"皖南八校"2022届高三第二次联考

数学(文科)

"皖八"理事会(18校)　审定:徐祝云　章学明　2021.12

考生注意:

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分150分,考试时间120分钟。
2. 考生作答时,请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;非选择题请用直径0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答,**超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上作答无效。**
3. 本卷命题范围:高考范围。

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数z满足$z\cdot i^4=1+i^5$(其中i为虚数单位),则$z=$

A. $1+i$　　B. $-1+i$　　C. $1-i$　　D. $-1-i$

2. 已知$A=\{x|y=-2x,x\in\mathbf{R}\}$,$B=\{y|y=x^2-3,x\in\mathbf{R}\}$,则$A\cap B$等于

A. $\{(1,-2),(-3,6)\}$　　B. $\mathbf{R}$

C. $[-3,+\infty)$　　D. $\varnothing$

3. 命题"$\forall x\in(0,+\infty)$,$\ln x\leqslant x-1$"的否定是

A. $\exists x_0\in(0,+\infty)$,$\ln x_0>x_0-1$

B. $\exists x_0\notin(0,+\infty)$,$\ln x_0\leqslant x_0-1$

C. $\forall x\in(0,+\infty)$,$\ln x>x-1$

D. $\forall x\notin(0,+\infty)$,$\ln x\leqslant x-1$

4. 已知$a,b>1$且$a\neq b$,下列各式中最大的是

A. $\sqrt{ab}$　　B. $\frac{a+b}{2}$　　C. $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$　　D. $\frac{a^2+b^2}{2}$

5. 下列函数中,既是偶函数又在$(0,+\infty)$上是单调递增的是

A. $y=\frac{1}{|x|}$

B. $y=x^2+x$

C. $y=e^{|x|}$

D. $y=\ln(\sqrt{x^2+1}+x)$

6. 在《增减算法统宗》中有这样一则故事:"三百七十八里关,初行健步不为难;次日脚痛减一半,如此六日过其关".则第五天走的路程为(　　)里.

A. 6　　B. 12　　C. 24　　D. 48

7. 散点图上有5组数据：(x_1,y_1)，(x_2,y_2)，(x_3,y_3)，(x_4,y_4)，(x_5,y_5)据收集到的数据可知$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=55$，由最小二乘法求得回归直线方程为$\hat{y}=0.76x+45.84$，则$y_1+y_2+y_3+y_4+y_5$的值为

A. 54.2 B. 87.64 C. 271 D. 438.2

8. 若$a>b>1$，$0<c<1$，则

A. $a^c<b^c$

B. $ab^c<ba^c$

C. $\log_a c>\log_b c$

D. $a\log_b c>b\log_a c$

9. 函数$f(x)=\ln x+\frac{1}{x}+\ln 2$的图象在点$(\frac{1}{2},f(\frac{1}{2}))$处的切线方程为

A. $2x+y-3=0$

B. $2x+y+3=0$

C. $2x-y+3=0$

D. $2x-y-3=0$

10. 已知$\frac{\tan\alpha-1}{1+\tan\alpha}=2$，则$\sin\left(2\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$的值为

A. $\frac{\sqrt{2}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{5}$ C. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{5}$

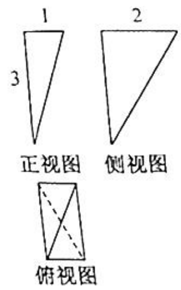
11. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的外接球表面积是

A. 14π

B. 10π

C. $\frac{7\sqrt{14}}{3}\pi$

D. $\frac{14}{3}\pi$



12. 已知抛物线$C:x^2=4y$的焦点为F，若直线l过F，且与抛物线C交于A，B，过点A作直线$y=-1$的垂线，垂足为点M，点N在y轴上，AF，MN互相垂直平分，则$|AB|=$

A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{16}{3}$ C. 4 D. 8

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 已知向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$满足$|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=3$，则$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$________.

14. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，其前n项和为S_n，若$S_6-3S_2=24$，则$S_8=$________.

15. 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，左右焦点分别为$F_1$，$F_2$，若过右焦点的直线与以线段$OF_1$为直径的圆相切，且与双曲线在第二象限交于点$P$，且$PF_1\perp x$轴，则双曲线的离心率是________

16. 在直四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，底面$ABCD$为边长为2的菱形，$\angle BAD=60°$，$AA_1=2$，点P在线段BD_1上运动，则以下命题中正确的是________.

①不管点P在线段BD_1上如何运动，都有$A_1D_1\parallel$平面BCP；

②随点P在线段BD_1上运动，点B到平面ACP的最大距离为1；

③当点P运动到线段BD_1的中点时，平面ABP截直四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的截面面积为16；

④点A到平面BCP的距离为$\frac{2\sqrt{15}}{5}$.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17.（本小题满分 12 分）

在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，$2\sin C=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-\frac{c^2}{ab}$.

(1)求角 C；

(2)若 $c=1$，$A=\frac{\pi}{3}$，求△ABC 的面积.

18.（本小题满分 12 分）

2021 年 7 月 25 日，在东京奥运会自行车公路赛中，奥地利数学女博士安娜·基森霍夫(Anna Kiesenhofer)以 3 小时 52 分 45 秒的成绩获得冠军，震惊了世界！广大网友惊呼"学好数理化，走遍天下都不怕". 某市对中学生的体能测试成绩与数学测试成绩进行分析，并从中随机抽取了 200 人进行抽样分析，得到下表(单位：人)：

	体能一般	体能优秀	合计
数学一般	50	50	100
数学优秀	40	60	100
合计	90	110	200

(1)根据以上数据，能否在犯错误的概率不超过 0.10 的前提下认为"体能优秀"还是"体能一般"与数学成绩有关？(结果精确到小数点后两位)

(2)现从抽取的数学优秀的人中，按"体能优秀"与"体能一般"这两类进行分层抽样抽取 5 人，然后，再从这 5 人中随机选出 2 人，求这 2 人都是"体能优秀"的概率.

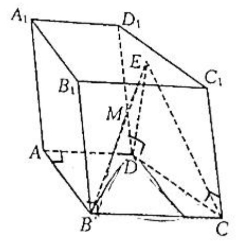
参考公式：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

参考数据：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

19.（本小题满分 12 分）

在直棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB\perp AD$，$AD/\!/BC$ 其中 $AB=AD=\frac{1}{2}BC=2$，$AA_1=2\sqrt{2}$，点 M 在 DD_1 上，且 $DM=\frac{1}{2}MD_1$，延长 BM 至 E 使得 $BM=\frac{2}{3}BE$.



(1)求证：$CD\perp BE$；

(2)求点 B 到平面 CDE 距离.

20.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$，长轴长为 4，过椭圆左焦点 F_1 的直线 l 与椭圆交于点 P,Q，P,Q 异于顶点.

(1)求椭圆的方程；

(2)设 $N(-4,0)$，证明：$\angle PNF_1=\angle QNF_1$.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x-x^2-x$.

(1)求 $f(x)$ 的极值；

(2)设 $g(x)=f(x)+\frac{(a+2)x^2}{2}-(a-1)x+\frac{3}{2}(a>0)$，若 $g(x)$ 存在唯一极大值，极大值点为 x_0，求证：$g(x_0)<-\frac{1}{2}$.

(二)选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.[选修 4—4：坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+t\\y=2-t\end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=6\sin\theta+8\cos\theta$.

(1)求曲线 C 的直角坐标方程与直线 l 的普通方程；

(2)直线 l 与曲线 C 交于 A,B 两点，点 $P(-2,6)$，求 $|PA|+|PB|$.

3.[选修 4—5：不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=-|x+1|-|x+2|$.

(1)求不等式 $f(x)\geqslant -3$ 的解集；

(2)若对 $\forall x\in[-4,2]$，都有 $f(x)+|a-2|\geqslant 0$ 恒成立，求 a 的取值范围.

“皖南八校”2022届高三第二次联考·数学(文科)

参考答案、提示及评分细则

1. A　∵$i^2=-1$，∴$z\cdot i^2=1+i^3$，∴$z=-1+i$.故选 A.

2. C　$A=\{x|y=-2x,x\in\mathbf{R}\}=\mathbf{R}$，$B=\{y|y=x^2-3,x\in\mathbf{R}\}=\{y|y\geqslant-3\}$，所以 $A\cap B=[-3,+\infty)$，故选 C.

3. A　命题“$\forall x\in(0,+\infty)$，$\ln x\leqslant x-1$”的否定为“$\exists x_0\in(0,+\infty)$，$\ln x_0>x_0-1$”. 故选 A.

4. D　因为 a、$b>1$，$a\neq b$，由基本不等式可知，$\sqrt{ab}<\frac{a+b}{2}$，又因为 a、$b>1$，故 $\frac{a+b}{2}>1$，所以 $(\frac{a+b}{2})^2>\frac{a+b}{2}$，$\frac{a^2+b^2}{2}-(\frac{a+b}{2})^2=\frac{a^2+b^2}{2}-\frac{a^2+2ab+b^2}{4}=\frac{(a-b)^2}{4}>0$，所以有 $\sqrt{ab}<\frac{a+b}{2}<(\frac{a+b}{2})^2<\frac{a^2+b^2}{2}$，故选 D.

5. C　因为 $y=\frac{1}{|x|}$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，故 A 错误；因为 $y=x^2+x$ 既不是奇函数，也不是偶函数，故 B 错误；因为 $y=e^{|x|}$ 是偶函数，且在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，故 C 正确；因为 $y=\ln(\sqrt{x^2+1}+x)$ 是奇函数，故 D 错误. 故选 C.

6. B　设此人第 n 天走 a_n 里路，则 $\{a_n\}$ 是首项为 a_1，公比为 $q=\frac{1}{2}$ 的等比数列，由等比数列前 n 项和公式得：

$S_6=\frac{a_1\left(1-\frac{1}{2^6}\right)}{1-\frac{1}{2}}=378$，解得 $a_1=192$，∴$a_5=a_1q^4=192\times\left(\frac{1}{2}\right)^4=12$. .故选 B.

7. C　$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=55$，故 $\overline{x}=11$，则 $\overline{y}=0.76\overline{x}+45.84=54.2$，故 $y_1+y_2+y_3+y_4+y_5=5\overline{y}=271$. 故选 C.

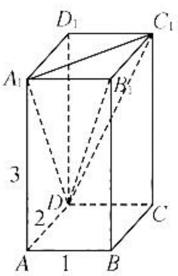
8. C　因为 $a>b>1$，$0<c<1$，令 $y=x^c$，则该函数在 $(0,+\infty)$ 为增函数，∴$a^c>b^c$，故 A 错误；令 $y=x^{c-1}$，则该函数在 $(0,+\infty)$ 为减函数，则 $\frac{b^c}{b}>\frac{a^c}{a}$，则有 $ab^c>ba^c$，故 B 错误；令 $y=\log_c x$，则该函数为减函数，所以 $0>\log_c b>\log_c a$，则 $\log_b c<\log_a c<0$，故 C 正确；由 C 可知，$\log_b c<\log_a c<0$，又 $a>b>1$，所以 $a\log_b c<a\log_a c<b\log_a c$，故 D 错误；故选 C.

9. A　因为 $f(x)=\ln x+\frac{1}{x}+\ln 2$，所以 $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}$，所以 $f(\frac{1}{2})=2$，$f'(\frac{1}{2})=-2$，所以切线的斜率为 -2，所求切线方程为 $y-2=-2(x-\frac{1}{2})$，即 $2x+y-3=0$. 故选 A.

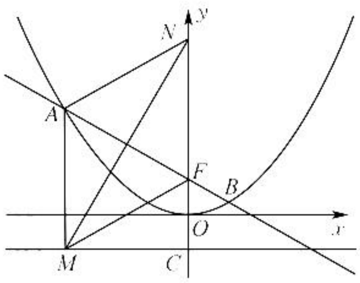
10. A　∵$\frac{\tan\alpha-1}{1+\tan\alpha}=2$，∴$\tan\alpha=-3$，

$\sin\left(2\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin 2\alpha-\cos 2\alpha)=\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\tan^2\alpha+2\tan\alpha-1}{1+\tan^2\alpha}=\frac{\sqrt{2}}{10}$.

11. A　解：此几何体为长宽高分别为 1，2，3 的长方体中的四个顶点构成的三棱锥，所以 $R=\frac{\sqrt{1+2^2+3^2}}{2}=\frac{\sqrt{14}}{2}$，外接球表面积为：$S=4\pi R^2=14\pi$.



（第 11 题图）



（第 12 题图）

12. B　如图所示，因为 AF，MN 互相垂直平分，所以四边形 $AMFN$ 为菱形. 又由抛物线定义可知，$AF=AM$，故 $\triangle AMF$ 为正三角形，从而 $\angle FMC=30^\circ$，所以在 $Rt\triangle FMC$ 中，$\sin\angle FMC=\frac{FC}{MF}=\frac{1}{2}$，又 $FC=2$，所以 $MF=AF=4$.

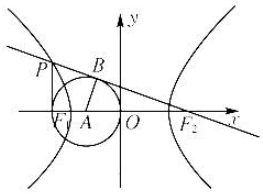
又$\frac{1}{AF}+\frac{1}{BF}=\frac{2}{p}=1$，得$BF=\frac{4}{3}$，所以$AB=AF+BF=4+\frac{4}{3}=\frac{16}{3}$.

13.1　∵$|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=3$，所以由$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2}=\sqrt{\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2}=\sqrt{1+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+4}=3$，得$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2$.

所以$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2}=\sqrt{(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2-4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}=\sqrt{9-4\cdot 2}=1$.

14.64　∵数列$\{a_n\}$为等差数列，∴数列$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$为等差数列，设其公差为$d$，又$\frac{S_6}{6}-\frac{S_2}{2}=4d=4$，解得：$d=1$，又$\frac{S_1}{1}=a_1=1$，∴$\frac{S_8}{8}=8$，∴$S_8=64$.

15.$\sqrt{2}$　如图所示：不妨假设$c=2$，设切点为B.



$\sin\angle PF_2F_1=\sin\angle BF_2A=\frac{|AB|}{|F_2A|}=\frac{1}{3}$，$\tan\angle PF_2F_1=\frac{1}{\sqrt{3^2-1^2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$.

所以由$\tan\angle PF_2F_1=\frac{|PF_1|}{|F_1F_2|}$，$|F_1F_2|=2c=4$，所以$|PF_1|=\sqrt{2}$，$|PF_2|=|PF_1|\times\frac{1}{\sin\angle PF_2F_1}=3\sqrt{2}$.

于是$2a=|PF_2|-|PF_1|=2\sqrt{2}$，即$a=\sqrt{2}$，所以$e=\frac{c}{a}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$.

16.②④　①点P在BD_1上运动，构成的平面BCP，此时$A_1D_1\subseteq$平面BCP，所以①错.

②当点P在BD_1的中点时，平面$APC\perp$底面$ABCD$，此时，点B到平面ACP的最大距离为1，所以②正确.

③当点P运动到线段BD_1的中点时，平面ABP与直四棱柱的截面ABC_1D_1，在$\triangle BC_1D_1$中，$BC_1=4$，$BD_1=4$，$C_1D_1=2$，则$S_{\triangle BC_1D_1}=\sqrt{15}$，所以平行四边形$ABC_1D_1$面积为$2\sqrt{15}$.

④虽然点P在BD_1上运动，但A到平面BCP的距离为定值，即A到平面BCD_1的距离．$V_{D_1-ABC}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot DD_1=\frac{1}{3}\times\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}=2$，在$\triangle BCD_1$中，$BC=2$，$BD_1=4=CD_1$，则$S_{\triangle BCD_1}=\sqrt{15}$.

设点A到平面BCD_1的距离为h.

根据等体积法：$\frac{1}{3}\times\sqrt{15}h=2$，则$h=\frac{2\sqrt{15}}{5}$，所以④正确.

17.解：(1)$2\sin C=\frac{a^2+b^2-c^2}{ab}$. ………………………………………… 2分

则$\sin C=\frac{2ab\cos C}{2ab}$，∴$\tan C=1$. ………………………………………… 4分

∵$C\in(0,\pi)$，∴$C=\frac{\pi}{4}$. ………………………………………… 5分

(2)由(1)得$C=\frac{\pi}{4}$，由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$得，

$b=\frac{c}{\sin C}\cdot\sin B=\sqrt{2}\sin\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{3}\right)$ ………………………………………… 7分

$=\sqrt{2}\left(\sin\frac{3\pi}{4}\cos\frac{\pi}{3}-\cos\frac{3\pi}{4}\sin\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$. ………………………………………… 10分

故$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times\frac{1+\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3+\sqrt{3}}{8}$ ………………………………………… 12分

18.解：(1)$K^2=\frac{200\times(50\times 60-50\times 40)^2}{110\times 90\times 100\times 100}\approx 2.02$.

∵$2.02<2.706$，

∴不能在犯错误的概率不超过0.01的前提下认为"体能优秀"还是"体能一般"与数学成绩有关. …… 5分

(2)①依题意，抽取的数学优秀的人中，是"体能一般"的有$5\times\frac{40}{100}=2$(人)，记为A，B.

是"体能优秀"的有$5\times\frac{60}{100}=3$(人)，记为c，d，e. ………………………………………… 7分

则任取2人的取法有AB，Ac，Ad，Ae，Bc，Bd，Be，cd，ce，de，共10种，

其中2人都是"体能优秀"的取法有cd，ce，de，共3种，

则选出的2人都是"体能优秀"的概率为$P=\frac{3}{10}$. ………………………………………… 12分

19.(1)证明：在直角梯形$ABCD$，

$BD=2\sqrt{2}$，$\angle DBC=45°$，$DC^2=BD^2+BC^2-2BD\cdot BC\cdot\cos 45°$，

得到$DC=2\sqrt{2}$，$CD\perp BD$. ………………………………………… 2分

又因为$DD_1\perp$平面$ABCD$，所以$DD_1\perp CD$，又$DD_1\cap BD=D$，

19.(1)证明:在直角梯形 $ABCD$,

$BD=2\sqrt{2}$,$\angle DBC=45°$,$DC^2=BD^2+BC^2-2BD\cdot BC\cdot\cos 45°$,

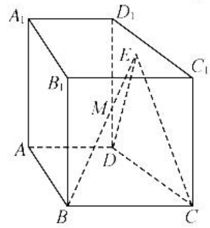
得到 $DC=2\sqrt{2}$,$CD\perp BD$. ………………………………………………………………… 2 分

又因为 $DD_1\perp$ 平面 $ABCD$,所以 $DD_1\perp CD$,又 $DD_1\cap BD=D$,

所以 $CD\perp$ 平面 BDD_1. ………………………………………………………………… 4 分

$BE\subset$ 平面 BDD_1 所以 $CD\perp BE$. ………………………………………………………… 5 分

(2)解:由(1)得 $CD\perp$ 平面 BDE,由 $DM=\frac{1}{2}MD_1$,$BM=\frac{2}{3}BE$,



知点 E 到直线 BD 距离为$\sqrt{2}$. ……………………………………………… 7 分

$S_{\triangle BDE}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$.

$V_{C-BDE}=\frac{1}{3}\times 2\times 2\sqrt{2}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$. ……………………………………………… 9 分

在$\triangle BDE$ 中,$BD=2\sqrt{2}$,$\tan\angle MBD=\frac{MD}{BD}=\frac{1}{3}$,故 $\cos\angle MBD=\frac{3\sqrt{10}}{10}$,

$BE=\frac{3}{2}BM=\frac{3}{2}\sqrt{(2\sqrt{2})^2+\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2}=\sqrt{20}$.

$DE=\sqrt{BD^2+BE^2-2BD\cdot BE\cos\angle MBD}=2$,

由(1)知 $CD\perp BE$,故 $S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}\times DE\times CD=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 2=2\sqrt{2}$,

设点 B 到平面 CDE 距离为 h,

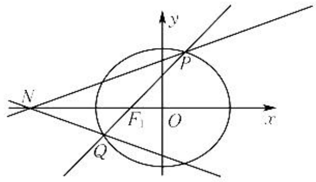
$V_{C-BDE}=\frac{4\sqrt{2}}{3}=\frac{1}{3}\times 2\sqrt{2}h$,$h=2$.

∴点 B 到平面 CDE 距离为 2. ……………………………………………………………… 12 分

20.解:(1)由题意可得 $a=2$,$c=1$,∴$b=\sqrt{3}$,

故椭圆方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ………………………………………………………………… 4 分

(2)设直线 PQ 方程为:$x=my-1$,$P(x_1,y_1)$,$Q(x_2,y_2)$,



$\begin{cases}x=my-1\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\end{cases}\Rightarrow(3m^2+4)y^2-6my-9=0$

$\begin{cases}y_1+y_2=\frac{6m}{3m^2+4}\\ y_1y_2=-\frac{9}{3m^2+4}\end{cases}$. ……………………………………………… 6 分

直线 NP、NQ 的斜率之和为 $k_{NP}+k_{NQ}=\frac{y_1}{x_1+4}+\frac{y_1}{x_1+4}$.

由 $x_1=my_1-1$,$x_2=my_2-1$ 得 $k_{PN}+k_{QN}=\frac{2my_1y_2+3(y_1+y_2)}{(x_1+4)(x_2+4)}$ ……………………………… 8 分

则 $2my_1y_2+3(y_1+y_2)=2m\frac{-9}{3m^2+4}+3\frac{6m}{3m^2+4}=0$. ……………………………… 10 分

从而 $k_{PN}+k_{QN}=0$,故 PN、QN 的倾斜角互补,所以$\angle PNF_1=\angle QNF_1$.

综上,$\angle PNF_1=\angle QNF_1$. ……………………………………………………………… 12 分

21.解:(1)由题意知 $f(x)$定义域为$(0,+\infty)$,

$f'(x)=\frac{1}{x}-2x-1=\frac{-2x^2-x+1}{x}=\frac{(x+1)(1-2x)}{x}$. ……………………………………… 2 分

当 $x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$,$f'(x)>0$,即 $f'(x)>0$,则 $f(x)$单调递增;

$x\in\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$,$f'(x)<0$,即 $f'(x)<0$,则 $f(x)$单调递减. ……………………………… 4 分

故 $f(x)$极大值为 $f\left(\frac{1}{2}\right)=-\ln 2-\frac{3}{4}$,无极小值. ……………………………………… 5 分

(2)由题意 $g(x)=\ln x+\frac{ax^2}{2}-ax+2$,$g'(x)=\frac{1}{x}+a(x-1)=\frac{ax^2-ax+1}{x}$.

令 $\varphi(x)=ax^2-ax+1$,

当 $\Delta=a^2-4a\leqslant 0$,即 $a\in(0,4]$时,∵$a>0$,∴$\varphi(x)\geqslant 0$ 恒成立,

故 $g(x)$在$(0,+\infty)$单调递增,不存在极大值; ……………………………………………… 7 分

当 $\Delta=a^2-8a>0$,即 $a\in(4,+\infty)$时,∵$a>0$,$\varphi(x)$对称轴为 $x=\frac{1}{2}$,

$\varphi(0)=\varphi(1)=1>0$,$\varphi\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{4-a}{4}<0$,故 $\varphi(x)$在$\left(0,\frac{1}{2}\right)$,$\left(\frac{1}{2},1\right)$上分别有一个零点为 x_2,x_3,

当 $x\in(0,x_2)$,$\varphi(x)>0$,即 $g'(x)>0$,则 $g(x)$单调递增;

令 $\varphi(x)=ax^2-ax+1$.

当 $\Delta=a^2-4a\leqslant0$，即 $a\in(0,4]$时，∵$a>0$，∴$\varphi(x)\geqslant0$ 恒成立，

故 $g(x)$在$(0,+\infty)$单调递增，不存在极大值；…………………………………………………… 7 分

当 $\Delta=a^2-8a>0$，即 $a\in(4,+\infty)$时，∵$a>0$，$\varphi(x)$对称轴为 $x=\dfrac{1}{2}$，

$\varphi(0)=\varphi(1)=1>0$，$\varphi\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{4-a}{4}<0$，故 $\varphi(x)$在$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，$\left(\dfrac{1}{2},1\right)$上分别有一个零点为 x_2，x_3，

当 $x\in(0,x_2)$，$\varphi(x)>0$，即 $g'(x)>0$，则 $g(x)$单调递增；

当 $x\in(x_2,x_3)$，$\varphi(x)<0$，即 $g'(x)<0$，则 $g(x)$单调递减；

当 $x\in(x_3,1)$，$\varphi(x)>0$，即 $g'(x)>0$，则 $g(x)$单调递增，故 $g(x)$极大值点为 x_2，

即 $x_0=x_2$，∴$a=\dfrac{1}{x_0-x_0^2}$，$x_0\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$， …………………………………………………… 9 分

则 $g(x_0)=\ln x_0+\dfrac{ax_0^2}{2}-ax_0+\dfrac{3}{2}=\ln x_0-\dfrac{1}{x_0-x_0^2}\cdot\dfrac{x_0^2-2x_0}{2}+\dfrac{3}{2}=\ln x_0+\dfrac{x_0-2}{2(1-x_0)}+\dfrac{3}{2}=\ln x_0-\dfrac{1}{2(x_0-1)}+1$，

令 $F(x)=\ln x+\dfrac{1}{2(x-1)}-1$，$x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，

$F'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{2(x-1)^2}=\dfrac{(2x-1)(x-2)}{2x(x-1)^2}>0$，则 $F(x)$在$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$单调递增， ………………………… 11 分

∴$g(x_0)<g\left(\dfrac{1}{2}\right)=-\ln2<-\left(1-\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}$. …………………………………………………… 12 分

22. 解：(1)由 $\rho=6\sin\theta+8\cos\theta$ 得 $\rho^2=6\rho\sin\theta+8\rho\cos\theta$，把 $\rho^2=x^2+y^2$，$\rho\cos\theta=x$，$\rho\sin\theta=y$

代入得：$x^2+y^2=6y+8x$，所以曲线 C 的直角坐标方程为：$(x-4)^2+(y-3)^2=25$， ………………………… 3 分

由$\begin{cases}x=2+t\\y=2-t\end{cases}$消去参数 t 得：$x+y-4=0$，所以直线 l 的普通方程为 $x+y-4=0$； ………………………… 5 分

(2)显然点 $P(-2,6)$在直线 l 上，则直线 l 参数方程的标准形式为：$\begin{cases}x=-2-\dfrac{\sqrt{2}}{2}t'\\y=6+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t'\end{cases}$（$t'$为参数），

将直线 l 参数方程的标准形式代入曲线 C 的直角坐标方程得：$\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}t'+6\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}t'+3\right)^2=25$， ……… 6 分

整理得：$t'^2+9\sqrt{2}t'+20=0$，因 $\Delta=(9\sqrt{2})^2-4\cdot20=82>0$，

设点 A，B 所对参数分别为 t'_1，t'_2，则有 $t'_1+t'_2=-9\sqrt{2}$，$t'_1t'_2=20$，显然，$t'_1<0$，$t'_2<0$， …………… 8 分

因此，$|PA|+|PB|=|t'_1|+|t'_2|=|t'_1+t'_2|=9\sqrt{2}$. …………………………………………………… 10 分

23. 解：(1)$f(x)=-|x+1|-|x+2|=\begin{cases}2x+3, & x\leqslant-2\\-1, & -2<x<-1\\-2x-3, & x\geqslant-1\end{cases}$， …………………………………………………… 1 分

由 $f(x)\geqslant-3$，得$\begin{cases}2x+3\geqslant-3\\x\leqslant-2\end{cases}$或$\begin{cases}-1\geqslant-3\\-2<x<-1\end{cases}$或$\begin{cases}-2x-3\geqslant-3\\x\geqslant-1\end{cases}$

解得：$-3\leqslant x\leqslant-2$，$-2<x<-1$，$-1\leqslant x\leqslant0$. …………………………………………………… 3 分

∴不等式 $f(x)\geqslant-3$ 的解集为$\{x|-3\leqslant x\leqslant0\}$； …………………………………………………… 4 分

(2)对 $\forall x\in[-4,2]$，都有 $f(x)+|a-2|\geqslant0$ 恒成立，

有 $f(x)_{\min}\geqslant-|a-2|$，$f(x)_{\min}=\min\{f(-4),f(2)\}$， …………………………………………………… 6 分

得 $f(x)_{\min}=f(2)=-7$，则$-7\geqslant-|a-2|$，

即 $7\leqslant|a-2|\Rightarrow a-2\geqslant7$ 或 $a-2\leqslant-7$， …………………………………………………… 8 分

$a\geqslant9$ 或 $a\leqslant-5$，

a 的取值范围$\{a|a\geqslant9$ 或 $a\leqslant-5\}$. …………………………………………………… 10 分