

秘密★启用前

## 文科数学试卷

### 注意事项:

1. 答题前,考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.
2. 每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.在试题卷上作答无效.
3. 考试结束后,请将本试卷和答题卡一并交回.满分150分,考试用时120分钟.

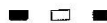
一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合  $A = \{x | \log_2 x < 1\}$ , 集合  $B = \{x \in \mathbf{N} | |x| < 2\}$ , 则  $A \cup B =$ 
  - A.  $\{x | 0 < x < 1\}$
  - B.  $\{x | 0 \leq x < 2\}$
  - C.  $\{x | -2 < x < 2\}$
  - D.  $\{0, 1\}$
2. 已知  $i$  为虚数单位, 则复数  $(1-i)(1-i^3) =$ 
  - A.  $2i$
  - B.  $-2i$
  - C.  $2$
  - D.  $-2$
3. 已知平面向量  $\vec{a}, \vec{b}$  的夹角为  $30^\circ$ ,  $|\vec{a}| = 1$ ,  $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = -\frac{1}{2}$ , 则  $|\vec{b}| =$ 
  - A.  $\sqrt{3}$
  - B.  $2$
  - C.  $3$
  - D.  $4$
4. 已知实数  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+y \geq 1, \\ 2x-y \geq 2, \\ y \leq 1, \end{cases}$  则  $\frac{y}{x}$  的最大值为
  - A.  $2$
  - B.  $\frac{3}{2}$
  - C.  $1$
  - D.  $\frac{2}{3}$
5. 某校为了解高一、高二各班体育节的表现情况, 统计了高一、高二各班的得分情况并绘成如图1所示的茎叶图, 则下列说法正确的是
  - A. 高一年级得分中位数小于高二年级得分中位数
  - B. 高一年级得分方差大于高二年级得分方差
  - C. 高一年级得分平均数等于高二年级得分平均数
  - D. 高一年级班级得分最低为34
6. 在区间  $(0, 3)$  上随机地取一个数  $k$ , 则事件“直线  $y=kx$  与双曲线  $C: x^2 - y^2 = 1$  有两个不同的交点”发生的概率为
  - A.  $\frac{1}{3}$
  - B.  $\frac{1}{2}$
  - C.  $\frac{2}{3}$
  - D.  $1$
7.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 若  $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ,  $a = \sqrt{2}b$ ,  $c > a$ , 则角  $C$  的大小为
  - A.  $\frac{\pi}{3}$
  - B.  $\frac{\pi}{2}$
  - C.  $\frac{2\pi}{3}$
  - D.  $\frac{3\pi}{4}$

高一	高二
	3   6
6 5 3	4   5 7
7 6 5 1	5   0 2 3
4 3	6   1 4 5
0	7   7

图1

文科数学·第1页(共4页)





二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 命题 “ $\forall x \in (0, +\infty), x^2 - 2x - m \geq 0$ ” 为真命题, 则实数  $m$  的最大值为

14. 设  $a \in \mathbf{R}$ , 已知直线  $l: ax + y - 2a = 0$  与圆  $C: (x-2)^2 + y^2 = 4$  交于  $A, B$  两点, 则弦  $AB$  的长为

15. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x \in (0, 2], \\ (x-2), & x \in (2, +\infty), \end{cases}$  则  $f(x)$  在  $x=3$  处的切线方程为

16. 已知平面内一正六边形  $ABCDEF$  的边长为 1, 中心为点  $O$ , 将该正六边形沿对角线  $AD$  折成二面角  $E-AD-C$ , 则当  $EC=1$  时, 三棱锥  $O-CEF$  的外接球表面积为

三、解答题 (共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)

改革开放以来, 中国快递行业持续快速发展, 快递业务量从上世纪 80 年代的 153 万件提升到 2018 年的 507.1 亿件, 快递行业的发展也给我们的生活带来了很大便利. 已知某市某快递点的收费标准为: 首重(重量小于等于 1kg)收费 10 元, 续重 5 元/kg(不足 1kg 按 1kg 算). (如: 一个包裹重量为 2.5kg, 则需支付首付 10 元, 续重 10 元, 一共 20 元快递费用)

(1) 若你有三件礼物  $A, B, C$  重量分别为 0.4kg, 1.2kg, 1.9kg, 要将三个礼物分成两个包裹寄出, 如:  $A, B$  合为一个包裹,  $C$  一个包裹. 那么如何分配礼物, 使得你花费的快递费最少?

(2) 对该快递点近 5 天的每日揽包裹数(单位: 件)进行统计, 得到的日揽包裹数分别为 56 件, 89 件, 130 件, 202 件, 288 件, 那么从这 5 天中随机抽出 2 天, 求这 2 天的日揽包裹数均超过 100 件的概率.

18. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 当  $n \in \mathbf{N}^*$  时,  $S_n = 2^{n+1} - n - 2$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 当  $n \in \mathbf{N}^*$  时, 证明:

(i)  $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq \frac{1}{2^{n-1}} + 2$ ;

(ii)  $\frac{a_2}{a_1} + \frac{a_3}{a_2} + \frac{a_4}{a_3} + \dots + \frac{a_{n+1}}{a_n} < 2n + 2$ .

19. (本小题满分 12 分)

如图 4, 圆台  $O_1O_2$  的轴截面为等腰梯形  $A_1A_2B_2B_1$ ,  $A_1A_2 \parallel B_1B_2$ ,  $A_1A_2 = 2B_1B_2$ ,  $A_1B_1 = 2$ , 圆台  $O_1O_2$  的侧面积为  $6\pi$ . 若点  $C, D$  分别为圆  $O_1, O_2$  上的动点且点  $C, D$  在平面  $A_1A_2B_2B_1$  的同侧.

(1) 求证:  $A_1C \perp A_2C$ ;

(2) 若  $\angle B_2O_1C = 30^\circ$ , 则当三棱锥  $C-A_1DA_2$  的体积取最大值时, 求多面体  $CDA_1A_2B_2B_1$  的体积.

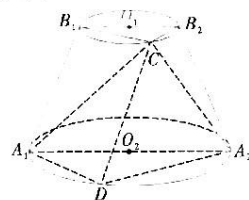


图 4

20. (本小题满分 12 分)

已知抛物线  $C: y = \frac{1}{4}x^2$  的焦点为  $F$ , 过点  $F$  的直线  $l$  与抛物线  $C$  交于  $A, B$  两点, 且  $|AF| = \lambda |BF| (\lambda \geq 2)$ .

- (1) 求直线  $l$  斜率的取值范围;
- (2) 过点  $A, B$  分别作抛物线  $C$  的切线交于点  $P$ , 求  $\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{AB}$ .

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \ln x + 2x - x^2$ .

- (1) 求函数  $f(x)$  的单调区间;
- (2) 判断并说明函数  $g(x) = f(x) - \cos x$  的零点个数. 若函数  $g(x)$  所有零点均在区间  $[m, n] (m \in \mathbf{Z}, n \in \mathbf{Z})$  内, 求  $n - m$  的最小值.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致, 在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的方程为  $\begin{cases} x = 1 + \cos \alpha, \\ y = \sin \alpha, \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数, 且  $\alpha \in (0, \pi)$ ), 若点  $M$  为曲线  $C$  上

的动点, 直线  $OM$  交直线  $x = 2$  于点  $P$ . 以坐标原点为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

- (1) 写出曲线  $C$  的极坐标方程及点  $P$  轨迹的极坐标方程;
- (2) 当  $|PM| = 3$  时, 求点  $P$  的极坐标.

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

设函数  $f(x) = |x+1| - |x-1|$  的最大值为  $M$ .

- (1) 求  $M$  的值;
- (2) 设正数  $a, b, c$  满足  $a+b+c \leq M$ , 求证:  $ab+ac+bc \leq \frac{4}{3}$ .

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

福利：

- 1、关注后回复“答题模板”，即可获得高中 9 科答题模板资料
- 2、回复“清北华五”，即可获得清北华东五校特殊选拔考试模式及真题