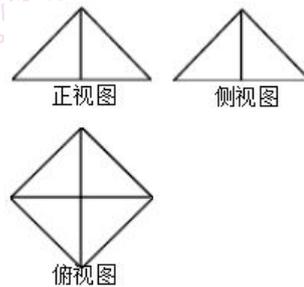


华中师大一附中 2019—2020 学年度上学期期中检测

高三年级文科数学试题

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 复数 $\frac{2}{1-i}$ (i 为虚数单位) 的共轭复数是
 A. $1+i$ B. $1-i$ C. $-1+i$ D. $-1-i$
2. 已知集合 $A = \left\{ y \mid y = x + \frac{1}{x}, x \neq 0 \right\}$ ，集合 $B = \{x \mid x^2 - 4 \leq 0\}$ ，若 $A \cap B = P$ ，则集合 P 的子集个数为
 A. 2 B. 4 C. 8 D. 16
3. 下列命题错误的是
 A. 命题“若 $x^2 - 4x + 3 = 0$ ，则 $x = 3$ ”的逆否命题为“若 $x \neq 3$ ，则 $x^2 - 4x + 3 \neq 0$ ”
 B. 命题“ $\forall x \in R, x^2 - x + 2 > 0$ ”的否定是“ $\exists x_0 \in R, x_0^2 - x_0 + 2 > 0$ ”
 C. 若“ p 且 q ”为真命题，则 p, q 均为真命题
 D. “ $x > -1$ ”是“ $x^2 + 4x + 3 > 0$ ”的充分不必要条件
4. 一个四棱锥的三视图如图所示，其正视图和侧视图为全等的等腰直角三角形，俯视图是边长为 2 的正方形，则该几何体的表面积为
 A. $2\sqrt{3}$ B. 4
 C. $2+2\sqrt{3}$ D. $4+4\sqrt{3}$
5. 已知 $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{4}{5}$ ，则 $\sin 2\alpha =$
 A. $-\frac{7}{25}$ B. $\frac{9}{25}$ C. $-\frac{9}{25}$ D. $\frac{7}{25}$
6. 甲、乙、丙、丁四人关于买彩票的中奖情况有下列对话：
 甲说：“如果我中奖了，那么乙也中奖了”。
 乙说：“如果我中奖了，那么丙也中奖了”。



丙说：“如果我中奖了，那么丁也中奖了”。

结果三人都没说错，但是只有两人中奖，那么这两人是

- A. 甲、乙 B. 乙、丙 C. 丙、丁 D. 甲、丁

7. 已知函数 $y = \log_a(8-ax)$ (其中 $a > 0, a \neq 1$) 在区间 $[1, 4]$ 上单调递减，则实数 a 的取值范围是

- A. $(0, 1)$ B. $(0, \frac{1}{2})$ C. $(\frac{1}{2}, 1)$ D. $(1, 2)$

8. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=10$ ， $BC=6$ ， $CA=8$ ，且 O 是 $\triangle ABC$ 的外心，则 $\overline{CA} \cdot \overline{AO} =$

- A. 16 B. 32 C. -16 D. -32

9. 设函数 $f(x) = \frac{1}{2} + \log_2 \frac{x}{1-x}$ ，定义 $S_n = f(\frac{1}{n}) + f(\frac{2}{n}) + \dots + f(\frac{n-1}{n})$ ，其中 $n \in N^*, n \geq 2$ ，则

- $S_n =$ A. $\frac{n(n-1)}{2}$ B. $\frac{n-1}{2} - \log_2(n-1)$
C. $\frac{n-1}{2}$ D. $\frac{n-1}{2} + \log_2(n-1)$

10. 实数对 (x, y) 满足不等式组 $\begin{cases} x-y-2 \leq 0 \\ x+2y-5 \geq 0 \\ y-2 \leq 0 \end{cases}$ ，且目标函数 $z = kx - y$ 当且仅当 $x=3, y=1$ 时

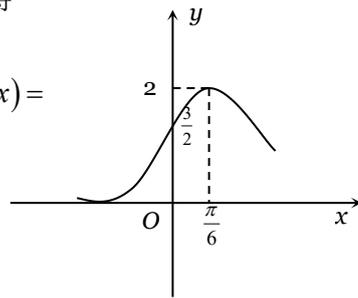
取最大值，则 k 的取值范围为

- A. $(-\frac{1}{2}, 1)$ B. $[-\frac{1}{2}, 1)$ C. $(-\frac{1}{2}, 1]$ D. $[-\frac{1}{2}, 1]$

11. 函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) + 1$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示，将

$f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度后得函数 $g(x)$ 的图象，则 $g(x) =$

- A. $\sin(2x + \frac{2\pi}{3})$ B. $\sin(2x - \frac{\pi}{3}) + 1$
C. $\sin(2x + \frac{\pi}{3}) + 1$ D. $\sin(2x - \frac{\pi}{3})$



12. 设函数 $f(x)$ 是定义在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上的函数， $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数，若 $f(x) < f'(x) \tan x$ ，

$f(\frac{\pi}{6}) = 1$ ，则不等式 $f(x) < 2 \sin x$ 的解集是

专注名校多元录取

- A. $(0, \frac{\pi}{6})$ B. $(0, \frac{1}{2})$ C. $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$ D. $(\frac{1}{2}, \frac{\pi}{2})$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若幂函数 $f(x) = (m^2 - m - 1)x^m$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数，则实数 m 的值为_____。

14. 设向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$ ， $\vec{b} = (m, \sqrt{3})$ ，且向量 \vec{a} ， \vec{b} 的夹角为锐角，则实数 m 的取值范围是_____。

15. 若正数 a, b 满足 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ ，则 $\frac{1}{a-1} + \frac{4}{b-1}$ 的最小值为_____。

16. 给出下列 4 个命题，其中正确命题的序号_____。

- ① $\log_{0.5} 3 < 2^{\frac{1}{3}} < (\frac{1}{3})^{0.2}$ ；
 ② 函数 $f(x) = \log_4 x - 2\sin x$ 有 5 个零点；
 ③ 函数 $f(x) = \lg \frac{x}{4-x}$ 的图象关于点 $(2, 0)$ 对称。
 ④ 已知复数 z 满足 $z + \frac{4}{z} \in R$ ，且 $|z-2|=2$ ，则 $z=4$ 。

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本题满分 12 分) 设命题 p ：_____；命题 q ：_____，如果命题“ p 或 q ”为真命题，命题“ p 且 q ”为假命题，求实数 a 的取值范围。

18. (本题满分 12 分) 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知

$$\frac{\cos A - 2\cos C}{\cos B} = \frac{2c - a}{b}, \text{ 且 } \sin A = \frac{\sqrt{3}}{4}, \text{ 角 } C \text{ 为锐角.}$$

(1) 求角 C 的大小；

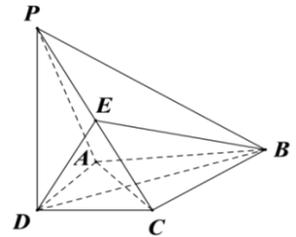
(2) 若 $C = \sqrt{7}$ ，且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ，求 $a^2 + b^2$ 的值。

19. (本题满分 12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且

- (1) 证明 $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ 是等比数列, 并求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 求 S_n ;

20. (本题满分 12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $AD \perp CD$, 且 BD 平分 $\angle ADC$, E 为 PC 的中点, $AD = CD = 1$, $BC = PC$, $DB = 2\sqrt{2}$

- (1) 证明 $PA \parallel$ 平面 BDE ;
- (2) 证明 $AC \perp$ 平面 PBD ;
- (3) 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.



21. (本题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = \ln x$, $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - bx$ (b 为常数).

- (1) 函数 $f(x)$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线与函数 $g(x)$ 的图象相切, 求实数 b 的值;
- (2) 若函数 $h(x) = f(x) + g(x)$ 在定义域上存在单调减区间, 求实数 b 的取值范围;
- (3) 若 $b \geq 2$, 对任意的 $x_1, x_2 \in [1, 2]$, 当 $x_1 \neq x_2$ 时, 都有 $|f(x_1) - f(x_2)| > |g(x_1) - g(x_2)|$, 求实数 b 的取值范围.

22. (本题满分 10 分) 已知函数 $f(x) = \left|x - \frac{a^2 + 1}{a}\right| + |x - 1|$ ($a > 0$), $g(x) = 4 - |x + 1|$.

- (1) 当 $a = 1$ 时, 求不等式 $f(x) \geq 3$ 的解集;

(2) 若关于 x 的不等式 $f(x) \leq g(x)$ 的解集包含区间 $[1,2]$ ，求实数 a 的取值的集合.

自主招生在线创立于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国重点中学 2019-2020 学年高三月考试题及参考答案 (更新下载中)，点击链接获得

<http://www.zizzs.com/c/201910/39637.html>