江西省上饶市2023届高三第一次联考
数学文科试题参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	D	B	C	A	B	A	C	D	D	C

13. -2　　14. $2\sqrt{2}$　　15. $\dfrac{25}{4}\pi$　　16. $(1,+\infty)$

17.（1）设公差为d,公比为q.$\because (1+2d)+q^2=9$，结合$d+q=4$

得$q^2-2q=0$,即$q=2$，$\therefore b_n=2^{n-1}$. ……………………5分

（2）$\because T_3=1+q+q^2=7$，解得$q=-3$或2，

当$q=-3$时，$d=7$，此时$S_4=4+\dfrac{4\times3}{2}\times7=46$； ……………………10分

当$q=2$时，$d=2$，此时$S_4=4+\dfrac{4\times3}{2}\times2=16$. ……………………12分

18.　（1）由频率分布直方图可知，$m+n=0.01-0.0015\times2-0.001=0.006$，

由中间三组的人数成等差数列可知$m+0.0015=2n$，

可解得$m=0.0035$，$n=0.0025$ ……………………4分

（2）周平均消费不低于300元的频率为$(0.0035+0.0015+0.001)\times100=0.6$，因此100人中，

周平均消费不低于300元的人数为$100\times0.6=60$人. ……………………6分

所以2×2列联表为

	男性	女性	合计
消费金额≥300	20	40	60
消费金额<300	30	10	40
合计	50	50	100

$$K^2=\frac{100(20\times10-30\times40)^2}{50\times50\times60\times40}=\frac{50}{3}\approx16.667>10.828$$

所以有99.9%的把握认为消费金额与性别有关. ……………………8分

（3）调查对象的周平均消费为

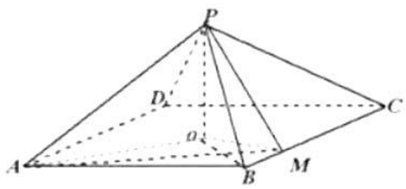
$0.15\times150+0.25\times250+0.35\times350+0.15\times450+0.10\times550=330$. ……………10分

2/4 由题意 $330=-5\times38+b$，$\therefore b=520$ $y=-5\times24+520=400$．

∴该名年龄为 24 岁的年轻人每周的平均消费金额为 400 元．……………………12 分

19.：(1) 如图，因 $ABCD$ 为菱形，O 为菱形中心，连结 OB，

则 $AO\perp OB$，因 $\angle BAD=\dfrac{\pi}{3}$，故



$OB=AB\cdot\sin\angle OAB=2\sin\dfrac{\pi}{6}=2$

又因为 $BM=1$，且 $\angle OBM=\dfrac{\pi}{3}$，在 ΔOBM 中

$OM^2=OB^2+BM^2-2OB\cdot BM\cdot\cos\angle OBM=2^2+1^2-2\times2\times1\times\cos\dfrac{\pi}{3}=3$

所以 $OB^2=OM^2+BM^2$，故 $OM\perp BM$ 即 $OM\perp BC$ ……………………4 分

又 $PO\perp$ 底面 $ABCD$，所以 $PO\perp BC$，从而 BC 与平面 POM 内两条相交直线 OM，PO 都垂直，

所以 $BC\perp$ 平面 POM．又 $\because BC\subseteq$ 平面PBC $\therefore$ 平面$PBC\perp$ 平面POM．…………6 分

(2) 解：由 (1) 可知，$OA=AB\cdot\cos\angle OAB=4\cdot\cos\dfrac{\pi}{6}=2\sqrt{3}$

设 $PO=a$，由 $PO\perp$ 底面 $ABCD$ 知，ΔPOA 为直角三角形，$PA^2=PO^2+OA^2=a^2+12$

由 ΔPOM 也是直角三角形，故 $PM^2=PO^2+OM^2=a^2+3$

连结 AM，在 ΔABM 中，$AM^2=AB^2+BM^2-2AB\cdot BM\cdot\cos\angle ABM$

$=4^2+1^2-2\cdot4\cdot1\cdot\cos\dfrac{2\pi}{3}=21$

由已知 $MP\perp AP$，故 ΔAPM 为直角三角形，则 $PA^2+PM^2=AM^2$

即 $a^2+12+a^2+3=21$，得 $a=\sqrt{3}$，$a=-\sqrt{3}$（舍去），即 $PO=\sqrt{3}$．…………10 分

此时 $S_{ABMO}=S_{\Delta AOB}+S_{\Delta OMB}=\dfrac{1}{2}\cdot AO\cdot OB+\dfrac{1}{2}\cdot BM\cdot OM=\dfrac{1}{2}\cdot2\sqrt{3}\cdot2+\dfrac{1}{2}\cdot1\cdot\sqrt{3}=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

所以四棱锥 $P-ABMO$ 的体积 $V_{P-ABMO}=\dfrac{1}{3}\cdot S_{ABMO}\cdot PO=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{5\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{3}=\dfrac{5}{2}$．………12 分

20．解：(1) 设椭圆 C 的左焦点 $F(-c,0)$，$c>0$，由 $S_{\Delta OPQ}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}S_{\Delta OFQ}$ 得 $a=\dfrac{\sqrt{6}}{2}c$，

又 $|PQ|=2\sqrt{2}$，即 $a^2+b^2=8$ 且 $b^2+c^2=a^2$，所以 $a^2=6,b^2=2$，

则椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{2}=1$；椭圆 C 的"准圆"方程为 $x^2+y^2=8$．………………4 分

(2) 设直线 ED 的方程为 $y=kx+m(k,m\in R)$，且与椭圆 C 的交点 $M(x_1,y_1)$、$N(x_2,y_2)$，

联列方程组$\begin{cases} y=kx+m \\ \dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{2}=1 \end{cases}$代入消元得：$(1+3k^2)x^2+6kmx+3m^2-6=0$，

由$x_1+x_2=\dfrac{-6km}{1+3k^2},x_1x_2=\dfrac{3m^2-6}{1+3k^2}$． ……………………6 分

可得$y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=\dfrac{m^2-6k^2}{1+3k^2}$，由$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=0$得$x_1x_2+y_1y_2=0$

即$\dfrac{3m^2-6}{1+3k^2}+\dfrac{m^2-6k^2}{1+3k^2}=\dfrac{4m^2-6k^2-6}{1+3k^2}=0$，所以$m^2=\dfrac{3}{2}(k^2+1)$．……………………9 分

此时$\Delta=36k^2m^2-4(1+3k^2)(3m^2-6)=54k^2+6>0$成立，

则原点O到弦ED的距离$d=\dfrac{|m|}{\sqrt{k^2+1}}=\sqrt{\dfrac{m^2}{k^2+1}}=\sqrt{\dfrac{3}{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$， ……………………11 分

则$|ED|=2\sqrt{8-\dfrac{3}{2}}=\sqrt{26}$，故弦$ED$的长为定值$\sqrt{26}$． ……………………12 分

21．（1）$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$且$f'(x)=\dfrac{1}{x}+2ax+2a+1=\dfrac{(2ax+1)(x+1)}{x}$，

若$a\ge 0$，则当$x\in(0,+\infty)$时，$f'(x)>0$，故$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增；……………2 分

若$a<0$，则当$x\in(0,-\dfrac{1}{2a}),f'(x)>0$，当$x\in(-\dfrac{1}{2a},+\infty),f'(x)<0$，

故$f(x)$在$(0,-\dfrac{1}{2a})$上单调递增，在$(-\dfrac{1}{2a},+\infty)$上单调递减． ……………………4 分

（2）$g(x)=(x-1)f(x)-x^2-1=(x-1)\ln x-x-1$，所以，$g'(x)=\ln x-\dfrac{1}{x}$，

因为$y=\ln x$在$(0,+\infty)$上递增，$y=\dfrac{1}{x}$在$(0,+\infty)$递减，所以$g'(x)$在$(0,+\infty)$上递增，

又$g'(1)=-1<0,g'(2)=\ln 2-\dfrac{1}{2}=\dfrac{\ln 4-1}{2}>0$， ……………………7 分

故存在唯一$x_0\in(1,2)$使得$g'(x_0)=0$，所以$g(x)$在$(0,x_0)$上递减，在$(x_0,+\infty)$上递增，

又$g(x_0)<g(1)=-2,g(e^2)=e^2-3>0$，所以$g(x)=0$在$(x_0,+\infty)$内存在唯一根$\alpha$，

由$1<x_0<\alpha$得$\dfrac{1}{\alpha}<1<x_0$，又$g(\dfrac{1}{\alpha})=(\dfrac{1}{\alpha}-1)\ln\dfrac{1}{\alpha}-\dfrac{1}{\alpha}-1=\dfrac{g(\alpha)}{\alpha}=0$，

故$\dfrac{1}{\alpha}$是$g(x)=0$在$(0,x_0)$上的唯一零点．

综上，函数$g(x)$有且仅有两个零点，且两个零点互为倒数． ……………………12 分

22．（1）由曲线 C_1 的参数方程消去参数 t，可得 C_1 的普通方程为 $x-y-m=0$．　....2 分

由曲线 C_2 的极坐标方程得 $3\rho^2-2\rho^2\cos^2\theta=3,\theta\in[0,\pi]$，

$\therefore$ 曲线 C_2 的直角坐标方程为 $\dfrac{x^2}{3}+y^2=1(0\le y\le 1)$　......................5 分

说明:没写范围 $0\le y\le 1$ 扣 1 分

（2）设曲线 C_2 上任意一点 P 的坐标为 $(\sqrt{3}\cos\alpha,\sin\alpha),\alpha\in[0,\pi]$，则点 P 到曲线 C_1 的距离

$$d=\frac{|\sqrt{3}\cos\alpha-\sin\alpha-m|}{\sqrt{2}}=\frac{\left|2\cos(\alpha+\frac{\pi}{6})-m\right|}{\sqrt{2}}.$$

$\because\alpha\in[0,\pi]$，$\therefore\cos(\alpha+\frac{\pi}{6})\in[-1,\frac{\sqrt{3}}{2}]$，$2\cos(\alpha+\frac{\pi}{6})\in[-2,\sqrt{3}]$，　...................7 分

由点 P 到曲线 C_1 的最小距离为 $\sqrt{2}$ 得，若 $-2\le m\le\sqrt{3}$ 时，d 的最小值为 0，不符合题意

若 $m<-2$ 时，得 $\dfrac{|-2-m|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，解得 $m=-4$

若 $m>\sqrt{3}$ 时，得 $\dfrac{|\sqrt{3}-m|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，解得 $m=2+\sqrt{3}$　综上，$m=-4$ 或 $m=2+\sqrt{3}$．　....10 分

23．（1）因为 $f(x+2)=m-|x|$，$f(x+2)\ge 0$ 等价于 $|x|\le m$，由 $|x|\le m$ 有解，得 $m\ge 0$，且其解集为 $\{x\mid -m\le x\le m\}$．又 $f(x+2)\ge 0$ 的解集为 $[-3,3]$，故 $m=3$．　................1 分

所以 $f(x)+f(x+2)>0$ 可化为：$3-|x-2|+3-|x|>0$，$\therefore|x|+|x-2|<6$．

①当 $x<0$ 时，$-x-x+2<6$，$\therefore x>-2$，又 $x<0$，$\therefore -2<x<0$；

②当 $0\le x\le 2$ 时，$x-x+2<6$，$\therefore 2<6$，$\therefore x\in R$，又 $0\le x\le 2$，$\therefore 0\le x\le 2$；

③当 $x>2$ 时，$x+x-2<6$，$\therefore x<4$，又 $x>2$，$\therefore 2<x<4$．

综上①、②、③得不等式 $f(x)+f(x+2)>0$ 的解集为：$\{x\mid -2<x<4\}$．　.......5 分

（2 解：由（1）知 $abc=1$，

$(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2=2\left(a^2+b^2+c^2\right)+2(ab+ac+bc)$

$\ge 2\times 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}+2\times 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}=6+6=12$，当且仅当 $a=b=c=1$ 时等号成立.

$\therefore(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2$ 的最小值为 12.　.......................10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。