

数学试题

2021.5



扫码查询最新
高考信息

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 集合 $A = \{(x, y) | y = kx + 1, k \in R\}$, $B = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 2\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 复数 $z = \frac{1+3i}{1+i}$ 的虚部是

- A. 1 B. i C. -1 D. 2

3. 在 $(2x + \frac{1}{x})^6$ 的展开式中, 含 x^4 项的系数为

- A. 160 B. 192 C. 184 D. 186

4. 已知 $a = \ln \frac{1}{2020} + \frac{2019}{2020}$, $b = \ln \frac{1}{2021} + \frac{2020}{2021}$, $c = \ln \frac{1}{2022} + \frac{2021}{2022}$, 则 a, b, c 的大小关系是

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $c > b > a$ D. $c > a > b$

5. 已知向量 $\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}, \overrightarrow{OP}$ 的模长均为 2, 且满足 $2\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{ON} + 3\overrightarrow{OP} = \vec{0}$, 则 $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN}$ 的值为

- A. $\frac{19}{2}$ B. $\frac{23}{2}$ C. $\frac{21}{2}$ D. 5

6. 已知直线 $ax + by + c = 0$ 过点 $M(\cos \alpha, \sin \alpha)$, 则

- A. $a^2 + b^2 \leq 1$ B. $a^2 + b^2 \geq 1$ C. $a^2 + b^2 \leq c^2$ D. $a^2 + b^2 \geq c^2$

7. 若 $x, y \in R, x > 0$, 求 $(x-y)^2 + (4\ln x - x^2 - 2y - 1)^2$ 的最小值为

- A. $\sqrt{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{16}{5}$ D. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

8. 为迎接第 24 届冬季奥林匹克运动会, 某校安排甲、乙、丙、丁、戊共五名学生担任冰球、冰壶和短道速滑三个项目的志愿者, 每个比赛项目至少安排 1 人, 则学生甲不会被安排到冰球比赛项目做志愿者的概率为

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{1}{2}$

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得3分。

9. 下列说法正确的是

- A. 若 $3^a - 4^b = 12$ ，则 $a + b > 4$
 B. “ $a = 1$ ”是“直线 $ax + y - 1 = 0$ 与直线 $ax + (a-2)y + 5 = 0$ 垂直”的充分条件

已知回归直线方程 $y = 2x + \hat{a}$ ，且 $x = 5, y = 20$ ，则 $\hat{a} = 15$

函数 $f(x) = |\cos 4x|$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位，所得函数图象关于原点对称

10. 已知函数 $f(x) = \sin x(\sin x - \cos x)$ ，下列叙述不正确的是

A. $f(x)$ 的最小正周期是 2π B. $f(x)$ 在 $\left[-\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right]$ 上单调递增

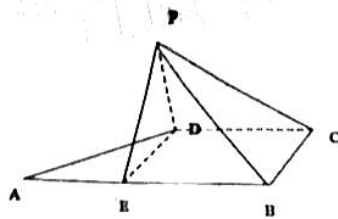
C. $f(x)$ 图象关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称 D. $f(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{\pi}{8}, \frac{1}{2}\right)$ 对称

11. 已知抛物线 $M: y^2 = 4x$ ，圆 $N: (x-1)^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ ，过点 $(1, 0)$ 的直线 l 与圆 N 交于 C, D 两点，交抛物线 M 于 A, B 两点，则满足 $|AC| = |BD|$ 的直线 l 有三条的 r 的值有

- A. 2 B. 3 C. 4

12. 如图，直角梯形 $ABCD$ ， $AB \parallel CD$ ， $AB \perp BC$ ， $BC = CD = \frac{1}{2}AB = 4$ ， E 为 AB 中点，以 DE 为折痕将 $\triangle ADE$ 折起，使点 A 到达点 P 的位置，则

- A. $EB \perp$ 平面 PED
 B. 若 $PE \perp EB$ 时，棱锥 $P-BCD$ 的外接球体积为 $32\sqrt{3}\pi$
 C. PC 的最大值为 $4\sqrt{3}$
 D. 二面角 $C-PE-B$ 的最小值为 $\frac{\pi}{4}$



三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知等比数列 $\{a_n\}$ ， $m \in \mathbb{N}_+$ ，满足 $a_2^2 \cdot a_m = a_{675}^3$ ，则 m 的值为_____。

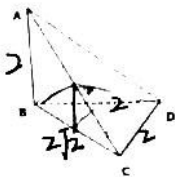
14. 目前, 全国已经有八省市确定实行选考模式, 除语文、数学、英语必考外, 还需要从物理、化学、生物、政治、历史、地理这六科中再选三科. 某校甲、乙、丙、丁四位同学分别从化学、生物、历史、地理四门课程中各选一门课程, 且所选课程互不相同. 下面是关于他们选课的一些信息:

- ①甲和丙均不选地理, 也不选生物;
- ②乙不选生物, 也不选历史;
- ③如果甲不选历史, 那么丁就不选生物.

若以上信息都是正确的, 则依据以上信息可推断丙同学所选的课程是_____

15. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB=4, BC=8$, BD 是 AC 边上的中线, 且 $\angle CBD=30^\circ$, 则 BD 的长为_____

16. 在《九章算术》中, 将四个面都是直角三角形的四面体称为鳖臑. 在鳖臑 $A-BCD$ 中, $AB \perp$ 平面 $BCD, BD \perp CD, AB=BD=CD=2$, 点 P 在棱 AC 上运动. 则 $\triangle PBD$ 面积的最小值为_____



四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) $\{a_n\}$ 为正项等差数列, $S_3=21, a_1 a_2 a_3=280$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足: $\log_2 b_n = \frac{a_n+2}{3}$, 求 $\{a_n \cdot b_n\}$ 的前 n 项和.

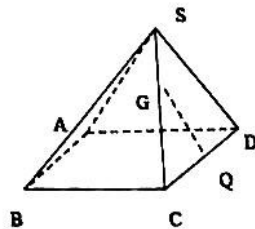
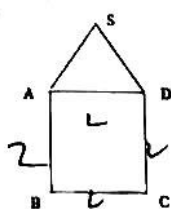
18. (12 分) 锐角 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $2b-a=2c \cdot \cos A$

(1) 求角 C ;

(2) 若 $a+b=4$, 求边 c 的取值范围.

19. (12 分) 在平面图形 $SABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, $SA=SD$, 将 $\triangle SAD$ 沿直线 AD 折起, 使得平面 SAD 垂直于平面 $ABCD$, G 是 $\triangle SAD$ 的重心, Q 是 DC 的中点, 直线 GQ

与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为 $\frac{\sqrt{6}}{6}$.



(1) 求棱锥 $S-ABCD$ 的体积;

(2) 求平面 SAB 与平面 SCD 所成的角.

20. (12分) $\triangle ABC$ 中, 已知 $B(-\sqrt{2}, 0), C(\sqrt{2}, 0)$, $AD \perp BC$ 交 BC 于点 D , H 为 AD 中点, 满足 $BH \perp AC$, 点 H 的轨迹为曲线 C .

(1) 求曲线 C 的方程;

(2) 过点 $M(0, \frac{1}{3})$ 作直线 l 交曲线 C 于 P, Q 两点, 求证: 以 PQ 为直径的圆恒过定点.

21. (12分) 某零件加工工厂生产某种型号的零件, 每盒 10 个, 每批生产若干盒, 每个零件的成本为 1 元, 每盒零件需要检验合格后方可出厂, 检验方案是从每盒零件中随机取出 2 个零件检验, 若发现次品, 就要把该盒 10 个零件全部检验, 然后用合格品替换掉次品, 方可出厂; 若无次品, 则认定该盒零件合格, 不再检验, 可出厂.

(1) 若某盒零件有 8 个合格品, 2 个次品, 求该盒零件一次检验即可出厂的概率;

(2) 若每个零件售价 10 元, 每个零件检验费用是 1 元, 次品到达组装工厂被发现后, 每个零件须由加工工厂退赔 10 元, 并补偿 1 个经检验合格的零件给组装工厂, 设每个零件是次品的概率是 $p(0 < p < 1)$, 且相互独立.

①若某盒 10 个零件中恰有 3 个次品的概率是 $f(p)$, 求 $f(p)$ 的最大值点 P_0 ;

②若以①中的 P_0 作为 P 的值, 由于质检员的失误, 有一盒零件未经检验就被贴上合格标签出厂到组装工厂, 求这盒零件最终利润 X (单位: 元) 的期望.

22. (12分) 函数 $f(x) = \sin x - ax + 1$,

(1) $a = \frac{1}{2}$, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若 $f(x) \geq \cos x$ 在 $x \in [0, \pi]$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(3) 令函数 $g(x) = f(x) + ax - 1$,

求证: $g(\frac{\pi}{15}) + g(\frac{2\pi}{15}) + g(\frac{3\pi}{15}) + \dots + g(\frac{8\pi}{15}) \geq \frac{2\sqrt{2}}{5}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》