学校＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿ 班级＿＿＿＿＿＿ 座号＿＿＿＿＿＿

试卷类型：A

潍坊市高考模拟考试

数　学

2023.2

本试卷共4页．满分150分．考试时间120分钟．

注意事项：

1. 答题前，考生务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的准考证号、姓名．
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上．写在本试卷上无效．
3. 考试结束，考生必须将试题卷和答题卡一并交回．

一、单项选择题：本大题共8个小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 在复平面内，复数$\frac{2+i}{2-i}$对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

2. “$b\in(-2,2)$”是“$\forall x\in\mathbf{R}, x^2-bx+1\geqslant 0$成立”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 某学校共1000人参加数学测验，考试成绩ξ近似服从正态分布$N(100,\sigma^2)$，若$P(80\leqslant\xi\leqslant100)=0.45$，则估计成绩在120分以上的学生人数为

A. 25　　B. 50　　C. 75　　D. 100

4. 存在函数$f(x)$满足：对任意$x\in\mathbf{R}$都有

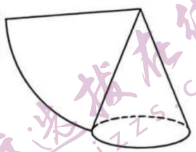
A. $f(|x|)=x^3$　　B. $f(\sin x)=x^2$

C. $f(x^2+2x)=|x|$　　D. $f(|x|)=x^2+1$

5. 已知角α在第四象限内，$\sin(2\alpha+\frac{3\pi}{2})=\frac{1}{2}$，则$\sin\alpha=$

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt2-\sqrt6}{4}$　　D. $-\frac{\sqrt3}{2}$

6. 如图，圆锥的底面半径为1，侧面展开图是一个圆心角为60°的扇形．把该圆锥截成圆台，已知圆台的下底面与该圆锥的底面重合，圆台的上底面半径为$\frac{1}{3}$，则圆台的侧面积为



A. $\frac{8\pi}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{35}\pi}{2}$

C. $\frac{16\pi}{3}$　　D. 8π

7. 过去的一年，我国载人航天事业突飞猛进，其中航天员选拔是载人航天事业发展中的重要一环．已知航天员选拔时要接受特殊环境的耐受性测试，主要包括前庭功能、超重耐力、失重飞行、飞行跳伞、着陆冲击五项．若这五项测试每天进行一项，连续5天完成．且前庭功能和失重飞行须安排在相邻两天测试，超重耐力和失重飞行不能安排在相邻两天测试，则选拔测试的安排方案有

A. 24种　　B. 36种　　C. 48种　　D. 60种

8. 单位圆$O: x^2+y^2=1$上有两定点$A(1,0)$，$B(0,1)$及两动点C，D，且$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OD}=\frac{1}{2}$．则$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DB}$的最大值是

A. $2+\sqrt6$　　B. $2+2\sqrt3$　　C. $\sqrt6-2$　　D. $2\sqrt3-2$

二、多项选择题：本大题共4个小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，选对但不全的得2分，有选错的得0分．

9. 若非空集合M，N，P满足：$M\cap N=N$，$M\cup P=P$，则

A. $P\subseteq M$　　B. $M\cap P=M$　　C. $N\cup P=P$　　D. $M\cap\complement_P N=\varnothing$

10. 将函数$y=\sin 2x+\sqrt3\cos 2x$的图象向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位，得到$y=f(x)$的图象，则

A. $f(x)$是奇函数

B. $f(x)$的周期为π

C. $f(x)$的图象关于点$(\frac{\pi}{4},0)$对称

D. $f(x)$的单调递增区间为$[k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi](k\in\mathbf{Z})$

11. 双曲线的光学性质：从双曲线的一个焦点发出的光线，经双曲线反射后，反射光线的反向延长线经过双曲线的另一个焦点．由此可得，过双曲线上任意一点的切线，平分该点与两焦点连线的夹角．已知F_1，F_2分别为双曲线$C:\frac{x^2}{3}-y^2=1$的左，右焦点，过C右支上一点$A(x_0,y_0)(x_0>\sqrt3)$作直线l交x轴于点$M(\frac{3}{x_0},0)$，交y轴于点N，则

A. C的渐近线方程为$y=\pm\frac{\sqrt3}{3}x$

B. 点N的坐标为$(0,\frac{1}{y_0})$

C. 过点F_1作$F_1H\perp AM$，垂足为H，则$|OH|=\sqrt3$

D. 四边形AF_1NF_2面积的最小值为4

12. 已知$1<m<n$，过点$(m,\log_2 m)$和$(n,\log_2 n)$的直线为l_1，过点$(m,\log_8 m)$和$(n,\log_8 n)$的直线为l_2，l_1与l_2在y轴上的截距相等，设函数$f(x)=m^{nx}+n^{-mx}$，则

A. $f(x)$在$\mathbf{R}$上单调递增　　B. 若$m=2$，则$f(1)=32$

C. 若$f(2)=6$，则$f(4)=34$　　D. m，n均不为e（e为自然对数的底数）

三、填空题：本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $a_5+a_7+a_9=6$，则 $S_{13}=$________.

14. 已知抛物线 C 经过第二象限，且其焦点到准线的距离大于4，请写出一个满足条件的 C 的标准方程________.

15. 在半径为 1 的球中作一个圆柱，当圆柱的体积最大时，圆柱的母线长为________.

16. 乒乓球被称为我国的“国球”. 甲、乙两名运动员进行乒乓球比赛，其中每局中甲获胜的概率为$\frac{3}{4}$，乙获胜的概率为$\frac{1}{4}$，每局比赛都是相互独立的.

①若比赛为五局三胜制，则需比赛五局才结束的概率为________；

②若两人约定其中一人比另一人多赢两局时比赛结束，则需要进行的比赛局数的数学期望为________.

附：当 $0<q<1$ 时，$\lim\limits_{n\to+\infty} q^n=0$，$\lim\limits_{n\to+\infty} n\cdot q^n=0$.

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知数列$\{a_n\}$为等比数列，其前 n 项和为 S_n，且满足 $S_n=2^n+m(m\in\mathbf{R})$.

(1)求 m 的值及数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设 $b_n=|\log_2 a_n-5|$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

18. (12 分)

在①$\tan A\tan C-\sqrt{3}\tan A=1+\sqrt{3}\tan C$；②$(2c-\sqrt{3}a)\cos B=\sqrt{3}b\cos A$；③$(a-\sqrt{3}c)\sin A+c\sin C=b\sin B$ 这三个条件中任选一个，补充在下面问题中并作答.

问题：在$\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且________.

(1)求角 B 的大小；

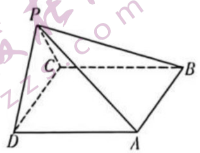
(2)已知 $c=b+1$，且角 A 有两解，求 b 的范围.

19. (12 分)

在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，$PC\perp PD$，二面角 $A-CD-P$ 为直二面角.

(1)求证：$PB\perp PD$；

(2)当 $PC=PD$ 时，求直线 PC 与平面 PAB 所成角的正弦值.



20. (12 分)

某学校研究性学习小组在学习生物遗传学的过程中，为验证高尔顿提出的关于儿子成年后身高 y(单位：cm)与父亲身高 x(单位：cm)之间的关系及存在的遗传规律，随机抽取了 5 对父子的身高数据，如下表：

父亲身高 x	160	170	175	185	190
儿子身高 y	170	174	175	180	186

(1)根据表中数据，求出 y 关于 x 的线性回归方程，并利用回归直线方程分别确定儿子比父亲高和儿子比父亲矮的条件，由此可得到怎样的遗传规律？

(2)记$\hat{e}_i=y_i-\hat{y}_i=y_i-\hat{b}x_i-\hat{a}(i=1,2,\cdots,n)$，其中 y_i 为观测值，$\hat{y}_i$为预测值，$\hat{e}_i$为对应(x_i,y_i)的残差. 求(1)中儿子身高的残差的和，并探究这个结果是否对任意具有线性相关关系的两个变量都成立？若成立加以证明；若不成立说明理由.

参考数据及公式：$\sum\limits_{i=1}^{5}x_i=880$，$\sum\limits_{i=1}^{5}x_i^2=155450$，$\sum\limits_{i=1}^{5}y_i=885$，$\sum\limits_{i=1}^{5}x_iy_i=156045$，

$$\hat{b}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2},\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}.$$

21. (12 分)

已知函数 $f(x)=e^{x-1}\ln x$，$g(x)=x^2-x$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2)证明：当 $x\in(0,2)$ 时 $f(x)\leqslant g(x)$.

22. (12 分)

已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦距为 $2\sqrt{3}$，离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，直线 $l:y=k(x+1)(k>0)$与 E 交于不同的两点 M、N.

(1)求 E 的方程；

(2)设点 $P(1,0)$，直线 PM、PN 与 E 分别交于点 C、D.

①判断直线 CD 是否过定点？若过定点，求出该定点的坐标；若不过定点，请说明理由；

②记直线 CD、MN 的倾斜角分别为 α、β，当 $\alpha-\beta$ 取得最大值时，求直线 CD 的方程.