

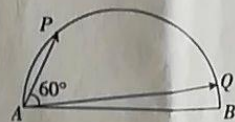
江苏省“百校大联考”高三年级第二次考试 数学试卷

注意事项:

1. 本试卷分填空题和解答题两部分。满分 160 分,考试时间 120 分钟。
2. 本试卷共 4 页,在检查是否有漏印、重印或错印后再开始答题。
3. 所有试题必须作答在答题卡上规定的区域内,注意题号必须对应,否则不给分。
4. 答题前,务必将姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色签字笔填写在试卷及答题卡上。

一、填空题:本大题共 14 小题,每小题 5 分,共 70 分。请把答案直接填写在答题卡相应位置上。

1. 已知集合 $A=\{1,2,4\}$, $B=\{a,a+1\}$,若 $A \cap B=\{2\}$,则实数 a 的值为 。
2. 函数 $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)}$ 的定义域为 。
3. “实数 $m=-1$ ”是“向量 $a=(m,1)$ 与向量 $b=(m-2,3)$ 平行”的 条件(从“充分不必要”“必要不充分”“充分必要”“既不充分也不必要”中选择恰当的一个填空)。
4. 已知幂函数 $f(x)=x^{m^2-2m}$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上是单调递减函数,则整数 m 的取值为 。
5. 已知 $2\sin(\alpha-\frac{\pi}{2})=\sin(\pi+\alpha)$,则 $\tan(\pi-\alpha)$ 的值是 。
6. 设向量 a, b, c 均为单位向量,且 $|a+b|=\sqrt{2}|c|$,则向量 a, b 的夹角等于 。
7. 若函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)$ ($|\varphi|<\frac{\pi}{2}$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后关于原点对称,则 $f(\frac{\pi}{4})=\underline{\hspace{1cm}}$ 。
8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} \sin \pi x, & x \leq 0, \\ f(x-2)+2, & x > 0, \end{cases}$ 则 $f(\frac{13}{2})$ 的值为 。
9. 在 $\triangle ABC$ 中,设 a, b, c 分别为角 A, B, C 的对边,记 $\triangle ABC$ 的面积为 S ,且 $\frac{2}{\sqrt{3}}S=\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$, $\cos A=\frac{4}{5}$,则 $\cos C$ 的值为 。
10. 设函数 $f(x)=e^x-e^{-x}+1$,则不等式 $f(2x^2-1)+f(x)<2$ 的解集为 。
11. 对任意的 $x \in (0,+\infty)$,不等式 $x+\frac{1}{2}a^2-\frac{3}{2}a-\ln x>0$ 恒成立,则实数 a 的取值范围是 。
12. 如图所示, P, Q 两点(可与 A, B 两点重合)是在以 AB 为直径的上半圆弧上的两点,且 $AB=4$, $\angle PAQ=60^\circ$,则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 的取值范围为 。
13. 已知直线 l 与曲线 $y=\sin x$ 相切于点 $A(\alpha, \sin \alpha)$ ($0<\alpha<\frac{\pi}{2}$),且直线 l 与曲线 $y=\sin x$ 的图象交于点 $B(\beta, \sin \beta)$,若 $\alpha-\beta=\pi$,则 $\tan \alpha$ 的值为 。





14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0, \\ \frac{x}{e^{x-1}}, & x \geq 0, \end{cases}$ 若方程 $f^2(x) - 2af(x) + a^2 - \frac{1}{16} = 0$ 有 4 个不等的实根, 则实数 a 的取值集合为 ▲ .

二、解答题: 本大题共 6 小题, 共 90 分. 请在答题卡指定区域内作答. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本小题满分 14 分)

已知 m 为实常数. 命题 $p: \exists x \in (1, 2), x^2 + x - m = 0$; 命题 q : 函数 $f(x) = \ln x - mx$ 在区间 $[1, 2]$ 上是单调递增函数.

(1) 若命题 p 为真命题, 求 m 的取值范围;

(2) 若命题“ p 或 q ”为真命题, 命题“ p 且 q ”为假命题, 求 m 的取值范围.

16. (本小题满分 14 分)

已知向量 $a = (\sin \frac{x}{2}, \sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}))$, $b = (\cos \frac{x}{2}, \sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}))$, 函数 $f(x) = a \cdot b$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间;

(2) 若 $f(\alpha) = \frac{\sqrt{6}}{4}$, 试求 $\sin(2\alpha + \frac{\pi}{6})$ 的值.

17. (本小题满分 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中,点 D 为边 AB 的中点.

(1)若 $CB=4, CA=3$,求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$;

(2)若 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD}$,试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

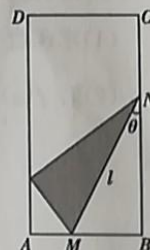
18. (本小题满分 16 分)

如图,在矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB=6$ cm, $AD=12$ cm,在线段 AB 上取一点 M ,沿着过 M 点的直线将矩形右下角折起,使得右下角顶点 B 恰好落在矩形的左边 AD 边上. 设折痕所在的直线与 BC 交于 N 点,记折痕 MN 的长度为 l ,翻折角 $\angle BNM$ 为 θ .

(1)探求 l 与 θ 的函数关系,推导出用 θ 表示 l 的函数表达式;

(2)设 BM 的长为 x cm,求 x 的取值范围;

(3)确定点 M 在何处时,翻折后重叠部分的图形面积最小.



19. (本小题满分 16 分)

已知函数 $f(x) = -\frac{1}{2}ax^2 + (a-1)x + \ln x, a \in \mathbb{R}$.

- (1) 当 $x \in [1, 5]$, 且 $a \geq 0$ 时, 试求函数 $f(x)$ 的最小值;
- (2) 若对任意的 $x \in (0, +\infty)$, $f(x) + 1 - \frac{a}{2} \leq 0$ 恒成立, 试求 a 的取值范围.

20. (本小题满分 16 分)

已知函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + px + q$, 其中 $p, q \in \mathbb{R}$.

- (1) 若函数 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $x + y - 3 = 0$, 求 p, q 的值;
- (2) 若函数 $f(x)$ 有两个极值点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 证明: $f(x_1), p + q - 2, f(x_2)$ 成等差数列.
- (3) 若函数 $f(x)$ 有三个零点 $0, m, n (m < n)$. 对任意的 $x \in [m, n]$, 不等式 $f(x) \leq 14 + p$ 恒成立, 求 p 的取值范围.

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注自主招生在线官方微信号：
zizzsw。



微信扫一扫，快速关注