

命题：上进教育研究院

审题：九江一十

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- ① 已知全集 $U = \{x \in \mathbf{N} | x \leq 6\}$ ，集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ， $B = \{1, 3, 5\}$ ，则 $\complement_U(A \cup B) =$
- A. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ B. $\{6\}$ C. $\{0, 6\}$ D. $\{0, 1, 3, 5, 6\}$
2. 已知复数 z 满足 $z(1+i) + i = 2$ (i 为虚数单位)，则 z 在复平面内对应的点在
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 曲线 $f(x) = 2x^3 - x$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线的斜率为
- A. 1 B. 2 C. 5 D. 6
4. 已知向量 a, b 的夹角的余弦值为 $-\frac{1}{4}$ ，且 $|a| = 2|b| = 4$ ，则 $a \cdot (b - 2a) =$
- A. -34 B. -32 C. 32 D. 34
5. 双曲线 $\frac{y^2}{a^2} - x^2 = 1$ 的实轴长为 4，则其渐近线方程为
- A. $x \pm 4y = 0$ B. $4x \pm y = 0$ C. $x \pm 2y = 0$ D. $2x \pm y = 0$

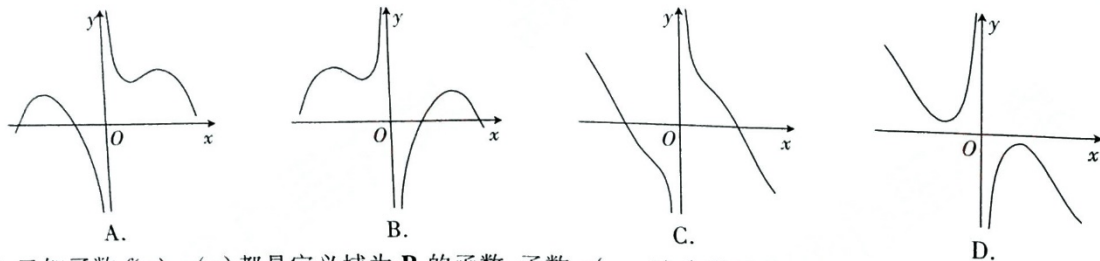
⑥ 新能源汽车的核心部件是动力电池，电池成本占了新能源整车成本很大的比例，从 2022 年年初开始，生产电池的某种有色金属的价格一路水涨船高。下表是 2022 年前 5 个月我国某电池企业采购的该有色金属价格 y (单位：千元/kg) 与月份 x 的统计数据。

x	1	2	3	4	5
y	1.7	3.0	4.4	6.0	7.4

已知 y 与 x 之间满足线性相关关系，且 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ，由此方程预测到 $x = 6$ 时， $y = 8.82$ ，则 $\hat{b} =$

A. 1.38 B. 1.40 C. 1.42 D. 1.44

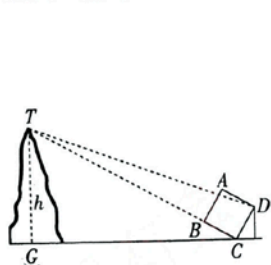
7. 函数 $f(x) = x \sin x + \frac{1}{x}$ 的图象大致为



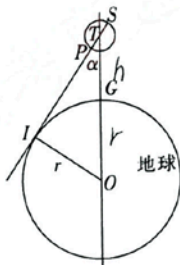
8. 已知函数 $f(x), g(x)$ 都是定义域为 \mathbf{R} 的函数，函数 $g(x-1)$ 为奇函数， $f(1+x) - g(x) = 0, f(3-x) - g(-2-x) = 0$ ，则 $f(2) =$

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

9. 天文计算的需要,促进了三角学和几何学的发展. 10 世纪的科学家比鲁尼的著作《马苏德规律》一书中记录了在三角学方面的一些创造性的工作. 比鲁尼给出了一种测量地球半径的方法:先用边长带有刻度的正方形 $ABCD$ 测得一座山高 $GT = h$ (如图①),再于山顶 T 处悬一直径为 SP 且可以转动的圆环(如图②),从山顶 T 处观测地平线上的一点 I ,测得 $\angle OTI = \alpha$. 由此可以算得地球的半径 $r =$



图①

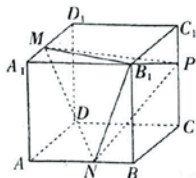


图②

- A. $\frac{h \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}$ B. $\frac{h \cos \alpha}{1 - \sin \alpha}$ C. $\frac{h \sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$ D. $\frac{h \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}$
10. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin^2 \omega x + \sin \omega x \sin(\omega x - \frac{\pi}{2}) - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 π , 则 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的值域为
- A. $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ B. $[-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}]$ C. $[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$ D. $[-1, \frac{\sqrt{3}}{2}]$
11. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公比不等于 ± 1 的等比数列, 若数列 $\{a_n\}$, $\{(-1)^n a_n\}$, $\{a_n^2\}$ 的前 2023 项的和分别为 $m, 8 - m, 20$, 则实数 m 的值
- A. 只有 1 个 B. 有 2 个 C. 无法确定 D. 不存在
12. 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 M, N 在 C 上 (M 位于第一象限), 且点 M, N 关于原点 O 对称, 若 $|MN| = |F_1 F_2|, 2\sqrt{2}|MF_2| = |NF_2|$, 则 C 的离心率为
- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{6\sqrt{2}-3}{7}$ D. $\frac{3\sqrt{2}-3}{7}$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_3 = 0, a_4 + a_5 + a_6 = 6$, 则 $S_7 =$ _____.
14. 中国的“五岳”是指在中国境内的五座名山: 东岳泰山、西岳华山、南岳衡山、北岳恒山、中岳嵩山, 坐落于东、西、南、北、中五个方位. 在甲决定从嵩山、泰山、华山、庐山、黄山这 5 座名山中, 选择 2 座名山在 2022 年国庆期间前去旅游, 则甲至少选中一座属于“五岳”的名山的概率为 _____ (用数字作答).
15. 写出经过三点 $(-2, 0), (-2, 2), (0, 0)$ 中的两点且圆心在直线 $l: x + y = 0$ 上的一个圆的标准方程为 _____.
16. 如图, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1 B_1 C_1 D_1$ 中, 点 M, N, P 分别在棱 $A_1 D_1, AB, CC_1$ 上 (不含端点). 若 $D_1 M = AN = CP$, 则三棱锥 $M - B_1 NP$ 的体积的取值范围为 _____ (用区间表示).



三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

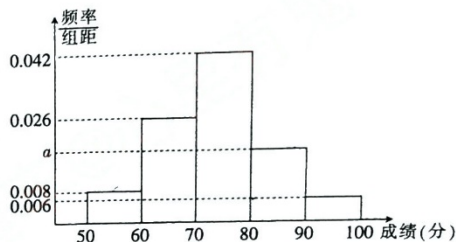
已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\sin A + \sin C = \sqrt{3} \sin A \sin C + \sin^2 B$.

(1) 证明: $A + C = 2B$;

(2) 记 $\triangle ABC$ 的面积为 S , 若 $S = \sqrt{3}b = 4\sqrt{3}$, 求 $a + c$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

2022 年 6 月 17 日, 我国第三艘航空母舰“中国人民解放军海军福建舰”下水试航, 这是我国完全自主设计建造的首艘弹射型航空母舰, 采用平直通长飞行甲板, 配置电磁弹射和阻拦装置, 满载排水量 8 万余吨. “福建舰”的建成, 下水及试航, 是新时代中国强军建设的重要成果. 某校为纪念“福建舰”下水试航, 增强学生的国防意识, 组织了一次国防知识竞赛, 共有 100 名学生参赛, 成绩均在区间 $[50, 100]$ 上, 现将成绩制成如图所示频率分布直方图 (每组均包括左端点, 最后一组包括右端点).



(1) 学校计划对成绩不低于平均分的参赛学生进行奖励, 若同一组中的数据用该组区间的中点值为代表, 试求受奖励的分数线的估计值;

(2) 对这 100 名参赛学生的成绩按参赛者的性别统计, 成绩不低于 80 分的为“良好”, 低于 80 分的为“不良好”得到如下未填写完整的列联表.

	良好	不良好	合计
男			48
女	16		
合计			

(i) 将列联表填写完整;

(ii) 是否有 95% 以上的把握认为参赛学生的成绩是否良好与性别有关?

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$$

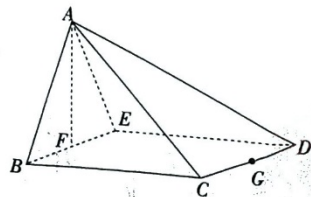
$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

19. (本小题满分 12 分)

如图, 四棱锥 $A - BCDE$ 的底面 $BCDE$ 是平行四边形, $\angle CBE = 60^\circ$, $BC = 2BE = 4$, $AB = AE$, 点 F, G 分别为棱 BE 和 CD 的中点, $AF \perp DE$.

(1) 证明: 平面 $ABE \perp$ 平面 $BCDE$;

(2) 若 $AB = 2$, 求过点 G 且平行于平面 ABC 的平面截四棱锥 $A - BCDE$ 所得截面多边形的周长.



20. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (0 < p < 4)$ 上一纵坐标为 4 的点 M 到其焦点 F 的距离为 5, 过点 $N(2, 0)$ 的直线 l 与 C 相交于 A, B 两点.

(1) 求 C 的标准方程;

(2) 在 x 轴上是否存在异于点 N 的定点 P , 使得点 F 到直线 PA 与直线 PB 的距离相等? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 试说明理由.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - x^2 - 2x + a$.

(1) 记 $g(x) = f'(x)$, 求 $g(x)$ 的单调区间;

(2) 若 $f(x)$ 有 3 个零点, 求整数 a 的值.

参考数据: $e^{\sqrt{2}} \approx 4.11, e^{\sqrt{3}} \approx 5.65, \sqrt{3} \approx 1.73, \sqrt{2} \approx 1.41$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \varphi - \sin \varphi), \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \varphi + \sin \varphi), \end{cases} \quad (\varphi \text{ 为参数}),$$
 以坐标原点为极点, x 轴

的非负半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = 2$.

(1) 写出 l 的直角坐标方程和 C 的普通方程;

(2) 已知点 M 在 C 上, 求点 M 到 l 的距离的取值范围.

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |2x - 3| + |x - 2|$.

(1) 求不等式 $f(x) \leq 3$ 的解集 M ;


(2) 设 M 中的最小的数为 m , 正数 a, b 满足 $a + b = 3m$, 求 $\frac{b^2 + 5}{a} + \frac{a^2}{b}$ 的最小值.


关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

