

成都七中高 2023 届高三热身试题

数 学 (理科)参考解答

一、选择题：本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 解: N 是自然数集, $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1\}$, 于是 $A \cap B = \{0, 1\}$.

答案为 C.

2. 解: 在这 12 个月中,我国居民消费价格月度同比数据的众数为 2.1%.我国居民消费价格月度环比数据的众数为 0.0%.我国居民消费价格最低是 1 月.我国居民消费价格最高是 10 月.

答案为 D.

3. 解: 取 $a = 1, b = -1$, 满足 $a \geq b$, 但 $\frac{a}{b} = -1$, 所以 A 错误.

取 $a = \frac{3\pi}{4}, b = \frac{\pi}{4}$, 满足 $a \geq b$, 但 $\tan a = -1 < \tan b = 1$, 所以 B 错误.

$a \geq b$, 则 $a - b \geq 0$, $2^{a-b} \geq 2^0 = 1$, 所以 C 正确.

取 $a - b = \frac{1}{e}$, $\ln(a - b) = \ln \frac{1}{e} = -1$, 所以 D 错误.

答案为 C.

4. 解: 根据祖暅原理当 $S_1 = S_2$ 时, 一定有 $V_1 = V_2$ 成立, 反之, 当 $V_1 = V_2$ 成立时, 不一定有 $S_1 = S_2$ 成立, 比如两个完全相同的三棱锥, 正置和倒置时, S_1, S_2 不一定相等. 故 “ $V_1 = V_2$ ” 是 “ $S_1 = S_2$ ” 必要不充分条件.

答案为 A.

5. 解: 因为 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 所以 $\frac{\cos \alpha}{2} = \frac{\sin 2\alpha}{5}$, 于是 $\frac{\cos \alpha}{2} = \frac{2\sin \alpha \cos \alpha}{5}$.

若 $\cos \alpha = 0$, 则 $\sin \alpha = \pm 1$, $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha = 0$, 满足 $\vec{a} \parallel \vec{b}$.

若 $\cos \alpha \neq 0$, 则 $\frac{1}{2} = \frac{2\sin \alpha}{5}$, 所以 $\sin \alpha = \frac{5}{4}$ (矛盾).

答案为 C.

6. 解: 公比 $q = \frac{a_2 - a_3}{a_1 - a_2} = \frac{-2}{1} = -2$, 于是 $a_4 - a_5 = (a_1 - a_2)q^3 = 1 \times (-2)^3 = -8$.

答案为 B.

7. 解: 对于 A, 是面面垂直的性质定理, A 正确.

对于 B, $l \perp \beta, \alpha \parallel \beta$, 则 $l \perp \alpha$, 又 $m \subset \alpha$, 则 $l \perp m$. B 正确.

对于 C, 若 α 与 β 相交, 取 l, m 均平行于 α, β 的公共棱, 则可以满足条件, 所以 C 错误.

对于 D, 因为 $m \subset \beta, m \parallel \alpha$, 所以存在直线 $m' \subset \alpha, m \parallel m'$. 因为 l, m 是异面直线, 所以 l 与 m' 相交, 因为 $m' \parallel m, m \subset \beta, m' \not\subset \beta$, 所以 $m' \parallel \beta$, 又因为 $l \subset \alpha, l \parallel \beta$, 所以 $\alpha \parallel \beta$, D 正确.

答案为 C.

8. 解: $f(0) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 即 $B(0, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 由图可知: 点 A 为减区间的对称中心,

令 $\pi x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \pi, k \in \mathbb{Z}$, 解得 $x = 2k + \frac{2}{3}, k \in \mathbb{Z}$, 取 $k = 0$, 则 $x = \frac{2}{3}$, 即 $A(\frac{2}{3}, 0)$,

可得 $\overrightarrow{BA} = (\frac{2}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{2}), \overrightarrow{OA} = (\frac{2}{3}, 0)$,

因为点 A 为线段 CD 的中点, 则 $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BA} = (\frac{4}{3}, -\sqrt{3})$,

所以 $(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}) \cdot \overrightarrow{OA} = \frac{4}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{9}$. 答案为 D.

9. 解: 依题意得所拨数字共有 $C_4^1 C_4^2 = 24$ 种可能. 要使所拨数字大于 1000, 则:

①上珠拨的是千位档, 则所拨数字一定大于 1000, 有 $C_4^2 = 6$ 种;

②上珠拨的不是千位档, 则再随机选择两个档位必有千分位, 有 $C_3^1 C_3^1 = 9$ 种,

则所拨数字大于 1000 的概率为 $\frac{6+9}{24} = \frac{5}{8}$. 答案为 D.

10. 解: 由题意得 $F_1(-\sqrt{2}, 0), F_2(\sqrt{2}, 0)$, 右准线 $x = \frac{a^2}{c} = 2\sqrt{2}$. 不妨设 $P(2\sqrt{2}, t) (t > 0)$.

设直线 PF_1 的倾斜角为 β , 直线 PF_2 的倾斜角为 α ,

则 $\angle F_1 P F_2 = \alpha - \beta$, $\tan \alpha = \frac{y}{\sqrt{2}}$, $\tan \beta = \frac{y}{3\sqrt{2}}$.

于是 $\tan \angle F_1 P F_2 = \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{2\sqrt{2}t}{6+t^2} \leq \frac{2\sqrt{2}t}{2\sqrt{6}t} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

当且仅当 $t = \sqrt{6}$ 时等号成立, $\angle F_1 P F_2$ 的最大值是 $\frac{\pi}{6}$. 答案为 A.

说明: 用米勒定理可以更快得到最值位置.

11. 解: 由题意, 2023 年存的 2 万元共存了 10 年, 本息和为 $2(1+0.02)^{10}$ 万元,

2024 年存的 2 万元共存了 9 年, 本息和为 $2(1+0.02)^9$ 万元, ……

2032 年存的 2 万元共存了 1 年, 本息和为 $2(1+0.02)^1$ 万元,

所以到 2033 年 1 月 1 日将之前所有存款及利息全部取回,

他可取回的钱数约为 $2(1+0.02)^{10} + 2(1+0.02)^9 + \cdots + 2(1+0.02) = 2 \times \frac{1.02 \cdot (1.02^{10} - 1)}{1.02 - 1}$
 $\approx \frac{2.04 \times (1.219 - 1)}{0.02} \approx 22.338$ 万元. 答案为 C.

12. 解: 设圆 O_1 的半径 r . 则 $S_{\Delta O_1 BC} = \frac{1}{2} r^2 |\sin 2A|$. 又 $BC = 2OO_1$,

所以 $OO_1 = \frac{1}{2} BC = r \sin A$.

$V_{O-O_1 BC} = \frac{1}{3} S_{\Delta O_1 BC} \cdot OO_1 = \frac{1}{6} r^3 |\sin 2A| \sin A = \frac{1}{3} r^3 \sin^2 A |\cos A|$.

注意到 $3 = R^2 = r^2 + OO_1^2 = r^2(1 + \sin^2 A)$, 所以 $r = \sqrt{\frac{3}{1 + \sin^2 A}}$.

从而 $V_{O-O_1 BC} = \frac{1}{3} \left(\sqrt{\frac{3}{1 + \sin^2 A}} \right)^3 \sin^2 A |\cos A|, A \in (0, \pi)$.

$V_{O-O_1 BC}^2 = \frac{1}{9} \left(\frac{3}{1 + \sin^2 A} \right)^3 \sin^4 A \cos^2 A = \frac{3 \sin^4 A \cos^2 A}{(1 + \sin^2 A)^3} = \frac{3 \sin^2 A \sin^2 A \cos^2 A}{(1 + \sin^2 A)^3}$
 $\leq \frac{3 \left(\frac{\sin^2 A + \sin^2 A + \cos^2 A}{3} \right)^3}{(1 + \sin^2 A)^3} = \frac{3 \left(\frac{\sin^2 A + 1}{3} \right)^3}{(1 + \sin^2 A)^3} = \frac{1}{9}$. 当且仅当 $A = \frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{3\pi}{4}$ 取等,

所以 $V_{O-O_1 BC}$ 的最大值为 $\frac{1}{3}$.

答案为 A.说明: 求解过程也可求导.

二、填空题: 本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在答题卡上.

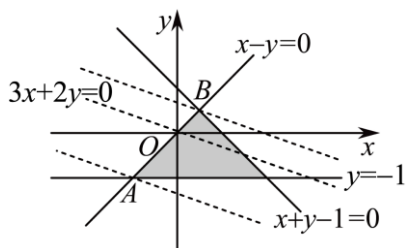
13. 解: 设 $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$, 则 $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$,

因为 $|z| - z = 1 - 3i$, 所以 $\sqrt{a^2 + b^2} - a - bi = 1 - 3i$, 所以 $\begin{cases} \sqrt{a^2 + b^2} - a = 1, \\ b = 3 \end{cases}$,

所以 $\begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}$, 即 $z = 4 + 3i$, 所以 $|z| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

答案为 5.

14. 解: 作出可行域, 如图,



令 $\begin{cases} y = -1 \\ y = x \end{cases}$, 可得 $A(-1, -1)$, 令 $\begin{cases} x + y = 1 \\ y = x \end{cases}$, 可得 $B(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

设 $z = 3x + 2y$, 则直线 $3x + 2y = z$ 过点 $A(-1, -1)$ 时, z 取最小值 -5 ,

过点 $B(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 时, z 取最大值 $\frac{5}{2}$, 因此 $|3x + 2y|$ 的最大值是 5.

答案为 5.

15. 解: 比较同时开放 m_1, m_2 两个安全出口与同时开放 m_2, m_3 两个安全出口, 可得 m_1 比 m_3 快; 同理得 m_1 比 m_4 快; m_2 比 m_1 快. 所以疏散乘客用时最短的一个安全出口的编号是 m_2 .

答案为 m_2 .

16. 解: 由 $a_1 + a_4 = a_2 + a_3$ 得 $a_1(1 + q^3) = a_1(q + q^2)$, 于是 $(q - 1)^2(q + 1) = 0$.

又 $q \neq 1$, 所以 $q = -1$. 又 $a_1 = 1$.

于是 $S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{1 - (-1)^n}{2}$, 所以 $S_n + \frac{t}{2} = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{1 + t - (-1)^n}{2}$.

因为 $S_1 + \frac{t}{2} = \frac{2 + t}{2}$, $S_2 + \frac{t}{2} = \frac{t}{2}$, $S_3 + \frac{t}{2} = \frac{2 + t}{2}$, 所以 $(\frac{t}{2})^2 = (\frac{2 + t}{2})^2$, $t = -1$.

当 $t = -1$ 时, $S_n + \frac{t}{2} = \frac{-(-1)^n}{2}$ 是等比数列.

答案为 -1 .

三、解答题: 本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(本小题满分 12 分)

解: (1)由题意可得: $2 \sin A \sin B - (\cos A \cos B + \sin A \sin B) = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

整理得 $\sin A \sin B - \cos A \cos B = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 即 $\cos(A + B) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$3 分

于是 $\cos C = \frac{\sqrt{2}}{2}$. 因为 $C \in (0, \pi)$, 所以 $C = \frac{\pi}{4}$6 分

(2) 因为 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2} \times a \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6$,

所以 $a = 3\sqrt{2}$8 分

所以 $c^2 = 18 + 16 - 2 \times 3\sqrt{2} \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10$, 即 $c = \sqrt{10}$10 分

因为 $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{18 + 10 - 16}{2 \times 3\sqrt{2} \times \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}}{5} > 0$,

从而 $B \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则 $\sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$12 分

18.(本小题满分 12 分)

解: (1) 取 CC_1 的中点 P , 连接 PB_1, PM, B_1F_1, E_1C_1 , 又 M 为 EE_1 的中点,

再结合正六棱柱的性质得四边形 PME_1C_1 是平行四边形, 四边形 $B_1C_1E_1F_1$ 是平行四边形,

于是 $PM \parallel B_1F_1$, 且 $PM = B_1F_1$, 所以四边形 MPB_1F_1 为平行四边形.2 分

所以 $MF_1 \parallel PB_1$, 又 N, P 均为对应棱的中点, 四边形 PB_1NC 是平行四边形,

于是 $PB_1 \parallel CN$, 所以 $MF_1 \parallel CN$. 故 C, M, F_1, N 四点共面;5 分

(2) 根据正六棱柱的性质可得: CE, CB, CC_1 两两相互垂直,

以 $\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CC_1}$ 为 x 轴, y 轴, z 轴, 建立如图的空间直角坐标系 $C-xyz$,

则 $A(\sqrt{3}, 3, 0), C(0, 0, 0), E(2\sqrt{3}, 0, 0), M(2\sqrt{3}, 0, 2), N(0, 2, 2)$6 分

于是 $\overrightarrow{AE} = (\sqrt{3}, -3, 0), \overrightarrow{CM} = (2\sqrt{3}, 0, 2), \overrightarrow{CN} = (0, 2, 2)$,

根据正六棱柱的性质知 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE} = 0, \overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{AE} = 0$.

所以平面 ABB_1A_1 的法向量 $\vec{n}_1 = \overrightarrow{AE} = (\sqrt{3}, -3, 0)$8 分

设平面 CMF_1N 的法向量为 $\vec{n}_2 = (x, y, z)$,

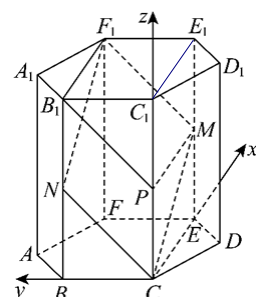
$$\text{则 } \begin{cases} \overrightarrow{CM} \cdot \vec{n}_2 = 0 \\ \overrightarrow{CN} \cdot \vec{n}_2 = 0 \end{cases} \text{ 即 } \begin{cases} 2\sqrt{3}x + 2z = 0 \\ 2y + 2z = 0 \end{cases},$$

则 $\vec{n}_2 = (1, \sqrt{3}, -\sqrt{3})$10 分

设平面 CMF_1N 与平面 ABB_1A_1 所成角 θ .

因为 $\cos \langle \vec{n}_1, \vec{n}_2 \rangle = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{-2\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{7}} = -\frac{1}{\sqrt{7}}$, 所以 $\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \langle \vec{n}_1, \vec{n}_2 \rangle} = \frac{\sqrt{42}}{7}$.

所以平面 CMF_1N 与平面 ABB_1A_1 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{42}}{7}$12 分



19.(本小题满分 12 分)

解: (1) 由频数分布表可知, 该市一天的空气质量等级为 1 的概率为 $\frac{6+10+25}{100} = 0.41$,

等级为 2 的概率为 $\frac{9+10+12}{100} = 0.31$, 所以 “空气质量好” 的概率为 $0.41 + 0.31 = 0.72$3 分

所以该市 2022 年(365 天) “空气质量好” 的天数为 $365 \times 0.72 = 262.8 \approx 263$ 天.

.....6 分

(2) 2×2 列联表如下:

	人次 ≤ 400	人次 > 400
空气质量好	35	37
空气质量不好	20	8

.....8 分

$$K^2 = \frac{100 \times (35 \times 8 - 37 \times 20)^2}{55 \times 45 \times 72 \times 28} = \frac{26450}{6237} \approx 4.241 < 6.635. \quad \text{.....10 分}$$

因此,没有 99% 的把握认为一天中到江边绿道锻炼的人次与该市当天的空气质量有关.

.....12 分

20.(本小题满分 12 分)

解: (1) 设点 $P(x, y)$. 因为 $|PA| = |PM| + |OA|$, 所以 $\sqrt{(x+2)^2 + y^2} = x+2+2, (x > -2)$

化简得 $y^2 = 4(x+3) (x > -2)$. 所以轨迹 C 的方程为 $y^2 = 4(x+3) (x > -2)$4 分

(2) 设直线 $l': x = my + 1$. $S(x_1, y_1), T(x_2, y_2)$.

$$\text{联立} \begin{cases} y^2 = 4(x+3) \\ x = my + 1 \end{cases} \text{得 } y^2 - 4my - 16 = 0, \Delta = 16m^2 + 64 > 0,$$

从而 $y_1 + y_2 = 4m, y_1 y_2 = -16$. 于是 $x_1 + x_2 = m(y_1 + y_2) + 2 = 4m^2 + 2$,

$$x_1 x_2 = (my_1 + 1)(my_2 + 1) = m^2 y_1 y_2 + m(y_1 + y_2) + 1 = -16m^2 + 4m^2 + 1 = 1 - 12m^2.$$

以线段 ST 为直径的圆的方程为 $(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$7 分

$$\text{即 } x^2 + y^2 - (x_1 + x_2)x - (y_1 + y_2)y + x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0.$$

代入 $y_1 + y_2, y_1 y_2, x_1 + x_2, x_1 x_2$ 得 $x^2 + y^2 - (4m^2 + 2)x - 4my - 12m^2 - 15 = 0$9 分

由对称性知定点在 x 轴上, 令 $y = 0$ 得 $x^2 - (4m^2 + 2)x - 12m^2 - 15 = 0$.

$$\text{于是 } (4x + 12)m^2 - (x^2 - 2x - 15) = 0.$$

$$\text{由 } m \text{ 的任意性质, 所以 } \begin{cases} 4x + 12 = 0 \\ x^2 - 2x - 15 = 0 \end{cases}, \text{解得 } x = -3.$$

所以以线段 ST 为直径的圆过定点为 $(-3, 0)$12 分

21.(本小题满分 12 分)

解: (1) $f'(x) = e^x - 2ax + e^2 = 0$ 有两个两侧异号的零点 x_1, x_2 .

$$\text{又 } f'(0) = 1 + e^2 \neq 0, \text{ 于是 } 2a = \frac{e^x + e^2}{x}. \quad \text{.....2 分}$$

$$\text{令 } g(x) = \frac{e^x + e^2}{x}, \text{ 则 } g'(x) = \frac{(x-1)e^x - e^2}{x^2}, \text{ 令 } h(x) = (x-1)e^x - e^2, \text{ 则 } h'(x) = xe^x.$$

$$\text{当 } x \in (-\infty, 0) \text{ 时, } h(x) = (x-1)e^x - e^2 < 0, \text{ 于是 } g'(x) = \frac{(x-1)e^x - e^2}{x^2} < 0,$$

$$\text{所以 } g(x) \text{ 在 } (-\infty, 0) \text{ 单调递减. 且 } g(x) = \frac{e^x + e^2}{x} < 0.$$

当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $h'(x) > 0, h(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增, 又 $h(2) = 0$,

所以当 $x \in (0, 2)$ 时, $h(x) < 0, g'(x) < 0, g(x)$ 在 $(0, 2)$ 单调递减.

当 $x \in (2, +\infty)$ 时, $h(x) > 0, g'(x) > 0, g(x)$ 在 $(2, +\infty)$ 单调递增.

$$\text{又 } g(2) = e^2 \text{ 且 } x \rightarrow +\infty, g(x) \rightarrow +\infty. x \rightarrow 0^+, g(x) \rightarrow +\infty.$$

$$\text{所以 } 2a > e^2. \text{ 所以实数 } a \text{ 的取值范围为 } \left(\frac{e^2}{2}, +\infty\right). \quad \text{.....5 分}$$

(2) 因为 $f'(x_1) = f'(x_2) = 0$, 所以 $e^{x_1} + e^2 = 2ax_1, e^{x_2} + e^2 = 2ax_2$.

于是 $e^{x_2} - e^{x_1} = 2a(x_2 - x_1)$. 从而 $2a = \frac{e^{x_2} - e^{x_1}}{x_2 - x_1}$7 分

下面证明 $\frac{e^{x_2} - e^{x_1}}{x_2 - x_1} > e^{\frac{x_1+x_2}{2}}$. 即证明 $\frac{e^{x_2-x_1} - 1}{x_2 - x_1} > e^{\frac{x_2-x_1}{2}}$.

令 $u = \frac{x_2 - x_1}{2}$, 即证明 $\frac{e^{2u} - 1}{2u} > e^u (u > 0)$ 即证明 $e^u - e^{-u} > 2u (u > 0)$.

令 $\varphi(u) = e^u - e^{-u} - 2u (u > 0)$, $\varphi'(u) = e^u + e^{-u} - 2 \geq 2\sqrt{e^u \cdot e^{-u}} - 2 \geq 0$.

所以 $\varphi(u)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增, 所以 $\varphi(u) > \varphi(0) = 0$. 从而 $e^u - e^{-u} > 2u (u > 0)$.

所以 $\frac{e^{x_2} - e^{x_1}}{x_2 - x_1} > e^{\frac{x_1+x_2}{2}}$10 分

于是 $2a > e^{\frac{x_1+x_2}{2}}$, 由(1)知 $0 < x_1 < x_2, a > \frac{e^2}{2}$, 从而 $\sqrt{x_1 x_2} < \frac{x_1 + x_2}{2} < \ln 2a$12 分

说明: 也可换元后用对数均值来书写.

22.(本小题满分 10 分)选修 4-4: 坐标系与参数方程

解: (1) 联立曲线 G 与射线 $l: \theta = \frac{\pi}{6}$ 极坐标方程可得:
$$\begin{cases} \theta = \frac{\pi}{6} \\ \rho = 2 \sin 2\theta \end{cases} \Rightarrow \rho = 2 \sin \frac{\pi}{3} = \sqrt{3},$$

即 $|OP| = \sqrt{3}$;5 分

(2) 设 $A(\rho_1, \theta_1), B(\rho_2, \theta_2), \theta_1, \theta_2 \in [0, 2\pi)$.

由题结合 $\angle AOB = \frac{\pi}{4}$, 可得 $\rho_1 = 2 \sin 2\theta_1, \rho_2 = 2 \sin 2\theta_2 = 2 \sin 2(\theta_1 + \frac{\pi}{4}) = 2 \cos 2\theta_1$.

则 $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} |OA| |OB| \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4} |\rho_1 \rho_2| = \frac{\sqrt{2}}{4} |4 \sin 2\theta_1 \cos 2\theta_1| = \frac{\sqrt{2}}{2} |\sin 4\theta_1| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$.

当 $4\theta_1 = \frac{\pi}{2}$, 即 $\theta_1 = \frac{\pi}{8}$ 时, $S_{\triangle AOB}$ 最大值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

所以 $\triangle AOB$ 面积的最大值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$10 分

23.(本小题满分 10 分)选修 4-5: 不等式选讲

解: (1) $f(x) = |x+a| - |x-b| + 2c \leq |(x+a) - (x-b)| + 2c = |a+b| + c = a+b+2c$,

当且仅当 $(x+a)(x-b) \geq 0$ 时取等号, 于是 $a+b+2c=1$5 分

(2) 证明: $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{c} = (\frac{1}{a+b} + \frac{1}{c})(a+b+2c) = [(\frac{1}{\sqrt{a+b}})^2 + (\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2c}})^2][(\sqrt{a+b})^2 + (\sqrt{2c})^2]$

$\geq (\frac{1}{\sqrt{a+b}} \sqrt{a+b} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2c}} \sqrt{2c})^2 = (1 + \sqrt{2})^2$,

即 $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{c} \geq (1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$, 当且仅当 $a+b = \sqrt{2c}$ 取等.

所以 $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{c} \geq 3 + 2\sqrt{2}$10 分