

## 浙江省 2019 年 4 月选考科目考试数学试题

一、选择题(本大题共 18 小题,每小题 3 分,共 54 分。每小题列出的四个选项中只有一个是符合题目要求的,不选、多选、错选均不得分。)

1. 函数  $y = \log_3(x-2)$  的定义域为

- A.  $\{x \mid x > 2\}$       B.  $\{x \mid x > 0\}$       C.  $\{x \mid x < 2\}$       D.  $\mathbf{R}$

2. 直线  $y = -2x + 6$  的斜率为

- A. 2      B. -2      C.  $\frac{1}{2}$       D.  $-\frac{1}{2}$

3. 下列点中,在不等式  $3x + 2y - 8 > 0$  表示的平面区域内的是

- A. (0,0)      B. (1,0)      C. (1,1)      D. (1,2)

4. 设  $\{a_n\}$  为等差数列.若  $a_2 = 2, a_3 = 3$ ,则  $a_5 =$

- A. 4      B. 5      C. 6      D. 7

5. 若  $\alpha$  为锐角,  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ,则  $\cos \alpha =$

- A.  $-\frac{1}{5}$       B.  $\frac{1}{5}$       C.  $-\frac{3}{5}$       D.  $\frac{3}{5}$

6. 椭圆  $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$  右焦点的坐标为

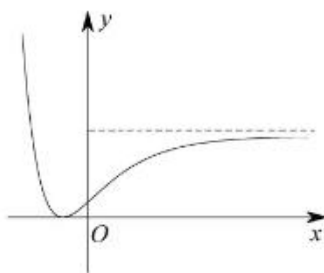
- A. (1,0)      B.  $(\sqrt{2}, 0)$       C.  $(\sqrt{3}, 0)$       D. (2,0)





16. 函数  $f(x) = (3^{ax} - b)^2$  的图象如图所示, 则

- A.  $a > 0$  且  $b > 1$
- B.  $a > 0$  且  $0 < b < 1$
- C.  $a < 0$  且  $b > 1$
- D.  $a < 0$  且  $0 < b < 1$



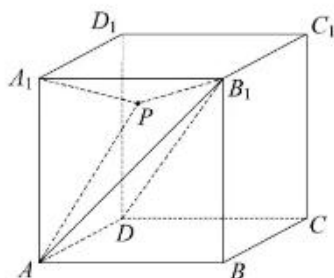
(第 16 题图)

17. 已知  $a, b, c, d$  是四个互不相等的正实数, 满足  $a + b > c + d$ , 且  $|a - b| < |c - d|$ , 则下列选项正确的是

- A.  $a^2 + b^2 > c^2 + d^2$
- B.  $|a^2 - b^2| < |c^2 - d^2|$
- C.  $\sqrt{a} + \sqrt{b} < \sqrt{c} + \sqrt{d}$
- D.  $|\sqrt{a} - \sqrt{b}| < |\sqrt{c} - \sqrt{d}|$

18. 已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ , 空间一动点  $P$  满足  $A_1P \perp AB_1$ , 且  $\angle APB_1 = \angle ADB_1$ , 则点  $P$  的轨迹为

- A. 直线
- B. 圆
- C. 椭圆
- D. 抛物线



(第 18 题图)

二、填空题(本大题共 4 小题, 每空 3 分, 共 15 分。)

19. 已知集合  $A = \{1, 2\}$ , 集合  $B = \{2, 3\}$ , 则  $A \cap B = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$ ;  $A \cup B = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$ 。

20. 已知实数  $x, y$  满足  $x^2 + 4y^2 = 2$ , 则  $xy$  的最大值为  $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$ 。

21. 已知  $A, B$  为圆  $C$  上两点, 若  $AB = 2$ , 则  $\vec{AC} \cdot \vec{AB}$  的值为  $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$ 。

22. 正项数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$  满足  $S_n = \frac{a_n}{2} + \frac{n}{a_n} (n \in \mathbf{N}^+)$ 。若对于任意的  $n \in \mathbf{N}^+$ , 都有

$a_n > k$  成立, 则整数  $k$  的最大值为  $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$ 。

三、解答题(本大题共 3 小题, 共 31 分。)

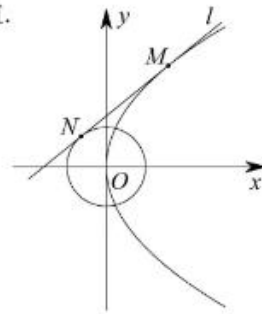
23. (本题 10 分) 已知函数  $f(x) = 2\sin x \sin(x + \frac{\pi}{2}) (x \in \mathbf{R})$ 。

- (I) 求  $f(0)$  的值;
- (II) 求  $f(x)$  的最小正周期;
- (III) 若  $y = f(x + \varphi) (0 < \varphi < \frac{\pi}{2})$  为偶函数, 求  $\varphi$  的值。

24. (本题 10 分) 如图, 不垂直于坐标轴的直线  $l$  与抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 有且只有一个公共点  $M$ .

(I) 当  $M$  的坐标为  $(2, 2)$  时, 求  $p$  的值及直线  $l$  的方程;

(II) 若直线  $l$  与圆  $x^2 + y^2 = 1$  相切于点  $N$ , 求  $|MN|$  的最小值.



(第 24 题图)

25. (本题 11 分) 如果一个函数的值域与其定义域相同, 则称该函数为“同域函数”. 已知函数

$f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + a + 1}$  的定义域为  $\{x \mid ax^2 + bx + a + 1 \geq 0, \text{ 且 } x \geq 0\}$ .

(I) 若  $a = -1, b = 2$ , 求  $f(x)$  的定义域;

(II) 当  $a = 1$  时, 若  $f(x)$  为“同域函数”, 求实数  $b$  的值;

(III) 若存在实数  $a < 0$  且  $a \neq -1$ , 使得  $f(x)$  为“同域函数”, 求实数  $b$  的取值范围.

自主招生在线创始于 2014 年, 是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台, 旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵, 关注用户超百万, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生, 引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注自主招生在线官方微信号: **zizzsw**。



微信扫一扫, 快速关注