=\log_2|x|$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,

$f(-x)=\log_2|-x|=\log_2|x|=f(x)$，所以 $f(x)$ 为偶函数.

又 $f\left(\frac{1}{2}\right)=-1<0$，$f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增，故 C 符合；

对于D，因为 $f(x)=x-\frac{1}{x}$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，$f(-x)=-x+\frac{1}{x}=-f(x)$，

所以 $f(x)$ 为奇函数，故D不符合。

故选AC.

10. AD 【解析】∵ $T=\frac{2\pi}{\omega}$，∴ $\frac{2n\pi}{3}<\frac{2\pi}{\omega}<n\pi(n\in N^*)$ 得 $\frac{2}{n}<\omega<\frac{3}{n}$，故A正确；

由题意得 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(\frac{\pi\omega}{6}+\frac{\pi}{4}\right)=0$，∴ $\frac{\pi\omega}{6}+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in Z$，∴ $\omega=\frac{3}{2}+6k, k\in Z$.

又∵ $\frac{2}{n}<\omega<\frac{3}{n}, n\in N^*$，则 $\frac{1}{3n}-\frac{1}{4}<k<\frac{1}{2n}-\frac{1}{4}, n\in N^*, k\in Z$，

当 $n=2$ 有唯一解 $k=0$，则 $\omega=\frac{3}{2}$，故B错误；

∵ $f(x)=\cos\left(\frac{3}{2}x+\frac{\pi}{4}\right)$，则 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\cos\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=-1$，故C错误；

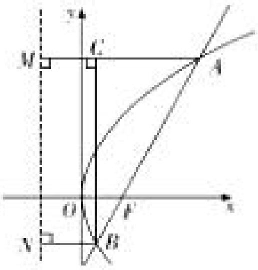
$f\left(\frac{7\pi}{6}\right)=\cos\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{7\pi}{6}+\frac{\pi}{4}\right)=1$，故D正确；

故选AD.

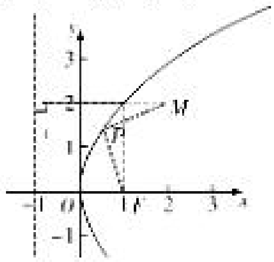
11. AC 【解析】对A，不妨设A在第一象限，分别过A，B作准线的垂线AM，BN，垂足M，N，作 $BC\perp AM$，则根据抛物线的定义可得 $BN=BF$，$AM=AF$，

故 $\cos\angle AFx=\cos\angle BAC=\frac{AC}{AB}=\frac{AM-CM}{AB}=\frac{AM-BN}{AB}=\frac{AF-BF}{AF+BF}=\frac{3BF-BF}{3BF+BF}=\frac{1}{2}$，

故 $\angle AFx=60°$，所以 $AB=\frac{4}{\sin^2 60°}=\frac{16}{3}$，故A正确；



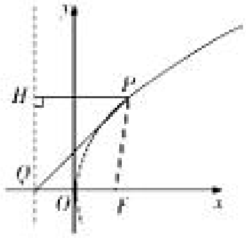
对B，如图，由抛物线的定义，PF的长度为P到准线的距离，故 $|PM|+|PF|$ 的最小值为 $|PM|$ 与P到准线距离之和的最小值，故 $|PM|+|PF|$ 的最小值为M到准线距离 $2+1=3$，故B错误；



对C，过P作PH垂直于准线，垂足为H，则 $\frac{|PQ|}{|PF|}=\frac{|PQ|}{|PH|}=\frac{1}{\cos\angle PQF}$，由图易得 $0°\le\angle PQF<90°$，

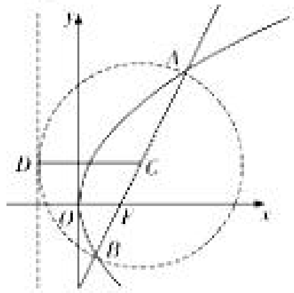
故 $\frac{|PQ|}{|PF|}$ 随 $\angle PQF$ 的增大而增大，当 $\angle PQF=0°$ 时P在O点处，此时 $\frac{|PQ|}{|PF|}$ 取最小值1；当PQ与抛物线相切时 $\angle PQF$ 最大，此时设PQ方程为 $x=ty-1$，联立 $y^2=4x$ 有 $y^2-4ty+4=0$，$\Delta=(-4t)^2-4^2=0$，此时解得 $t=\pm1$，不妨设 $t=1$，则PQ方程为 $y=x+1$，此时倾斜角为45°，$\frac{|PQ|}{|PF|}=\frac{1}{\cos 45°}=\sqrt{2}$.

故 $\frac{|PQ|}{|PF|}$ 的取值范围为 $[1,\sqrt{2}]$，故C正确；



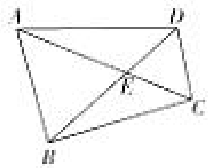
对D，设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，AB中点$C\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$，故$C$到准线$x=-1$的距离$CD=\frac{x_1+x_2}{2}+1$，

又$AB=x_1+x_2+2$，故$CD=\frac{1}{2}AB$，故以AB为直径的圆与准线$x=-1$相切，又满足$\angle ANB=90^\circ$的所有点在以AB为直径的圆上，易得此圆与$x=-\frac{3}{2}$无交点，故D错误。



故选AC.

12. BD 【解析】如图，连AC交BD于点E，



则$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle CBD}}=\frac{\frac{1}{2}BD\cdot AE\cdot\sin\angle AEB}{\frac{1}{2}BD\cdot EC\cdot\sin\angle CED}=\frac{AE}{EC}=2$，即$AE=2EC$，

所以$\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{EC}$，所以$\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{BA}=2(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BE})$，所以$\overrightarrow{BE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$，

设$\overrightarrow{BD}=t\overrightarrow{BE}(t>1)$，

因为$\overrightarrow{BD}=(a_n-2^{n-1})\overrightarrow{BA}+(a_{n+1}+2^n)\overrightarrow{BC}$，

所以$\overrightarrow{BE}=\frac{1}{t}(a_n-2^{n-1})\overrightarrow{BA}+\frac{1}{t}(a_{n+1}+2^n)\overrightarrow{BC}$，有$\begin{cases}\frac{1}{t}(a_n-2^{n-1})=\frac{1}{3},\\ \frac{1}{t}(a_{n+1}+2^n)=\frac{2}{3},\end{cases}$

所以$a_{n+1}+2^n=2(a_n-2^{n-1})$，所以$\frac{a_{n+1}}{2^n}=\frac{a_n}{2^{n-1}}-2$，即$\frac{a_{n+1}}{2^n}-\frac{a_n}{2^{n-1}}=-2$，

又$a_1=2$，所以$\frac{a_1}{2^0}=2$，所以$\left\{\frac{a_n}{2^{n-1}}\right\}$是首项为2，公差为$-2$的等差数列，

所以$\frac{a_n}{2^{n-1}}=2-2(n-1)=-2n+4$，所以$a_n=(-2n+4)\cdot 2^{n-1}=(-n+2)\cdot 2^n$，

因为$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{(-n+1)\cdot 2^{n+1}}{(-n+2)\cdot 2^n}=\frac{-2n+2}{-n+2}$不是常数，所以$\{a_n\}$不为等比数列，故A不正确；

因为$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}}-\frac{a_n}{2^n}=\frac{(-n+1)\cdot 2^{n+1}}{2^{n+1}}-\frac{(-n+2)\cdot 2^n}{2^n}=(-n+1)-(-n+2)=-1$，

所以$\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$为等差数列，故B正确；

因为$a_{n+1}-a_n=(-n+1)\cdot 2^{n+1}-(-n+2)\cdot 2^n=-n\cdot 2^n$，所以$\{a_n\}$为递减数列，故C不正确；

因为$S_n=1\times 2^1+0\times 2^2+(-1)\times 2^3+\cdots+(-n+2)\cdot 2^n$，

所以$2S_n=1\times 2^2+0\times 2^3+(-1)\times 2^4+\cdots+(-n+2)\cdot 2^{n+1}$，

所以$-S_n=2-(2^2+2^3+2^4+\cdots+2^n)-(-n+2)\cdot 2^{n+1}$，

所以 $-S_n=2-\dfrac{4-2^n\times 2}{1-2}-(-n+2)\cdot 2^{n+1}=6+(n-3)\cdot 2^{n+1}$，所以 $S_n=(3-n)2^{n+1}-6$，故 D 正确.

故选 BD.

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. $\dfrac{7}{10}$ 【解析】因为 $30\%\times 6=1.8$，$50\%\times 6=3$，所以第 30 百分位数为 $n=28$，第 50 百分位数为 $\dfrac{37+m}{2}=\dfrac{34+43}{2}$，即 $m=40$，所以 $\dfrac{n}{m}=\dfrac{28}{40}=\dfrac{7}{10}$.

14. 25 $\dfrac{1}{16}$（第一空 2 分，第二空 3 分）

【解析】由 $a>b>1$，可知 $a-b>0$，$b-1>0$，$(a-b)+4(b-1)=a+3b-4=5-4=1$，

$\dfrac{1}{a-b}+\dfrac{4}{b-1}=\dfrac{(a-b)+4(b-1)}{a-b}+\dfrac{4[(a-b)+4(b-1)]}{b-1}=17+\dfrac{4(b-1)}{a-b}+\dfrac{4(a-b)}{b-1}$

$\geq 17+2\sqrt{\dfrac{4(b-1)}{a-b}\cdot\dfrac{4(a-b)}{b-1}}=25$，

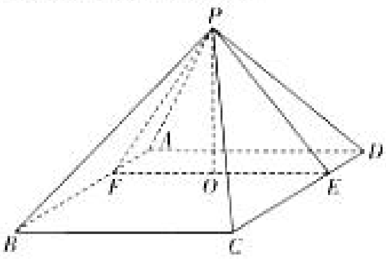
当且仅当 $a-b=b-1=\dfrac{1}{5}$ 时，等号成立，故 $\dfrac{1}{a-b}+\dfrac{4}{b-1}$ 的最小值为 25.

又 $1=(a-b)+4(b-1)\geq 2\sqrt{(a-b)\cdot 4(b-1)}=4\sqrt{(a-b)\cdot(b-1)}$，当且仅当 $a-b=4(b-1)=\dfrac{1}{2}$ 时，

等号成立，所以 $ab-b^2-a+b=(a-b)\cdot(b-1)\leq\dfrac{1}{16}$，故 $ab-b^2-a+b$ 的最大值为 $\dfrac{1}{16}$.

15. $\dfrac{4}{3}$ 【解析】由题过点 P 做 $PE\perp CD$，$PF\perp AB$ 分别交 CD，AB 于点 E，F.

过 P 做 $PO\perp$ 平面 $ABCD$，垂足为 O，连接 OE，OF，画图如下：



$\because PO\perp$ 平面 $ABCD$，$\therefore PO\perp CD$，

$\because PE\perp CD$，$PO\subset$ 平面 POE，$PE\subset$ 平面 POE，$\therefore CD\perp$ 平面 POE，$\therefore CD\perp OE$，

$\because$ 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，$\therefore CD\perp BC$，

$\because OE\subset$ 平面 $ABCD$，$BC\subset$ 平面 $ABCD$，$\therefore OE/\!/BC$，

同理可得：$OF/\!/BC$，故 O，E，F 三点共线，且有 $EF/\!/BC$，$EF=BC=2$，设平面 $PAB\cap$ 平面 $PCD=l$，

$\because AB/\!/CD$，$AB\subset$ 平面 PAB，$CD\subset$ 平面 PCD，$\therefore l/\!/AB/\!/CD$，

$\because PE\perp CD$，$\therefore PE\perp l$，$\because$ 平面 $PAB\perp$ 平面 PCD，平面 $PAB\cap$ 平面 $PCD=l$，$\therefore PE\perp$ 平面 PAB，

$\because PF\subset$ 平面 PAB，$\therefore PE\perp PF$，

不妨设 $PF=x$，$PF=y$，$OF=m$，$OE=2-m(0<m<2)$，$\therefore x^2+y^2=4$①，

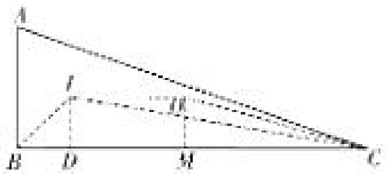
且 $OP^2=PF^2-OF^2=PE^2-OE^2$，即 $y^2-m^2=x^2-(2-m)^2$，化简即：$y^2-x^2=4m-4$②，

联立①②可得：$y^2=2m$，$x^2=4-2m$，$\therefore OP^2=y^2-m^2=2m-m^2$，

$\therefore$ 四棱锥 $P-ABCD$ 的体积 $V=\dfrac{1}{3}\times 2\times 2\times\sqrt{2m-m^2}=\dfrac{4}{3}\sqrt{-(m-1)^2+1}(0<m<2)$，

当 $m=1$ 时，$V_{max}=\dfrac{4}{3}$，故四棱锥 $P-ABCD$ 体积的最大值为 $\dfrac{4}{3}$.

16. 2 【解析】设内切圆半径为 r，过 O，I 分别作 BC 的垂线，垂足分别为 M，D，则 $BD=\dfrac{r}{\tan\dfrac{B}{2}}$，$CD=\dfrac{r}{\tan\dfrac{C}{2}}$，



因为 $\overrightarrow{OI}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 共线，所以 $OM=ID=r$，又因为 $\angle BOC=2\angle A$，$\angle BOM=\angle A$，所以 $BM=r\tan\angle A$，

因为 $2BM=BD+CD$，所以 $2r\tan A=\frac{r}{\tan\frac{B}{2}}+\frac{r}{\tan\frac{C}{2}}$，即 $2\tan A=\frac{1}{\tan\frac{B}{2}}+\frac{1}{\tan\frac{C}{2}}$，所以 $k=2$.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.【解析】(1) $a_{2n+1}=a_{2n}-2n+2=a_{2(n-1)+1}-2n+2=2a_{2n-1}+3n-2-2n+2=2a_{2n-1}$，且 $a_1=1\neq0$.

∴$\{a_{2n-1}\}$ 是首项为 1，公比为 2 的等比数列. ………………………… 4 分

(2) 由(1)知 $a_{2n-1}=2^{n-1}$，$a_{2n}=a_{2n-1+1}=2a_{2n-1}+2n-2=2^n+2n-2$，

∴$a_{2n-1}+a_{2n}=3\cdot2^{n-1}+2n-2$. ………………………… 6 分

∴$S_{2n}=(a_1+a_2)+(a_3+a_4)+\cdots+(a_{2n-1}+a_{2n})=(3\cdot2^0+3\cdot2^1+\cdots+3\cdot2^{n-1})+(0+2+\cdots+2n-2)=$

$\frac{3(1-2^n)}{1-2}+\frac{(2n-2)n}{2}=3(2^n-1)+n^2-n=3\cdot2^n+n^2-n-3$. ………………………… 10 分

18.【解析】(1) ∵DB 平分 $\angle ADC$，∴$\angle ADB=\angle CDB$，

则 $\cos\angle ADB=\cos\angle CDB$，

由余弦定理得 $\frac{AD^2+BD^2-AB^2}{2AD\cdot BD}=\frac{CD^2+BD^2-BC^2}{2CD\cdot BD}$，

即 $\frac{12+BD^2-4}{4\sqrt3 BD}=\frac{4+BD^2-4}{4BD}$，解得 $BD^2=4(\sqrt3+1)$. ………………………… 3 分

∵$\cos A=\frac{AD^2+AB^2-BD^2}{2AD\cdot AB}=\frac{12+4-4(\sqrt3+1)}{8\sqrt3}=\frac{\sqrt3-1}{2}$，$\cos C=\frac{CD^2+BC^2-BD^2}{2CD\cdot BC}=\frac{4+4-4(\sqrt3+1)}{8}$

$=\frac{1-\sqrt3}{2}$，

∴$\cos A=-\cos C$，又 $A\in(0,\pi)$，$C\in(0,\pi)$，

∴$A+C=\pi$. ………………………… 6 分

(2) ∵$BD^2=AB^2+AD^2-2AB\cdot AD\cos A=BC^2+CD^2-2BC\cdot CD\cos C$，

∴$16-8\sqrt3\cos A=8-8\cos C$，

整理可得 $\cos C=\sqrt3\cos A-1$，

$S_1^2+S_2^2=\left(\frac12AD\cdot AB\sin A\right)^2+\left(\frac12BC\cdot CD\sin C\right)^2$

$=12\sin^2A+4\sin^2C=12-12\cos^2A+4-4\cos^2C$

$=16-12\cos^2A-4(\sqrt3\cos A-1)^2$

$=-24\cos^2A+8\sqrt3\cos A+12$

$=-24\left(\cos A-\frac{\sqrt3}{6}\right)^2+14$，

∵$A\in(0,\pi)$，∴当 $\cos A=\frac{\sqrt3}{6}$ 时，$S_1^2+S_2^2$ 取得最大值，最大值为 14. ………………………… 12 分

19.【解析】(1) 证法 1：在三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC//A_1C_1$，

又 $AC\not\subset$ 平面 A_1C_1E，$A_1C_1\subset$ 平面 A_1C_1E，则 $AC//$ 平面 A_1C_1E， ………………………… 2 分

又 $AC\subset$ 平面 ABC，平面 $ABC\cap$ 平面 $A_1C_1E=l$，所以 $AC//l$. ………………………… 5 分

证法 2：在三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC//A_1C_1$，

又 $A_1C_1\not\subset$ 平面 ABC，$AC\subset$ 平面 ABC，则 $A_1C_1//$ 平面 ABC. ………………………… 2 分

又 $A_1C_1\subset$ 平面 A_1C_1E，平面 $ABC\cap$ 平面 $A_1C_1E=l$，所以 $A_1C_1//l$.

又 $AC//A_1C_1$，所以 $AC//l$. ………………………… 5 分

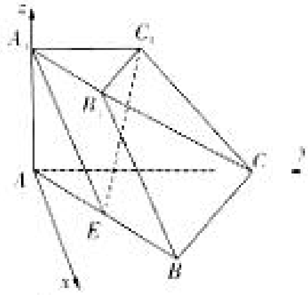
证法 3：在三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC//A_1C_1$，平面 $ABC//$ 平面 $A_1B_1C_1$，

又平面 $A_1B_1C_1\cap$ 平面 $A_1C_1E=A_1C_1$，平面 $ABC\cap$ 平面 $A_1C_1E=l$，所以 $A_1C_1//l$，

又 $AC//A_1C_1$，所以 $AC//l$. ………………………… 5 分

(2) 因为 $AA_1\perp$ 平面 ABC，在平面 ABC 内作 $Ax\perp AC$，以 A 为原点，AC，AA_1 分别为 y 轴，z 轴建立如图所示的空间直角坐标系，则 $B(2\sqrt3,2,0)$，$E(\sqrt3,1,0)$，$C(0,4,0)$，$A_1(0,0,\sqrt3)$，$B_1(\sqrt3,1,\sqrt3)$，$C_1(0,2,\sqrt3)$，

$\overrightarrow{A_1E}=(\sqrt3,1,-\sqrt3)$，$\overrightarrow{A_1C_1}=(0,2,0)$，$\overrightarrow{B_1C}=(-\sqrt3,3,-\sqrt3)$，



设平面 A_1C_1E 的一个法向量为 $n=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}\overrightarrow{A_1E}\cdot n=\sqrt{3}x+y-\sqrt{3}z=0,\\ \overrightarrow{A_1C_1}\cdot n=2y=0,\end{cases}$ 令 $x=1$，则 $n=(1,0,1)$， ………………………… 8 分

设直线 B_1C 与平面 A_1C_1E 所成角为 θ，

则 $\sin\theta=|\cos\langle\overrightarrow{B_1C},n\rangle|=\frac{|\overrightarrow{B_1C}\cdot n|}{|\overrightarrow{B_1C}||n|}=\frac{\sqrt{10}}{5}$，

所以，直线 B_1C 与平面 A_1C_1E 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{5}$. ………………………… 12 分

20.【解析】(1)令事件 A="甲平台日销售量不低于8件"，则 $P(A)=\frac{26+24+10}{100}=\frac{3}{5}$， ………………………… 2 分

令事件 B="从甲平台所有销售数据中随机抽取3天的日销售量，其中至少有2天日销售量不低于8件"，

则 $P(B)=C_3^2\left(\frac{3}{5}\right)^2\times\frac{2}{5}+C_3^3\left(\frac{3}{5}\right)^3=\frac{81}{125}$. ………………………… 5 分

(2)设甲平台的日销售收入为 X，则 X 的所有可能取值为 $6a-240$，$7a-270$，$8a-300$，$9a-330$，$10a-360$.

所以，X 的分布列为

X	$6a-240$	$7a-270$	$8a-300$	$9a-330$	$10a-360$
P	$\frac{14}{100}$	$\frac{26}{100}$	$\frac{26}{100}$	$\frac{24}{100}$	$\frac{10}{100}$

所以，$E(X)=(6a-240)\times\frac{14}{100}+(7a-270)\times\frac{26}{100}+(8a-300)\times\frac{26}{100}+(9a-330)\times\frac{24}{100}+(10a-360)\times\frac{10}{100}$

$=7.9a-297$； ………………………… 8 分

设乙平台的日销售收入为 Y，则 Y 的所有可能取值为 $6a-240$，$7a-280$，$8a-320$，$9a-355$，$10a-390$.

所以，Y 的分布列为：

Y	$6a-240$	$7a-280$	$8a-320$	$9a-355$	$10a-390$
P	$\frac{10}{100}$	$\frac{25}{100}$	$\frac{35}{100}$	$\frac{20}{100}$	$\frac{10}{100}$

所以，$E(Y)=(6a-240)\times\frac{10}{100}+(7a-280)\times\frac{25}{100}+(8a-320)\times\frac{35}{100}+(9a-355)\times\frac{20}{100}+(10a-390)\times\frac{10}{100}$

$=7.95a-318$.

所以，$E(Y)-E(X)=0.05a-19$， ………………………… 10 分

令 $0.05a-19=0$ 得 $a=380$，令 $0.05a-19<0$ 得 $a<380$.

所以，当 $300\leqslant a<380$ 时，选择甲平台；

当 $a=380$ 时，甲乙平台均可；

当 $380<a\leqslant 500$ 时，选择乙平台. ………………………… 12 分

21.【解析】(1)设右焦点 F 的坐标为 $(c,0)$，则左焦点 F' 的坐标为 $(-c,0)$，又 $P(3,1)$，$Q(-3,-1)$，

所以 $\overrightarrow{FP}=(3-c,1)$，$\overrightarrow{FQ}=(-3-c,-1)$，

$\therefore\overrightarrow{FP}\cdot\overrightarrow{FQ}=(3-c)\cdot(-3-c)-1=c^2-10=6\Rightarrow c^2=16$，

$\therefore F'(-4,0)$，$F(4,0)$，$|PF'|-|PF|=2a=\sqrt{49+1}-\sqrt{2}=4\sqrt{2}$，$\therefore a=2\sqrt{2}$，$\therefore b=2\sqrt{2}$，

$\therefore$ 双曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{8}=1$. ………………………… 4 分

(2)由题意知 $k_{PA}\cdot k_{PD}=-1$，且 $k_{PD}\cdot k_{PB}=\frac{b^2}{a^2}=1$，$\therefore k_{PA}+k_{PB}=0$.

法一：将双曲线平移至 $\frac{(x+3)^2}{8}-\frac{(y+1)^2}{8}=1$，即 $x^2-y^2+6x-2y=0$，

∴P 平移至 $P'(0,0)$，A、B 分别平移至 $A'(x_1,y_1)$，$B'(x_2,y_2)$，

设直线 $A'B'$ 的方程为 $mx+ny=1$，代入双曲线 $\Rightarrow x^2-y^2+(6x-2y)(mx+ny)=0$，

∴$(2n+1)y^2+(2m-6n)xy-(6m+1)x^2=0$，

两边同除以 $x^2\Rightarrow(2n+1)\cdot\left(\frac{y}{x}\right)^2+(2m-6n)\frac{y}{x}-(6m+1)=0$，

∴$k_{PA}+k_{PB}=k_{P'A'}+k_{P'B'}=\frac{y_1}{x_1}+\frac{y_2}{x_2}=\frac{6n-2m}{2n+1}=0\Rightarrow m=3n$，

∴直线 $A'B'$ 的方程为 $3nx+ny=1(n\neq0)$，∴$3x+y=\frac{1}{n}$，

故直线 $A'B'$ 的斜率为 -3，∴直线 l 的斜率为定值 -3. …………………………………… 12分

法二：设直线 l 的方程为 $y=kx+t$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

由 $\begin{cases}y=kx+t,\\ \frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{8}=1,\end{cases}$ 得 $(k^2-1)x^2+2ktx+t^2+8=0$，

∴$x_1+x_2=-\frac{2kt}{k^2-1}$，$x_1x_2=\frac{t^2+8}{k^2-1}$，

∴$k_{PA}+k_{PB}=\frac{y_1-1}{x_1-3}+\frac{y_2-1}{x_2-3}=\frac{(kx_1+t-1)(x_2-3)+(kx_2+t-1)(x_1-3)}{(x_1-3)(x_2-3)}$

$=\frac{2kx_1x_2-3k(x_1+x_2)+(t-1)(x_1+x_2)-6(t-1)}{(x_1-3)(x_2-3)}=0$，

∴$2k\cdot\frac{t^2+8}{k^2-1}-3k\cdot\left(-\frac{2kt}{k^2-1}\right)+(t-1)\cdot\left(-\frac{2kt}{k^2-1}\right)-6(t-1)=\frac{(2k+6)t+6k^2+16k-6}{k^2-1}=0$，

∴$(2k+6)t+6k^2+16k-6=0$，即 $(k+3)(t+3k-1)=0$，

∴$k=-3$ 时恒成立，所以直线 l 的斜率为定值 -3. …………………………………… 12分

22.【解析】(1)记 $h(x)=f(x)-g(x)=\left(1-\frac{a}{2}\right)\ln x+ax^2-2x\geq0$.

①当 $a<2$ 时，取 $h\left(\frac{1}{2}\right)<0$，不符条件；…………………………………… 2分

②当 $a\geq2$ 时，$h'(x)=\frac{2ax^2-2x+1-\frac{a}{2}}{x}=\frac{(2x-1)\left(ax-1+\frac{a}{2}\right)}{x}$.

令 $h'(x)<0$，得 $0<x<\frac{1}{2}$，令 $h'(x)>0$，得 $x>\frac{1}{2}$，∴$h(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 上单调递减，在 $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$ 上单调递增，

所以 $h\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{a}{2}-1\right)\ln2+\frac{a}{4}-1\geq0$，即 $a\geq\frac{4+4\ln2}{1+2\ln2}>2$，则 a 的取值范围为 $\left[\frac{4+4\ln2}{1+2\ln2},+\infty\right)$. ……… 5分

(2)∵$g'(x)=2+\frac{a}{2x}$，令 $g'(x)=0$，则 $x_0=-\frac{a}{4}$，$4ex_0=-ea$. 且 $f'(x)=2ax+\frac{1}{x}$，

若 $a\geq0$，则 $f'(x)>0$ 恒成立，$f(x)$ 单调递增，与 $f(x)$ 有两个零点矛盾，故 $a<0$.

令 $f'(x)>0$，得 $0<x<\sqrt{-\frac{1}{2a}}$，令 $f'(x)<0$，得 $x>-\frac{1}{2a}$，

∴$f(x)$ 在 $\left(0,\sqrt{-\frac{1}{2a}}\right)$ 上单调递增，在 $\left(\sqrt{-\frac{1}{2a}},+\infty\right)$ 上单调递减，

且 $f\left(\sqrt{-\frac{1}{2a}}\right)=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln\left(-\frac{1}{2a}\right)>0$，∴$-\frac{1}{2e}<a<0$. …………………………………… 8分

取 $x=1$，则 $f(1)=a<0$，取 $x=\sqrt{e}$，则 $f(\sqrt{e})=ea+\frac{1}{2}>0$，∴$1<x_1<\sqrt{e}<\sqrt{-\frac{1}{2a}}<x_2$，

取 $x=-\frac{1}{ea}$，则 $f\left(-\frac{1}{ea}\right)=\frac{1}{e^2a}+\ln\left(-\frac{1}{ea}\right)$，记 $t=-\frac{1}{ea}$，$t>2$，

在 $\varphi(t)=\ln t-\frac{t}{e}(t>2)$ 中，$\varphi'(t)=\frac{1}{t}-\frac{1}{e}=\frac{e-t}{et}$，令 $\varphi'(t)>0$ 得 $2<t<e$，令 $\varphi'(t)<0$ 得 $t>e$，

∴$\varphi(t)$ 在 $(2,e)$ 上单调递增，在 $(e,+\infty)$ 上单调递减，∴$\varphi(t)\leq\varphi(e)=\ln e-\frac{e}{e}=0$.

即 $f\left(-\frac{1}{ea}\right)=\frac{1}{e^2a}+\ln\left(-\frac{1}{ea}\right)<0=f(x_2)\Rightarrow-\frac{1}{ea}>x_2\Rightarrow\frac{1}{x_2}>-ea$.

∵$1<x_1<\sqrt{e}<\sqrt{-\frac{1}{2a}}<x_2$，∴$\frac{x_1}{x_2}>\frac{1}{x_2}$，从而 $\frac{x_1}{x_2}>\frac{1}{x_2}>-ea=4ex_0$. …………………………… 12分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。