

座位号  
考号  
姓名  
班级  
县(市、区)

绝密★启用前

2022—2023 学年(下)南阳六校高一年级期末考试

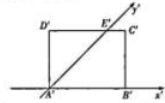
数学

考生注意:

- 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
- 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 已知  $\odot O$  的半径为 2,弦  $AB$  的长等于半径,则劣弧  $\widehat{AB}$  的长为  
A.  $\frac{\pi}{3}$       B.  $\frac{\pi}{2}$       C.  $\frac{2\pi}{3}$       D.  $\pi$
- 复数  $z = \frac{-4i}{1-\sqrt{3}i}$  在复平面内对应的点位于  
A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限
- 已知  $0 < \alpha < \pi$ ,且  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ,则  $\sin \alpha - \cos \alpha =$   
A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$       C.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$       D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- 如图,一个水平放置的平行四边形  $ABCD$  的斜二测画法的直观图为矩形  $A'B'C'D'$ ,若  $A'B' = 4, B'C' = 3$ ,则在原平行四边形  $ABCD$  中,  $AD =$



- A. 3      B.  $3\sqrt{2}$       C.  $6\sqrt{2}$       D. 9
5. 在  $\triangle ABC$  中,角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ,若  $\cos^2 \frac{A}{2} = \frac{1 - \cos 2A}{2}$  且  $b = c$ ,则  $B =$   
A.  $\frac{\pi}{3}$       B.  $\frac{\pi}{4}$       C.  $\frac{\pi}{6}$       D.  $\frac{\pi}{12}$

数学试题 第 1 页(共 4 页)

6. 将函数  $f(x) = 2\sin(2x - \theta)$  ( $|\theta| < \frac{\pi}{2}$ ) 图象上各点的横坐标缩小为原来的  $\frac{1}{2}$ ,再将所得图象

向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度得到一个偶函数  $g(x)$  的图象,则  $f(x)$  的零点为

- A.  $-\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$       B.  $-\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$   
C.  $-\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$       D.  $-\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$

7. 已知某正四棱台上底面的边长为  $2\sqrt{2}$ ,下底面的边长为  $4\sqrt{2}$ ,外接球的表面积为  $80\pi$ ,则该正四棱台的体积为

- A. 224      B. 112      C.  $224$  或  $\frac{224}{3}$       D. 112 或  $\frac{112}{3}$

8. 已知  $\triangle ABC$  中,  $\sin A : \sin B = 2 : 3, \angle ACB = \frac{\pi}{3}$ ,且  $\triangle ABC$  的面积为  $6\sqrt{3}$ ,则  $\triangle ABC$  的边  $AB$  上的中线长为

- A.  $\frac{3\sqrt{19}}{2}$       B.  $\sqrt{19}$       C.  $3\sqrt{2}$       D.  $3\sqrt{3}$

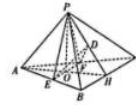
二、多项选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。

- 设  $m, n$  是两条不同的直线,  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面,则下列说法正确的是  
A. 若  $m \perp n, m \subset \alpha, n \subset \beta$ ,则  $\alpha \perp \beta$       B. 若  $m \perp \alpha, m \parallel n, \alpha \perp \beta$ ,则  $n \parallel \beta$   
C. 若  $\alpha \parallel \beta, n \perp \beta, m \parallel \alpha$ ,则  $m \perp n$       D. 若  $\alpha \perp \beta, m \perp \beta, n \perp \alpha$ ,则  $m \perp n$
- 已知复数  $z = \sqrt{3} + i$ ,则下列说法正确的是

- A.  $z$  的虚部为  $i$       B.  $\frac{z^{2023}}{z} = -\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$   
C.  $2z = (1 - \sqrt{3}i)z$       D. 若  $|z_0| = 1$ ,则  $|z_0 - z|$  的最小值是 1

11. 如图,正三棱锥  $P-ABC$  的底面边长是侧棱长的  $\sqrt{2}$  倍,  $E, F, H$  分别是  $AB, AC, BC$  的中点,  $D$  为  $PH$  的中点,且  $EF \cap AH = O$ ,则下列结论中正确的是

- A. 平面  $PAH \perp$  平面  $ABC$   
B. 平面  $PEF \perp$  平面  $PAH$   
C. 平面  $PEF \perp$  平面  $ABC$   
D. 平面  $EFD \perp$  平面  $PBC$



12. 已知函数  $f(x) = 2\cos \varphi \cos(2x + \varphi) + \sin 2x - \cos(2x + 2\varphi)$ ,则

- A.  $f(x)$  的图象关于点  $(\frac{3\pi}{8}, 0)$  中心对称  
B.  $f(x)$  的值域为  $[-2, 2]$   
C. 满足  $f(x)$  在区间  $[-m, m]$  上单调递增的  $m$  的最大值为  $\frac{\pi}{8}$   
D.  $f(x) = 1$  在区间  $(-\frac{\pi}{8}, \frac{11\pi}{8})$  上的所有实根之和为  $\frac{5\pi}{2}$

数学试题 第 2 页(共 4 页)

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 已知向量  $a = (1, 2)$ ,  $b = (1, -1)$ ,  $c = \lambda a + 2b$ , 若  $c \perp b$ , 则  $|c| =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知函数  $y = \tan\left(2ax - \frac{\pi}{4}\right)$  ( $a > 0$ ) 的最小正周期为  $\frac{\pi}{2}$ , 则函数  $y = \sqrt{\tan ax - 1}$  的定义域为 \_\_\_\_\_.

15. 已知角  $\alpha$  的顶点在坐标原点, 始边与  $x$  轴非负半轴重合, 点  $P(m, -3m)$  ( $m \neq 0$ ) 是角  $\alpha$  终边上的一点, 则  $\frac{\sin(\alpha - 2\pi) + 3\cos(\pi - \alpha)}{2\sin\left(-\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) + \sin(7\pi + \alpha)} =$  \_\_\_\_\_.

16. 已知向量  $a, b$  满足  $|a| = 3$ ,  $|b| = 2$ , 则  $|a + b| + |a - b|$  的最小值是 \_\_\_\_\_, 最大值是 \_\_\_\_\_. (填对一空得3分, 都填对得5分)

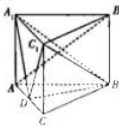
四、解答题:共70分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (10分)

如图, 在直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $AC \perp BC$ ,  $BC = CC_1$ , 点  $D$  是  $AC$  的中点.

(I) 求证:  $AB_1 \parallel$  平面  $BC_1D$ ;

(II) 若三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  的体积为 6, 求四面体  $A, C, B, D$  的体积.

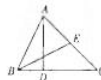


18. (12分)

如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\overline{CD} = 2\overline{DB}$ ,  $\overline{AE} = \overline{EC}$ .

(I) 用  $\overline{AB}, \overline{AD}$  表示  $\overline{AC}, \overline{BE}$ ;

(II) 若点  $M$  满足  $\overline{AM} = -\frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{3}{4}\overline{AC}$ , 证明:  $B, M, E$  三点共线.



19. (12分)

已知复数  $z_1 = 2\sin\theta - \sqrt{3}i$ ,  $z_2 = 1 + (2\cos\theta)i$ ,  $\theta \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right)$ .

(I) 若  $z_1 \cdot z_2$  为实数, 求  $\theta$  的值;

(II) 设复数  $z_1, z_2$  在复平面内对应的向量分别是  $a, b$ , 若  $(2a - b) \perp (a - 2b)$ , 求  $\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$  的值.

数学试题 第3页(共4页)

20. (12分)

将函数  $y = \sin x$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度, 再把所得图象上各点的横坐标缩短为原来

的  $\frac{1}{\omega}$  ( $\omega \in \mathbb{N}^*$ ), 纵坐标不变, 得到函数  $f(x)$  的图象. 已知  $f(x)$  的图象在区间  $[0, \pi]$  上有且仅有两条对称轴.

(I) 求  $f\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ ;

(II) 求  $f(x)$  在  $[0, \pi]$  上的单调区间.

21. (12分)

在锐角  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $2a\sin\left(B + \frac{\pi}{6}\right) = b + c$ .

(I) 求  $A$ ;

(II) 若  $a = 2$ , 求  $bc$  的取值范围.

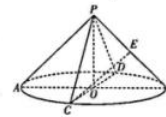
22. (12分)

如图, 圆锥  $PO$  的体积  $V = \frac{8\pi}{3}$ , 点  $A, B, C, D$  都在底面圆周上, 且  $AB \cap CD = O$ ,  $AB \perp CD$ ,

$AB = 4$ ,  $E$  为  $PB$  的中点.

(I) 求圆锥  $PO$  的侧面积;

(II) 求直线  $CE$  与平面  $PCD$  所成角的余弦值.



数学试题 第4页(共4页)

## 关于我们

2

官方微信公众号: zizzsw

官方网站: [www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)

咨询热线: 010-5601 9830

微信客服: zizzs2018

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：  
www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线